自 动 化 学 报
2000年6月 ACTA AUTOMATICA SINICA 增刊A

级联生产线的可靠性分析*

疏松桂 张一刚

(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

摘 要 本文用流平衡法建立级联生产线的可靠性模型,较好地解决了多级可修生产线的可靠性分析这一难题.理论结果和数值分析表明,流平衡法和文献[1]的等效工作站法有一致的结果.

关键词 CIMS 可靠性;DEDS 可靠性;大系统可靠性

1 引言

计算机集成制造系统(CIMS)的研究已列入国家高技术发展计划纲要,对加速以制造业为代表的工业自动化具有重要意义.自动生产线是CIMS的主要组成部分,其可靠性研究是CIMS设计、运行、优化和维护的前提和保证,因而有特别的意义.

不同于一般的电子系统或控制系统,在生产线的可靠性分析中,除了考虑加工机器的故障外,还要考虑加工工件流的平衡、机器阻塞、饥饿以及生产线减额运行等特殊现象.因此,需要用新的理论和方法对生产线可靠性进行建模和分析.国外在这一领域已做了一些工作[2-4],国内则刚刚起步,文献[5]对刚性生产线的可靠性问题作了比较全面的讨论.特别地;文献[1]对多级可修工作站的分析和研究有突破性的进展,较好地解决了多级生产线的可靠性分析和生产率丢失问题.

多级生产线分析的复杂性在于生产线上各机器在离散时刻不同步地发生的事件之间有着极其错综复杂的相互关系,事件的发生在时间和空间都有一定的次序.本文正是利用了这种有序性,避开组合状态分析的"维数灾"难题,根据随机流问题的流平衡原理,建立生产线的流平衡方程,从而分析其可靠性和生产率等性能指标.此外,研究结果表明,本文的流平衡法和文献[1]中的等效工作站法有殊途同归的效果.

2 级联生产线的可靠性建模及分析

考察图1所示的n级串联生产线.其中M_i表示第i个加工机器, B_i为相邻两机器间的缓冲器,其贮存容量为K_i(包括M_i本身一位存贮量在内).

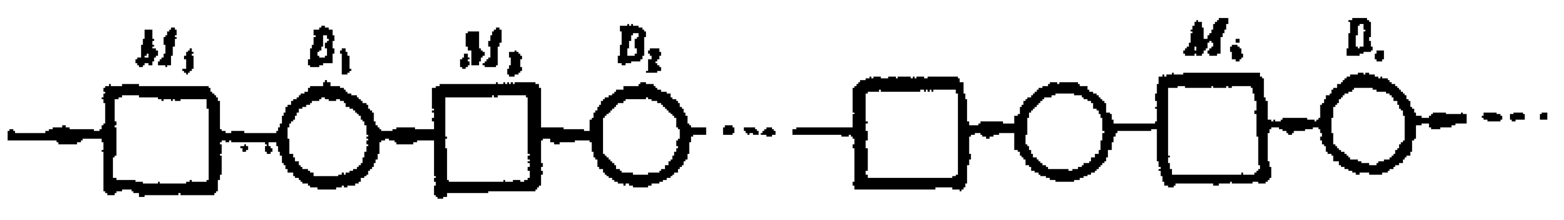

图1 n级串联生产线

* 《控制理论与应用》 12卷第2期, 177—182页.

2.1 基本假设条件

1) 机器 M_i 的加工时间, 寿命时间和故障修复时间分别遵循参数为生产率 ω_i, 失效率 λ_i 和修复率 μ_i 的负指数分布.

2) 机器 M_1 不饥饿(有足够的工作源), 机器 M_n 不阻塞(有足够的成品贮存空间).

3) 机器的故障是状态型的, 即机器仅在加工工件期间发生故障, 在饥饿或阻塞时不发生故障.

4) 工作的传输时间忽略不计.

5) 工件在缓冲器内按顺序进行排队, 即先占用第 K_i 个存贮单元, 直至占用第 1 个存贮单元.

2.2 机器 M_i 的流平衡

设生产线上机器的状态为 ji, 即机器 M_i 处于状态 j, j 分为以下几种情形:

$j=0$, 机器故障.

$j=1$, 机器正常加工.

$j=2$, 机器阻塞, 即机器加工完工件无法释放.

$j=3$, 机器饥饿, 即机器释放工作后等待加工.

$j=4$, 机器既阻塞又饥饿.

设 P_{ji} 表示机器 i 处于状态 j 的概率. 显然 $\sum_{j=0}^{4} P_{ji}=1$ $(i=1,2,\cdots,n)$, 其中, 由于机器 1 不饥饿, 故 $P_{31}=0$ 及 $P_{41}=0$. 由于机器 n 不阻塞, 故 $P_{2n}=0$ 及 $P_{4n}=0$.

设 α_{ki} 表示缓冲器 B_i 内第 k 个单元有工件的概率, β_{ki} 则表示无工件的概率. 显然, $\alpha_{ki}+\beta_{ki}=1(i=1,2,\cdots,n-1;k=1,2,\cdots,k_i)$ 考察图 1 所示级联生产线中机器 M_i 的状态概率流转移情况, 有图 2 所示的四种概率流平衡方式.

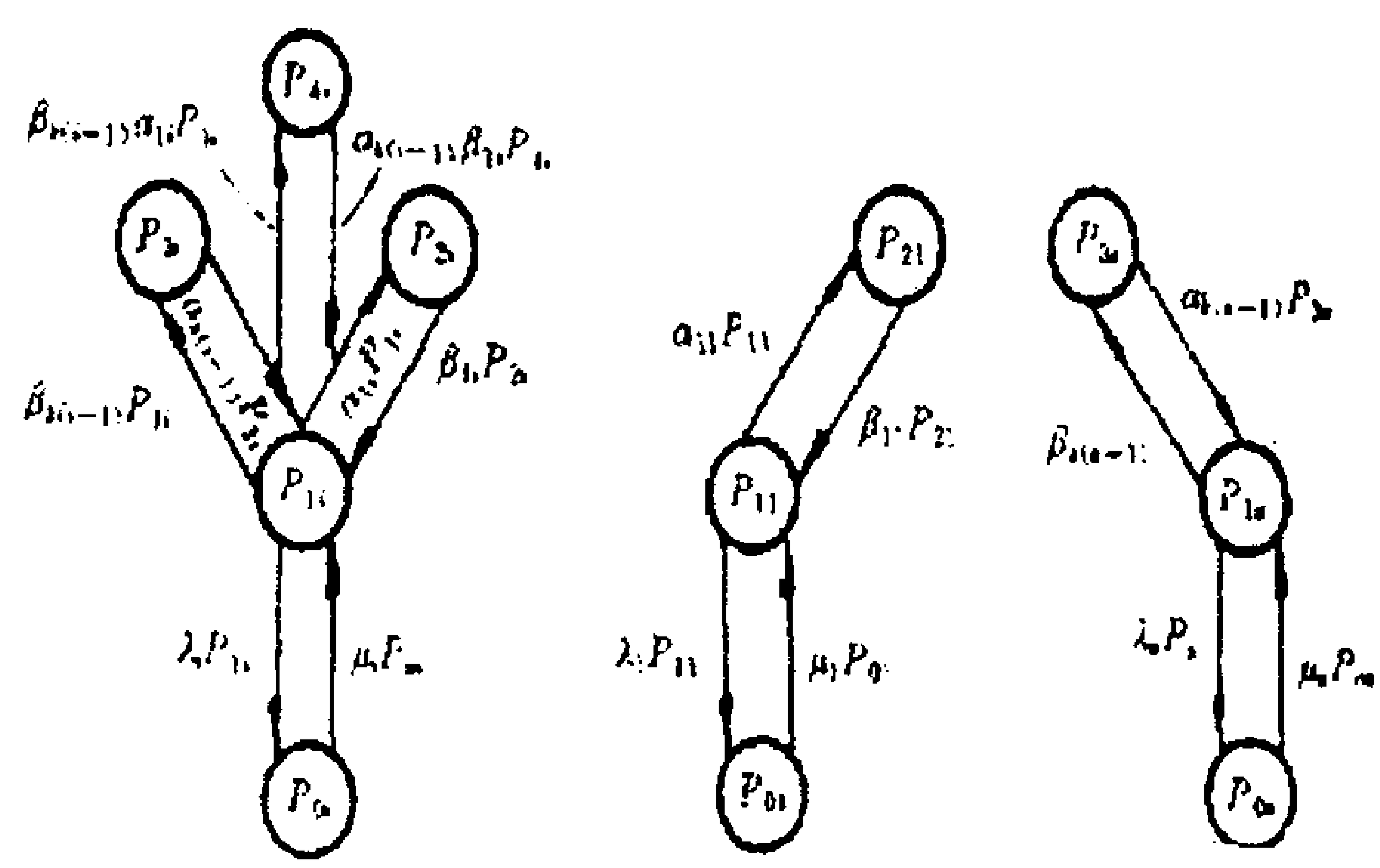

图 2 机器 M_i 的状态概率平衡图

2.3 级联生产线的状态方程

利用上节结果, n 级串联生产线可以方便地用概率流平衡加以讨论. 列出级联生产线的状态概率方程(1)如下:

$\dot{P}_{01}=\mu_i P_{01}+\lambda_1 P_{11}$,

$\dot{P}_{11}=\mu_i P_{01}-(\lambda_1+\alpha_{11})P_{11}+\beta_{11}P_{21}$,

$\dot{P}_{21}=\alpha_{11}P_{11}-\beta_{11}P_{21}$,

$P_{01}+P_{11}+P_{21}=1$,

……

$\dot{P}_{0i}=-\mu_i P_{0i}+\lambda_i P_{1i}$,

$$
\begin{aligned}
\dot{P}_{1i} &= \mu_i P_{0i} - (\lambda_i + \alpha_{1i} + \beta_{k(i-1)} + \beta_{k(i-1)}\alpha_{1i})P_{1i} + \beta_{1i}P_{2i} \\
&\quad + \alpha_{k(i-1)}P_{3i} + \alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}P_{4i}, \\
\dot{P}_{2i} &= \alpha_{1i}P_{1i} - \beta_{1i}P_{2i}, \\
\dot{P}_{3i} &= \beta_{k(i-1)}P_{1i} - \alpha_{k(i-1)}P_{3i}, \\
\dot{P}_{4i} &= \beta_{k(i-1)}\alpha_{1i}P_{1i} - \alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}P_{4i}, \\
P_{0i} &+ P_{1i} + P_{2i} + P_{3i} + P_{4i} = 1. \\
&\cdots\cdots \\
\dot{P}_{0n} &= -\mu_n P_{0n} + \lambda_n P_{1n}, \\
\dot{P}_{1n} &= \mu_n P_{0n} - (\lambda_1 + \beta_{k(n-1)}P_{1n} + \alpha_{k(n-1)}P_{3n}, \\
\dot{P}_{3n} &= \beta_{k(n-1)}P_{1n} - \alpha_{k(n-1)}P_{3n}, \\
P_{0n} &+ P_{1n} + P_{4n} = 1.
\end{aligned} \tag{1}
$$

2.4 可靠性分析

令方程(1)左边的 $\dot{P}_{ji}=0$, 则得级联生产线的稳态平衡方程[6]. 为了求得状态概率 P_{ji}, 需首先求出如下几个概率.

α_{1i}:存贮单元1有工件(缓冲器满)的概率.

β_{1i}:存贮单元1有工件(缓冲器不满)的概率.

α_{ki}:存贮单元 k_i 有工件(缓冲器不空)的概率.

β_{Ki}:存贮单元 k_i 元工件(缓冲器空)的概率.

考察缓冲器 B_i 内工件贮量的变化过程, 可知这是一个遵循参数为 ω_i 和 ω_{k+1} 的生灭过程, 应用生灭过程的有关结果, 或者参阅文献[1](其中 α_{1i},β_{1i} 和 $P_k,P_{\bar{k}}$ 对应, α_{ki},β_{ki} 和 $P_{\bar{0}},P_0$ 对应, P_{1i} 和 P'_{ai} 对应)得下列表达式:(令 $\rho_i=\omega_i/\omega_{i+1}$)

$$\alpha_{1i}=\rho_i^k(1-\rho_i)/(1-\rho_i^{k+1}), \tag{2}$$

$$\beta_{1i}=1-\alpha_{1i}=(1-\rho_i^k)/(1-\rho_i^{k+1}), \tag{3}$$

$$\alpha_{ki}=1-\beta_{ki}=\rho_i(1-\rho_i^k)/(1-\rho_i^{k+1}), \tag{4}$$

$$\beta_{ki}=(1-\rho_i)/(1-\rho_i^{k+1}). \tag{5}$$

因此, 求解级联生产线的稳态平衡方程, 可得如下状态概率:

$$P_{01}=\frac{\lambda_1}{\mu_1}P_{11}, \tag{6}$$

$$P_{21}=\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}P_{11}, \tag{7}$$

$$P_{11}=\frac{1}{1+\dfrac{\lambda_1}{\mu_1}+\dfrac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}}, \tag{8}$$

$$\cdots$$

$$P_{0i}=\frac{\lambda_i}{\mu_i}P_{1i}, \tag{9}$$

$$P_{2i}=\frac{\alpha_{1i}}{\beta_{1i}}P_{1i}, \tag{10}$$

$$P_{3i}=\frac{\beta_{(i-1)}}{\alpha(i-1)}P_{1i}, \tag{11}$$

$$P_{4i}=\frac{\beta_{k(i-1)}\alpha_{1i}}{\alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}} \tag{12}$$

$$P_{1i}=\frac{1}{1+\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\alpha_{1i}}{\beta_{1i}}+\frac{\beta_{k(i-1)}}{\alpha_{k(i-1)}}+\frac{\beta_{k(i-1)}\alpha_{1i}}{\alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}}}, \tag{13}$$

$$\cdots$$

$$P_{0n}=\frac{\lambda_n}{\mu_n}P_{1n}, \tag{14}$$

$$P_{3n}=\frac{\beta_{k(n-1)}}{\alpha_{k(n-1)}}P_{1n}, \tag{15}$$

$$P_{1n}=\frac{1}{1+\frac{\lambda_n}{\mu_n}+\frac{\beta_{k(n-1)}}{\alpha_{k(n-1)}}}. \tag{16}$$

下面推导生产线稳态可用度的表达式. 由于生产线中相邻机器间设有缓冲器, 生产线的刚性联结转化为软性联结. 从可靠性角度而言, 生产线由可靠性单路串联结构转化为并联冗余结构, 所以级联生产线的稳态可用度 A_s, 可根据逻辑算法[6]并利用可用度并联原理得到:

$$A_s=P_{11}\bigcup_{i=1}^{n-1}P_{i1}\bigcup P_{n1}. \tag{17}$$

于是, A_s 可表示成

$$A_s=1-[1-(1+\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}})^{-1}]\prod_{i=2}^{n-1}\left[1-(1+\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\alpha_{1i}}{\beta_{1i}}+\frac{\beta_{k(i-1)}}{\alpha_{k(i-1)}}+\frac{\beta_{k(i-1)}\alpha_{1i}}{\alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}}\right] \cdot\left[1-(1+\frac{\lambda_n}{\mu_n}+\frac{\beta_{k(n-1)}}{\alpha_{k(n-1)}})^{-1}\right]. \tag{17a}$$

由概率加法定理[6], 可证明(17)式和(17a)式完全一致.

生产线的生产率 W_s 由文献[5]中定理 2 得

$$W_s=\min W_i=\min\omega_i P_{i1}\,(i=1,2,\cdots,n). \tag{18}$$

在串联生产线上, 相邻机器生产率之差为

$$\Delta_\omega=\left|\omega_i-\omega_{i+1}\right|, \tag{19}$$

这是由于生产线设计的不协调所引起, 为保证上述生产率的不丢失, 生产线上述机器之间的工件流必须取得平衡. 因此有

$$W_s=\omega_i P_{1i}=\omega_{i+1}P_{1,i+1}\qquad(i=1,2,\cdots,n). \tag{20}$$

即

$$W_s=\frac{\omega_i}{1+\dfrac{\lambda_i}{\mu_i}+\dfrac{\alpha_{1i}}{\beta_{1i}}+\dfrac{\beta_{k(i-1)}}{\alpha_{k(i-1)}}+\dfrac{\beta_{k(i-1)}\alpha_{1i}}{\alpha_{k(i-1)}\beta_{1i}}}=\frac{\omega_{i+1}}{1+\dfrac{\lambda_{i+1}}{\mu_{i+1}}+\dfrac{\alpha_{1(i+1)}}{\beta_{1(i+1)}}+\dfrac{\beta_{ki}}{\alpha_{ki}}+\dfrac{\beta_{ki}\alpha_{1(i+1)}}{\alpha_{ki}\beta_{1(i+1)}}} \tag{21}$$

经过进一步的推导, 可以证明, 上述生产量不丢失的条件式(21)和可用度及生产率的表达式(17), (18)以及文献[1]中的(15)式, (12)式, (13)式完全一致. 因此, 流平衡法在解决生产线分析及可靠性研究方面与文献[1]中的等效工作站方法取得了完全相同的效果.

系统有效度定义为系统实际生产率与各站额定生产率 ω_i 之比的平均值, 即

$$E_s=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{W_i}{\omega_i}=\frac{W_s}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\omega_i}. \tag{22}$$

3 应用例题

例题取自文献[1].

例 1. 两级生产线, 缓冲器容量为 2, 机器的失效率、修复率和生产率参数如下:

$\lambda_1=0.001$, $\mu_1=0.02$, $\omega_1=4$,

$\lambda_2=0.002$, $\mu_2=0.03$, $\omega_2=3$.

求生产线的可用度和生产率.

解 由式(2), (3), (4), (5)得

$\alpha_{11}=0.4324324$, $\beta_{11}=0.5675676$,

$\alpha_{21}=0.7567568$, $\beta_{21}=0.2432432$.

由式(8), (16)求得

$$P_{11}=\left(1+\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}\right)^{-1}=\left(1+\frac{0.001}{0.02}+\frac{0.4324324}{0.5675676}\right)^{-1}=0.5519054,$$

$$P_{12}=\left(1+\frac{\lambda_2}{\mu_2}+\frac{\alpha_{21}}{\beta_{21}}\right)^{-1}=\left(1+\frac{0.002}{0.03}+\frac{0.2432432}{0.7567568}\right)^{-1}=0.7204117.$$

由式(17)和(18)得

可用度　$A_s=1-(1-P_{11})(1-P_{12})=0.8747180$,

生产度　$W_s=\min(\omega_1P_{11},\omega_2P_{12})=2.161235$.

例 2. 同例 1, 但不给定 ω_1,ω_2 要求进行合理化设计, 求解此题.

解 为保证生产量不丢失, 引用式(21)

$$\frac{\omega_1}{1+\dfrac{\lambda_1}{\mu_1}+\dfrac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}}=\frac{\omega_2}{1+\dfrac{\lambda_2}{\mu_2}+\dfrac{\beta_{21}}{\alpha_{21}}}$$

在上式中代入 α_{11}, β_{11}, α_{21}, β_{21} 的表达式(2), (3), (4), (5)可推导出

$$\rho=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_2\mu_1}=\frac{0.001\times0.03}{0.002\times0.02}=\frac{3}{4}.$$

代入公式(2 ~ 5), (21), (17)及(22), 则得

$$W_s = W_1 = W_2 = 2.1875\,, \quad A_s = 0.877276, \quad E_s = 0.638021.$$

说明. 从以上两例题所得结果看, 有关可靠性指标及生产率和文献[1]中完全一致, 由此表明了两种方法的互通性. 此外, 虽然例题仅分析了两级生产线情形, 但理论结果公式(17), (18), (21), (22)均适用于多级生产线. 因此, 对于多级串联生产线的分析过程完全类似于上述两级生产线的分析过程. 只是在求解平衡条件式(21)时, 需要借助于数值方法解由(21)式导出的高阶方程组的解.

4 小结

本文用流平衡法建立了多级可修生产线的可靠性模型——状态方程, 在此基础上求得生产线的稳态可用度、有效度和生产率指标, 并进一步求得生产线生产量不丢失的流平衡条件. 本文所得的状态方程的个数和生产线的规模是线性关系. 因此, 避免了组合状态描述方法的"维数灾"问题. 此外, 本文的理论分析和数值结果表明, 流平衡法和文献[1]的等效工作站法对于生产线的可靠性分析有殊途同归之效果.

参 考 文 献

1. 疏松桂. 带有缓冲库的综合制造系统(CIMS)分析及其可靠性研究. 自动化学报, 1992, 18(1):15-22

2. Choong,Y.F., *et al.* A Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Capacited Transfer Lines with Unreliable Machines and Random Processing Times, *IIE Trans.*,1987,19(2):150-159

3 Koster, D., *et al.*. An Improved Algorithm to approximate the Behavior of flow Lines. Int. J.Prod. Res., 1988,26(4):691 — 700

4. 张一刚. CIMS 生产线的可靠性建模与分析. 中国科学院自动化研究所博士学位论文, 1991

5. 疏松桂. 计算机综合制造系统(CIMS)可靠性及生产率的预计. 控制理论及其应用年会论文集, 1989, 91 — 96

6. 疏松桂. 控制系统可靠性分析与综合. 北京:科学出版社, 1992

RELIABILITY ANALYSIS OF SERIES PRODUCTION LINES

SHU Songgui ZHANG Yigang

(Institute of Automation, Academia Sinica, Beijing, 100080*)*

Abstract In paper, the reliability model of transfer line with buffer is obtained with the application of flow equilibrium. Thus, the difficulty of analysis of multi-stage repairable production lines is overcomed. Both theoretical and numeric calculations show that the flow equilibrium method can draw the same conclussion with the method in literature[1].

Key words CIMS reliability; DEDS reliability; large-scale system reliability