



# 一类线性不确定组合系统的输出反馈 分散输出跟踪控制<sup>1)</sup>

陈 兵

(锦州师范学院数学系 锦州 121003)

刘粉林 张嗣瀛

(东北大学自控系135信箱 沈阳 110006)

**摘 要** 讨论了线性不确定组合系统的鲁棒分散输出渐近跟踪问题. 基于 Lyapunov 方程正定解的存在性, 给出了输出反馈跟踪控制器的设计方法. 对于系统中所有允许的不确定性, 所设计的控制器均使系统的输出渐近跟踪所给定的参考信号, 同时系统的状态保持有界.

**关键词** 不确定组合系统, 输出反馈, 分散输出跟踪, 最小相位.

## DECENTRALIZED OUTPUT TRACKING CONTROL FOR A CLASS OF LINEAR COMPOSITE SYSTEMS WITH UNCERTAINTY VIA OUTPUT FEEDBACK

CHEN Bin

(Department of Mathematics, Jinzhou Teachers College, Jinzhou 121003)

LIU Fen-Lin ZHANG Si-Ying

(P. O. Box 135, Dept. of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang 110006)

**Abstract** This paper focuses on the problem of designing a robust asymptotically tracking controller for a class of linear composite systems with uncertainty. In this paper, a scheme of designing a decentralized output tracking controller via output feedback is presented based on Lyapunov equation. The decentralized controller proposed in this paper guarantees that all the output of systems asymptotically track the reference signals for all allowable uncertainties.

**Key words** Uncertain composite system, output feedback, decentralized output tracking, minimum phase.

1) 国家自然科学基金(69774005)、教育部博士点专项基金及辽宁省教委高校科研基金资助项目(990421092).

## 1 引言

设计一个控制器使得受控系统的输出渐近跟踪给定的参考信号,是一个既有理论意义又有实际意义的控制问题.对于一般的线性系统,这一问题在二十世纪七十年代便已经解决<sup>[1]</sup>.然而在许多工程实际问题中,受控系统中都含有不确定性.设计一个控制器使系统的输出渐近跟踪给定的参考信号是一个控制工程师经常遇到的问题.文献[2]就参考信号和系统的外部干扰输入为常值的情况,给出了一种鲁棒输出跟踪控制器的设计方法.其鲁棒跟踪的意义在于对于系统中所有允许的不确定因素,跟踪只由一个线性定常控制器来完成,这在工程上是很有意义的.利用文献[2]中的方法,文[3]研究了类似的鲁棒输出跟踪问题.基于 Riccati 方程正定解所提出的鲁棒渐近跟踪控制器的设计方法较文[1]所提出的方法更为简单实用.近年来,文献[4]及文献[5]将上述方法应用于大系统的鲁棒分散输出跟踪问题,并给出了相应的控制器的设计方案.

上述结果都是在系统的状态是已知的假设条件下所得到的.通常,在实际问题中系统的状态是未知的或者仅仅是部分已知的.因此利用系统的输出进行反馈控制更具有实际意义.本文主要讨论一类线性不确定组合系统的鲁棒分散输出跟踪控制问题.所设计的线性定常输出反馈控制器使得系统的输出渐近跟踪所给定的参考信号,同时系统的状态保持有界.

## 2 系统的描述与预备知识

考虑由  $N$  个子系统组成的不确定组合大系统.每个子系统的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = [A_i + \Delta A_i]x_i + [B_i + \Delta B_i]u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N [B_i H_{ij} + \Delta H_{ij}]x_j + d_i \\ \quad = A_{ci}x_i + B_{ci}u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N B_i H_{cij}x_j + d_i, \\ y_i = C_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

这里,  $x_i \in R^n$ ,  $u_i \in R^m$  和  $y_i \in R^m$  分别是第  $i$  个子系统的状态,控制输入和输出向量;  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_i$  和  $\Delta H_{ij}$  分别表示了第  $i$  个子系统在状态矩阵,输入增益矩阵及关联项上的不确定性;  $d_i$  是第  $i$  个子系统的外部常值扰动.对于系统(1)我们做下面的基本假定.

A1) 矩阵对  $(A_i, B_i)$  是完全可控的,  $(A_i, C_i)$  是完全可检测的.

A2) 不确定性  $\Delta A_i, \Delta B_i$  和  $\Delta H_{ij}$  满足通常的匹配条件.即存在未知矩阵  $D_i, G_i, E_{ij}$  使得

$$\Delta A_i = B_i D_i, \quad \Delta B_i = B_i G_i, \quad \Delta H_{ij} = B_i E_{ij} \quad (2)$$

成立,并且存在已知正数  $\alpha_i, \beta_i, \alpha_{ij}$  使得

$$\|D_i\| \leq \alpha_i, \quad \|G_i\| \leq \beta_i < 1, \quad \|E_{ij}\| \leq \alpha_{ij}. \quad (3)$$

这里,  $\|\cdot\|$  表示向量的欧氏范数及其矩阵的诱导范数.

**定义1.** 令  $Y_{ri}$  和  $D_{ri}$  分别是  $R^m$  和  $R^n$  中的紧集.对于给定的整数  $k_i$  和矩阵  $K_i \in R^{m \times m}$ ,  $M_i \in R^{k_i \times n}$ ,  $N_i \in R^{k_i \times k_i}$ ,  $C_{i1} \in R^{m \times k_i}$  以及  $L_i \in R^{k_i \times m}$  定义下面一个扩充系统.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = [A_i + \Delta A_i]x_i + [B_i + \Delta B_i]K_i\bar{y}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N [B_i H_{ij} + \Delta H_{ij}]x_j + d_i, \\ \dot{q}_i = M_i y_i + N_i q_i + L_i y_{ri}, \\ \bar{y}_i = C_i x_i + C_{i1} q_i, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

如果下述条件成立,称  $u_i = K_i \bar{y}_i$  是系统(1)的鲁棒分散控制器.

(i) 内部稳定性. 原点是系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = [A_i + \Delta A_i]x_i + [B_i + \Delta B_i]K_i\bar{y}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N [B_i H_{ij} + \Delta H_{ij}]x_j, \\ \dot{q}_i = M_i y_i + N_i q_i + L_i y_{ri}, \\ \bar{y}_i = C_i x_i + C_{i1} q_i. \end{cases} \quad (5)$$

的渐近稳定平衡点.

(ii) 渐近跟踪. 对于任意给定参考信号  $y_{ir} \in Y_{ir}$  及扰动  $d_i \in D_i$ , 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $y_i \rightarrow y_{ri}$  对一切所允许的不确定性均成立. 其中  $y_i = C_i x_i$ .

本文所考虑的问题是在  $y_{ri}$  和  $d_i$  是常值向量的假定条件下, 设计输出反馈控制  $u_i = K_i \bar{y}_i$  使得系统(1)的输出分别渐近跟踪所给定的参考信号  $y_{ri}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). 为了叙述主要结果, 首先给出下面一些必要的引理.

**引理1**<sup>[6]</sup>. 考虑下面的线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx. \end{cases} \quad (6)$$

假设  $(A, B, C)$  是可控和可观测的. 如果  $C(sI - A)^{-1}B$  是最小相位的并且  $\det(CB) \neq 0$ , 那么存在正定矩阵  $P$  和非奇异矩阵  $K$  以及正数  $\rho$ , 使得

$$(A - \rho BKC)^T P + P(A - \rho BKC) < 0, \quad (7)$$

并且

$$KC = B^T P. \quad (8)$$

**引理2**<sup>[6]</sup>. 假设矩阵  $B$  和  $C^T$  具有相同的列数, 并且是列满秩的. 记

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad C = [C_1 \quad C_2].$$

其中要求  $A_{11}, C_1 \in R^{m \times m}$ . 如果  $\det(CB) \neq 0$ , 那么  $C(sI - A)^{-1}B$  是最小相位的充要条件是使得  $\det(sI - A_{22} + A_{21}C_1^{-1}C_2) \neq 0, \forall \text{Res} \geq 0$  成立.

**引理3**. 在引理2的假定下, 假定  $C(sI - A)^{-1}B$  是最小相位的, 则存在矩阵  $C_0$  使得  $\bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B}$  也是最小相位的. 这里

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad C_0].$$

证明. 记

$$\bar{A}_{11} = A_{11}, \quad \bar{A}_{12} = [A_{12} \quad 0], \quad \bar{C}_1 = C_1, \quad \bar{C}_2 = [C_2 \quad C_0], \quad \bar{A}_{22} = \begin{bmatrix} A_{22} & 0 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} A_{21} \\ C_1 \end{bmatrix},$$

于是

$$sI - \bar{A}_{22} + \bar{A}_{21}\bar{C}_1^{-1}\bar{C}_2 = sI - \begin{bmatrix} A_{22} & 0 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{21} \\ C_1 \end{bmatrix} C_1^{-1} [C_2 \quad C_0] =$$

$$\begin{bmatrix} sI - A_{22} + A_{21}C_1^{-1}C_2 & A_{21}C_1^{-1}C_0 \\ 0 & sI + C_0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

选取  $C_0$ , 使得  $\operatorname{Re}(\lambda(C_0)) > 0$  (这里  $\lambda(C_0)$  表示矩阵  $C_0$  的特征值). 于是 (9) 式蕴含着

$$\det(sI - \bar{A}_{22} + \bar{A}_{21}\bar{C}_1^{-1}\bar{C}_2)^{-1} \neq 0.$$

因为  $\bar{C}\bar{B} = CB$ , 显然有  $\det(\bar{C}\bar{B}) \neq 0$ . 于是应用引理 2 便可以完成引理 3 证明.

### 3 主要结果

在本节中, 假定系统 (1) 的每个子系统的标称系统是最小相位的, 并且  $\det(C_i B_i) \neq 0$ . 对于给定的参考信号  $y_{ri} (i=1, 2, \dots, N)$ , 建立下面的扩张系统

$$\begin{cases} \dot{z}_i = [\bar{A}_i + \Delta\bar{A}_i]z_i + [\bar{B}_i + \Delta\bar{B}_i]u_i + \sum [\bar{B}_i\bar{H}_{ij} + \Delta\bar{H}_{ij}]z_j + \bar{d}_i, \\ \bar{y}_i = \bar{C}_i z_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (10)$$

其中  $z_i = \begin{bmatrix} x_i \\ q_i \end{bmatrix}$ ,  $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Delta\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \Delta A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Delta\bar{B}_i = \begin{bmatrix} \Delta B_i \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{d}_i = \begin{bmatrix} d_i \\ -\bar{y}_{ri} \end{bmatrix}$ ,  $\bar{H}_{ij} = [H_{ij} \quad 0]$ ,  $\bar{C}_i = [C_i \quad I]$ ,  $q_i = C_i x_i - y_{ri}$ .

注 1. 给定有界集合  $Y_{ri}$  和  $D_i$ . 根据定义 1, 有  $k_i = m_i$ ,  $M_i = I$ ,  $N_i = 0$ ,  $L_i = -I$ ,  $C_{i1} = I$ . 矩阵  $K_i$  待定. 因为  $\bar{C}_i \bar{B}_i = C_i B_i$ , 显然有  $\det(\bar{C}_i \bar{B}_i) \neq 0 (i=1, 2, \dots, N)$ .

由假定  $C_i (sI - A_i)^{-1} B_i$  是最小相位的, 根据引理 3  $\bar{C}_i (sI - \bar{A}_i)^{-1} \bar{B}_i$  也是最小相位. 进而由引理 1, 存在正定矩阵  $P_i$ , 非奇异矩阵  $K_i$  以及正数  $\rho_i$  和某个适当的正数  $\gamma_i$ , 使得下式成立

$$(\bar{A}_i - \rho_i \bar{B}_i K_i \bar{C}_i)^T P_i + P_i (\bar{A}_i - \rho_i \bar{B}_i K_i \bar{C}_i) + \gamma_i I < 0. \quad (11)$$

$$K_i \bar{C}_i = \bar{B}_i^T P_i. \quad (12)$$

容易证明  $\|\Delta\bar{A}_i\| = \|\Delta A_i\|$ ,  $\|\Delta\bar{B}_i\| = \|\Delta B_i\|$  和  $\|\Delta\bar{H}_{ij}\| = \|\Delta H_{ij}\|$ . 于是分散输出跟踪控制器可按下式设计

$$u_i = -\eta_i K_i \bar{y}_i. \quad (13)$$

设计参数  $\eta_i$  将在下文中给出具体说明. 于是得到下面的主要结果.

**定理 1.** 考虑系统 (1) 满足假定条件 A1 和 A2. 如果  $(\bar{A}_i, \bar{B}_i)$  可控的,  $(\bar{A}_i, \bar{C}_i)$  是可检测的, 那么在控制器 (13) 的作用下, 系统 (1) 的输出渐近跟踪所给定的参考信号, 同时系统的状态保持有界.

证明. 据定义 1, 要证明系统内部的稳定性只需考虑系统

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= [\bar{A}_i + \Delta\bar{A}_i]z_i + [\bar{B}_i + \Delta\bar{B}_i]u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N [\bar{B}_i\bar{H}_{ij} + \Delta\bar{H}_{ij}]z_j, \\ u_i &= -\eta_i K_i \bar{y}_i, \quad \bar{y}_i = \bar{C}_i z_i. \end{aligned} \quad (14)$$

的稳定性, 选取 Lyapunov 函数为

$$V(z) = \sum_{i=1}^N z_i^T P_i z_i, \quad (15)$$

则  $V(z)$  沿系统 (14) 的时间导数由下式给出.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \left[ z_i^T \{ (\bar{A}_i - \rho_i \bar{B}_i K_i \bar{C}_i)^T P_i + P_i (\bar{A}_i - \rho_i \bar{B}_i K_i \bar{C}_i) \} z_i + 2z_i^T P_i \bar{B}_i \{ \bar{D}_i \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\eta_i \bar{G}_i K_i \bar{C}_i - (\eta_i - \rho_i) K_i \bar{C}_i \} z_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N 2z_i^T P_i \bar{B}_i [\bar{H}_{ij} + \bar{E}_{ij}] z_j \leq \\
& - \sum_{i=1}^N \gamma_i z_i^T z_i + \sum_{i=1}^N 2z_i^T P_i \bar{B}_i \bar{D}_i z_i - \sum_{i=1}^N 2(\eta_i(1 - \|\bar{G}_i\|) - \rho_i) \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|^2 + \\
& \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N 2\|\bar{B}_i^T P_i z_i\| (\|\bar{H}_{ij}\| + \alpha_{ij}) \|z_j\| \leq \\
& - \sum_{i=1}^N \gamma_i \|z_i\|^2 + \sum_{i=1}^N 2\alpha_i \|\bar{B}_i^T P_i z_i\| \|z_i\| - \sum_{i=1}^N 2(\eta_i(1 - \beta_i) - \rho_i) \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|^2 + \\
& \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \left[ \epsilon \alpha'_{ij} \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|^2 + \frac{\alpha'_{ij}}{\epsilon} \|z_j\|^2 \right] \leq \\
& - \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} \gamma_i - \frac{1}{\epsilon} \sum_{j \neq i}^N \alpha'_{ji} \right] \|z_i\|^2 + \sum_{i=1}^N 2\alpha_i \|\bar{B}_i^T P_i z_i\| \|z_i\| - \\
& \sum_{i=1}^N 2(\eta_i(1 - \beta_i) - \rho_i) \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \gamma_i \|z_i\|^2 + \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j \neq i}^N \epsilon \alpha'_{ij} \right) \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|^2. \quad (16)
\end{aligned}$$

在(16)式中,应用了等式  $\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{\alpha'_{ij}}{\epsilon} \|z_j\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{\alpha'_{ji}}{\epsilon} \|z_i\|^2$ . 其中  $\alpha'_{ij} = \|\bar{H}_{ij}\| + \alpha_{ij}$ . 选取  $\epsilon$  和  $\eta_i$  使得

$$\frac{1}{2} \gamma_i - \frac{1}{\epsilon} \sum_{j=1, j \neq i}^N \alpha'_{ji} \geq 0, \eta_i = \frac{1}{2(1 - \beta_i)} \left[ \left( 2\rho_i + \sum_{j \neq i}^N \epsilon \alpha'_{ij} \right) + \alpha_i^2 \left( \frac{1}{2} \lambda_m(Q_i) - \frac{1}{\epsilon} \sum_{j \neq i}^N \alpha_{ji} \right)^{-2} \right].$$

记  $a_i^2 = \frac{1}{2} \gamma_i - \frac{1}{\epsilon} \sum_{j=1, j \neq i}^N \alpha'_{ji}$ ,  $b_i^2 = \alpha_i^2 a_i^{-2}$ , 由式(16)得到

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \gamma_i z_i^T z_i - \sum_{i=1}^N [a_i \|z_i\| - b_i \|\bar{B}_i^T P_i z_i\|]^2 \leq - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \gamma_i z_i^T z_i \leq \frac{-\min_{1 \leq i \leq N} r_i}{2 \max_{1 \leq i \leq N} \lambda_M(P_i)} V. \quad (17)$$

式(17)表明系统的内部状态按指数渐近稳定.

对于渐近跟踪问题,利用式(12),闭环系统可表示为

$$\dot{z} = [\bar{A} + \Delta \bar{A} - (\bar{B} + \Delta \bar{B})(\eta K \bar{C}) + \bar{B} H] z + \bar{d} = A_c z + \bar{d}. \quad (18)$$

其中  $\bar{A}, \Delta \bar{A}, \bar{B}, \Delta \bar{B}, K$  以及  $\eta$  分别是相应于  $\bar{A}_i, \Delta \bar{A}_i, \bar{B}_i, \Delta \bar{B}_i, K_i$  和  $\eta_i I$  的块对角矩阵 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

$$\bar{d} = [\bar{d}_1^T \cdots \bar{d}_N^T]^T, H = \begin{bmatrix} 0 & H_{12} + E_{12} & \cdots & H_{1N} + E_{1N} \\ H_{21} + E_{21} & 0 & \cdots & H_{2N} + E_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} + E_{N1} & \cdots & H_{NN-1} + E_{NN-1} & 0 \end{bmatrix}.$$

由上面稳定性的证明知道系统(18)的状态矩阵  $A_c$  是严格稳定矩阵. 注意到  $\bar{d}$  是有界常值向量, 因此系统(18)的状态保持有界. 对(18)式两端关于时间求导, 则得到

$$\dot{z} = A_c z. \quad (19)$$

因为  $A_c$  是严格稳定矩阵, 因此系统(19)的状态渐近趋于零. 又由于

$$\dot{z} = [z_1^T \cdots z_N^T]^T, \quad \dot{z}_i = [x_i^T \dot{q}_i^T]^T, \quad \dot{q}_i = y_i - y_{ri},$$

因此得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i - y_{ri}) = 0$ . 即在控制器(13)的作用下, 系统(1)的输出可以渐近跟踪所给

定的参考信号  $y_{ri} (=1, 2, \dots, N)$ .

注2. 由文献[2]和[3]知, 本文中的结论可以推广到系统外部扰动和参考信号为多项式信号的情况.

## 4 数值仿真

考虑下面的不确定组合系统

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \Delta A_{11} \right) \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Delta B_1 \right) u_1 + \left( \begin{bmatrix} 0.43 & 0.3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \Delta H_{12} \right) \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}, \\ y_1 &= [1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \Delta A_2 \right) \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Delta B_2 \right) u_2 + \left( \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \Delta H_{21} \right) \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}, \\ y_2 &= [1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

容易验证该系统满足文中的假设条件. 相应的扩张系统的矩阵由下式给出

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1 = \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_1 = \bar{C}_2 = [1 \quad 1 \quad 0.5].$$

解关系式(16)和(17), 得到

$$P_1 = P_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad K_1 = K_2 = 2.$$

选取

$$\alpha_1 = \alpha_2 \leq 2, \quad \beta_1 = \beta_2 \leq 0.6, \quad \alpha_{12} = \alpha_{21} \leq 3, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = 2,$$

可以得到  $\eta_1 = 19.5, \eta_2 = 14$ . 现在给定参考输出信号分别为  $y_{r1} = 2, y_{r2} = -2$ , 则分散控制器设计如

$$u_1 = -39y_1 - 19.5q_1, \quad u_2 = -28y_2 - 14q_2,$$

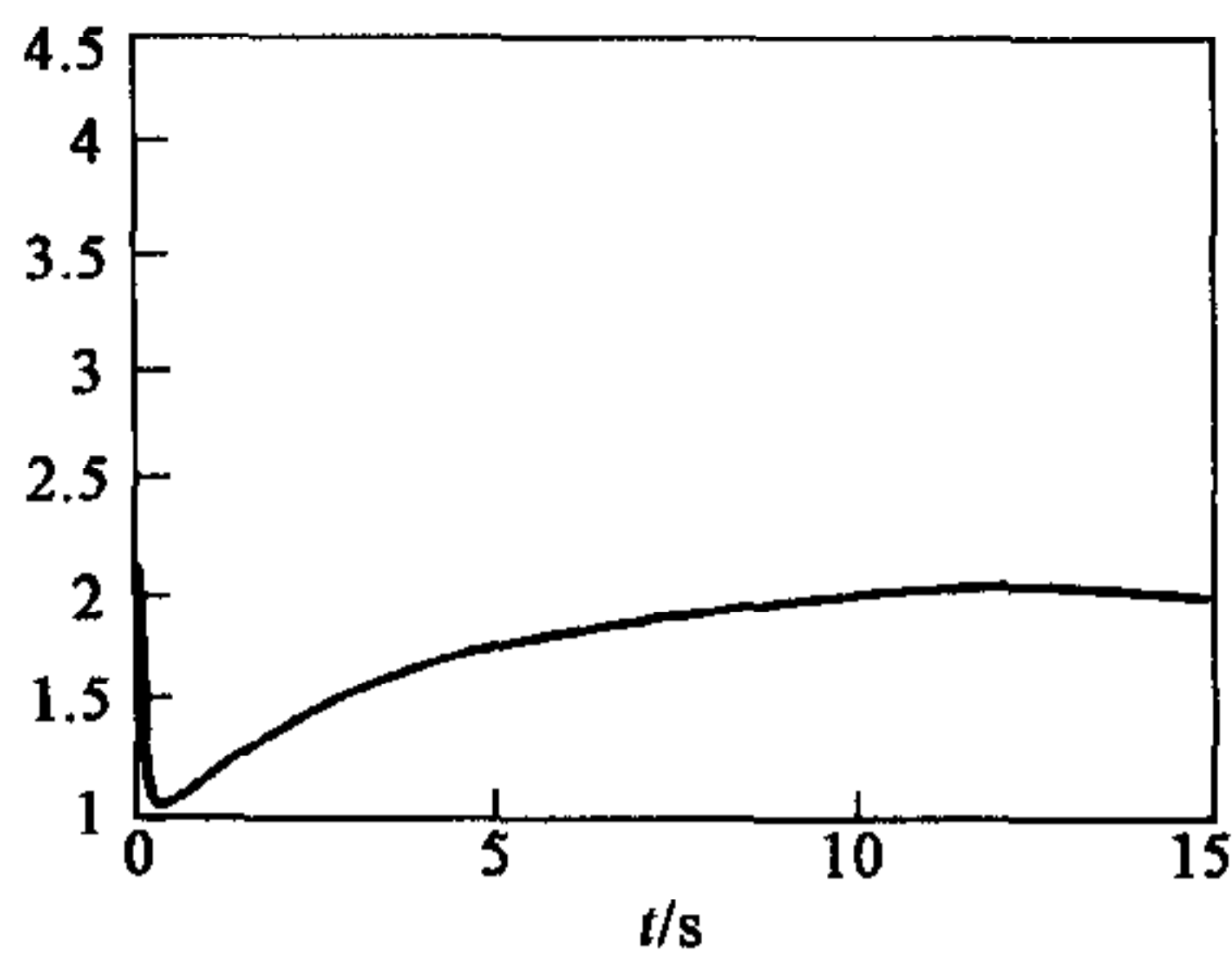
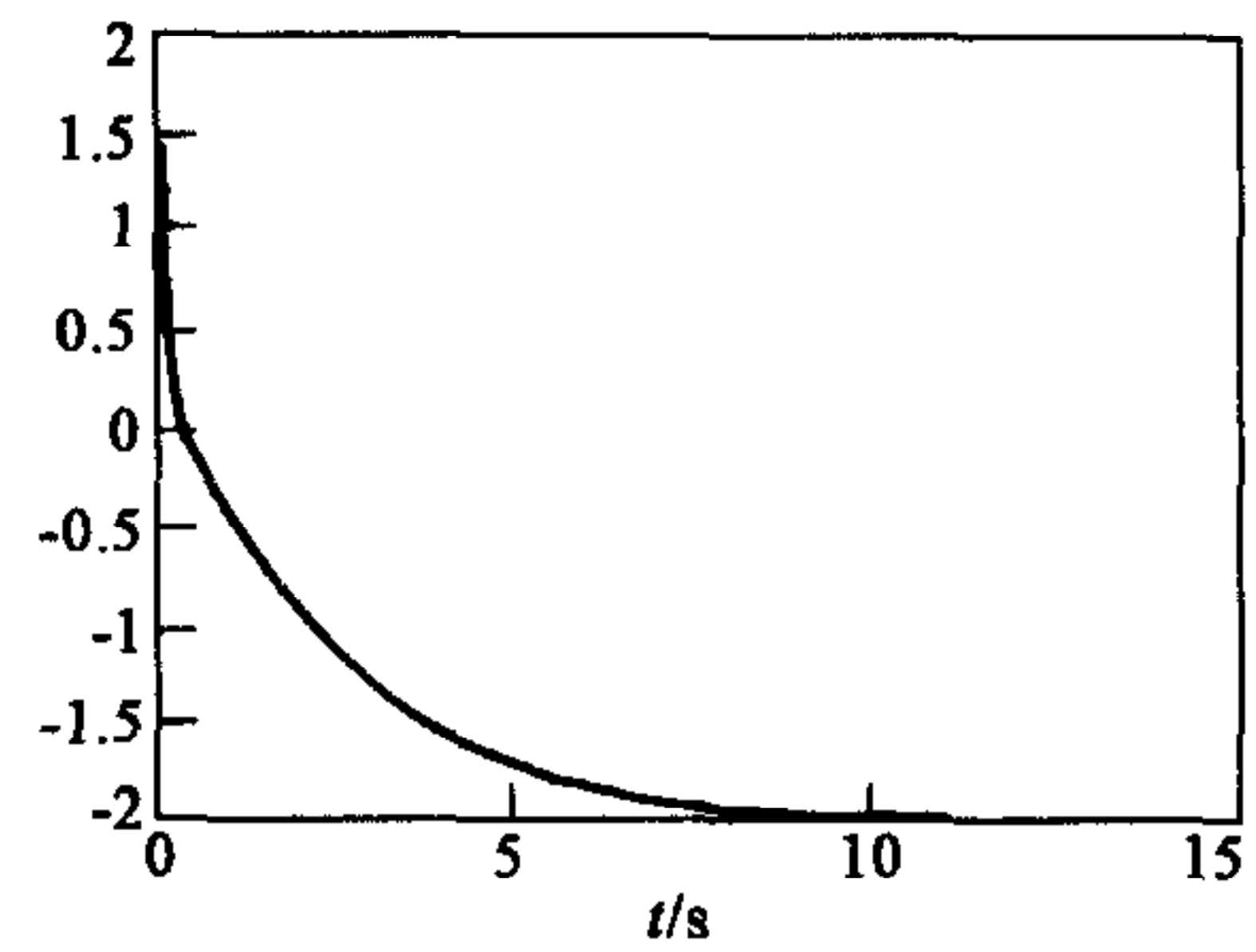
选取初值为

$$[y_1(0) \quad q_1(0) \quad y_2(0) \quad q_2(0)] = [4.5 \quad -1 \quad 2 \quad -2.5].$$

不确定项和外部扰动分别为

$$\begin{aligned} \Delta A_1 &= \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta A_2 = \begin{bmatrix} 2.5 & -0.9 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta B_1 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta B_2 = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \Delta H_{12} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta H_{21} = \begin{bmatrix} 1.5 & -1.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, d_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, d_2 = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

进行数值仿真, 其结果由下图所示. 图1和图2分别显示了两个子系统的输出响应曲线. 仿真结果进一步验证了本文所给出结论的正确性.

图1  $y_1$  的响应曲线图1  $y_2$  的响应曲线

## 参 考 文 献

- 1 Wonham W M. Linear Multivariable Control; A Geometric Approach. Berlin; Sprin-Verlag, 1979
- 2 Schmitendorf W E, Barmish B R. Robust asymptotically tracking for systems with unknown parameters. *Automatica*, 1986, **22**(2): 355~360
- 3 倪茂林, 吴宏鑫, 谌颖. 鲁棒渐近跟踪控制器的设计新方法. *自动化学报*, 1993, **19**(2): 213~217
- 4 Ni M L, Chen Y. Decentralized stabilization and output tracking of large-scale systems. *Automatica*, 1996, **32**(7): 1077~1080
- 5 Mao H L J, Yang J H. Decentralized output tracking for linear uncertain interconnected systems. *Automatica*, 1995, **31**(1): 151~154
- 6 Gu G X. Stability conditions of multivariable uncertain systems via output feedback control. *IEEE Trans, Autom. Control*, 1990, **35**(4): 925~927

**陈 兵** 1958年生, 1991年于东北大学获工学博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制、大系统的分散控制等.

**张嗣瀛** 1925年生, 中国科学院院士, 东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为微分对策、复杂系统的结构性质研究、不确定系统的鲁棒控制及自适应控制等.

**刘粉林** 1964年生, 2000年于东北大学获工学博士学位. 主要研究方向为大系统分散控制、非线性系统的自适应控制等.