

问题讨论

关于非线性时滞系统的鲁棒稳定性条件的讨论

胡剑波

(浙江大学工业控制国家重点实验室 杭州 310027)

(E-mail:jbhu@iipc.2ju.edu.cn)

关键词 Lyapunov 函数, Razumikhin 定理, 鲁棒稳定性.

COMMENT REGARDING “STABILITY AND ROBUST STABILITY FOR NONLINEAR DELAYED SYSTEMS”

HU Jianbo

(National Key Lab of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Key words Lyapunov function, Razumikhin theory, robust stability.

1 引言

在《自动化学报》1999年第6期中,短文“非线性时滞系统的稳定性分析及鲁棒稳定性分析”^[1]用 Lyapunov 函数方法分别讨论了确定性和不确定性非线性时滞系统的稳定性.对于确定性系统得到了一种基于 LMI 的渐近稳定充分条件,并研究了不确定性系统的鲁棒稳定性问题.但由于该文对 Razumikhin 定理的理解有误,有关鲁棒稳定性的结论(定理1、推论1)是不正确的.

对于 Razumikhin 定理,文[2]给出了一种所谓的改进型 Razumikhin 定理.但有人提出质疑,问题在于没有正确理解 Razumikhin 定理^[3,4].文[1]虽然没有直接提到 Razumikhin 定理,但存在类似的错误.

2 “鲁棒稳定性条件”^[1]证明中的错误

在文[1]中,定理3证明所取的 $V(x)$ 与定理2一样,即

$$V(x) = x^T P x + \int_{-\tau}^t x^T(s) R x(s) ds. \quad (1)$$

此时,由于 $V(\mathbf{x})$ 不再是定理1中所采用的 $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}$, 在定理1证明过程中所用到的假设对任意 $q > 1$, 有不等式 $V(\mathbf{x}(t-\tau)) < q^2 V(\mathbf{x})$, 从而有 $\|\mathbf{x}(t-\tau)\| \leq q\sigma \|\mathbf{x}\|$, 其中 $\sigma = \sqrt{\lambda_{\max}[P]/\lambda_{\min}[P]}$, 对于(1)式的 $V(\mathbf{x})$ 将不一定成立.

于是,在定理3的证明过程中并不能由

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = -\mathbf{z}^T Y \mathbf{z} + 2\mathbf{x}^T P \Delta f(\mathbf{x}) + 2\mathbf{x}^T P f_1(\mathbf{x}(t-\tau))$$

$$\text{和 } -\mathbf{z}^T Y \mathbf{z} \leq -\lambda_{\min}[Y] \|\mathbf{z}\|^2 = -\lambda_{\min}[Y] (\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}(t-\tau)\|^2),$$

$$2\mathbf{x}^T P \Delta f(\mathbf{x}) \leq 2\lambda_{\max}[Y] \delta \|\mathbf{x}\|^2,$$

$$2\mathbf{x}^T P \Delta f_1(\mathbf{x} - \tau) \leq \lambda_{\max}[P] \delta_1 (\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}(t-\tau)\|^2) \text{ (注原文中的该式有误)}$$

在 $\delta_1 < \lambda_{\min}[Y]/\lambda_{\max}[P]$ 成立时,有文中的(17)式. 相应的(18)式也不成立. 同理,推论1也是不成立的.

综上所述,文中的错误在于没有认识到 Razumikhin 定理中的假设对任意的 $q > 1$, 有不等式 $V(\mathbf{x}(t-\tau)) < q^2 V(\mathbf{x})$, 一般并不能推出

$$\|\mathbf{x}(t-\tau)\| \leq q\sigma \|\mathbf{x}\|.$$

注. 由于文[1]的基本结论有误,因此文中给出的算例亦有明显的错误. 对于文[1]的算例2,当 $\delta + \delta_1 < 2.41$ 时,并非可以保证系统的稳定.

3 结论

本文的研究表明,文[1]的“时滞系统的鲁棒稳定性条件”是不正确的,其错误在于没有正确理解 Razumikhin 定理,导致了对该定理的错误使用. 上述看法仅供参考,愿意与作者交换意见.

参 考 文 献

- 1 陈东彦,徐世杰,邵成勋. 非线性时滞系统的稳定性分析及鲁棒稳定性条件,自动化学报,1999,25(6):832~837
- 2 Xu B, Lin Y. An improved Razumikhin theorem and its applications. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1994,39(4):839~841
- 3 Mao Xuerong. Comments on An Improved Razumikhin-Type Theorem and its application. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1997,42(3):429~430
- 4 Xu Bugong. Author's Reply. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1997,42(3):430

胡剑波 1965年生,现为空军工程大学副教授、浙江大学控制理论与工程博士后. 主要研究领域为变结构控制、鲁棒控制理论及飞行控制、工业控制等.