第26卷　第6期　自　动　化　学　报　Vol. 26, No. 6
2000年11月　ACTA AUTOMATICA SINICA　Nov., 2000

短文

非线性系统的鲁棒采样控制[1)]

胡立生　邵惠鹤　孙优贤
(上海交通大学自动化系　上海　200030)　(浙江大学工业自动化国家重点实验室　杭州　310027)
(E-mail: lshu@mail1.sjtu.edu.cn)

摘　要　研究在汽车转向控制中遇到的、具有输出约束的一类非线性不确定系统的鲁棒采样控制和鲁棒采样最优控制问题，结果表示为一些矩阵不等式. 最后基于线性矩阵不等式，给出了一个迭代算法和算例. 数值计算实例证明了该算法的有效性.

关键词　鲁棒控制，采样控制，约束，非线性系统，不确定性，汽车转向控制.

ROBUST SAMPLED-DATA CONTROL FOR NONLINEAR UNCERTAIN SYSTEMS

HU Lisheng　SHAO Huihe
(*Dept. of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai*　200030)
SUN Youxian
(*Institute for Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou*　310027)

Abstract　This paper considers robust sampled-data control and robust sampled-data optimal control for a class of nonlinear uncertain systems with constraints on the output, which are met in vehicle steering control. The results are described as some matrix inequalities, which can be solved by the proposed iterative algorithm based on LMI technique. Finally a numerical example is presented to show the effectiveness of the proposed design procedure.

Key words　Robust control, sampled-data control, constraint, nonlinear system, uncertainty, steering control.

1　概述

采样控制是针对连续对象直接设计数字控制器的新的设计方法，它考虑了保持器和

1) 中国博士后科学基金资助项目.
收稿日期　1998-12-02　收修改稿日期　2000-01-14

采样器的特性，以及采样周期之间系统的行为，从而使得对采样控制研究具有更大的理论和应用价值. 由于采样控制系统是一个包含连续和离散信号的混合系统，不易用传统的方法进行分析和设计. 目前对于线性采样系统的分析和设计已得到了较为系统的结果，主要采用频率响应法、L_2增益法和提升(lifting)法[1]. 在过去的工作中，作者对参数不确定系统鲁棒采样控制进行了研究[2]，本文研究在汽车转向控制中遇到的、具有输出约束的一类非线性不确定系统的鲁棒采样控制和鲁棒采样最优控制，结果归结为一些矩阵不等式. 最后给出了基于 LMITool 的迭代算法，并给出了一仿真算例.

2 问题提出

在研究汽车转向控制时，由于汽车轮胎侧偏特性受汽车结构参数、运行状态及路面状态等因素的影响，常可将问题描述为一类非仿射微分包含系统的控制问题[3]. 根据轮胎力学特性和汽车动力学特点，进一步可以转化为如下非线性不确定系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + (B + H\Delta(\boldsymbol{x},t)E)\boldsymbol{f}(C\boldsymbol{x} + B_2\boldsymbol{\delta}_r + B_1\boldsymbol{\delta}_f), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = C_1\boldsymbol{x}(t), \tag{2}$$

采用控制器 $\boldsymbol{\delta}_r(t) = F_2\boldsymbol{\delta}_f(t) + \boldsymbol{\delta}_{r2}(t)$，其中 $\boldsymbol{\delta}_{r2}(t)$ 采用如下采样控制器

$$\boldsymbol{\delta}_{r2}(t) = \tilde{\boldsymbol{\delta}}_r[t_k], t \in (t_k, t_{k+1}], \tag{3}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\delta}}_r[t_k] = F_1[t_k]\boldsymbol{x}(t_k) \tag{4}$$

时，使得汽车在各种行车工况下，对不同的前轮转向角输入，对于给定的正常数 δ 和 $\sigma(\delta<\sigma)$，当 $\|z_0\|<\delta$ 时满足约束 $\|\boldsymbol{z}(t)\|<\sigma, t\geqslant 0$ 的控制问题，其中 $\boldsymbol{\delta}_f, \boldsymbol{\delta}_r$ 是前后轮转角. 从而使汽车获得良好的侧向稳定性. $\{t_k\}$ 是采样时刻，采样周期 $T_s = t_{k+1} - t_k$. 前式中 A, B, H, E, C, C_1 和 B_1, B_2 为适维矩阵，$\boldsymbol{f} \in C[\mathscr{R}^p, \mathscr{R}^p]$，$\boldsymbol{f}(0) = 0$，不失一般性设 $\|\boldsymbol{f}\| < 1$，$\Delta(\boldsymbol{x},t)$ 满足 $\Delta(\boldsymbol{x},t)^{\mathrm{T}}\Delta(\boldsymbol{x},t) \leqslant I$. 记 $\tilde{\boldsymbol{x}}(t) = (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t), \boldsymbol{\delta}_{r2}(t))^{\mathrm{T}}$，则上述问题归结为系统

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}(t) = \bar{A}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) + (\bar{B} + \bar{H}\Delta(\boldsymbol{x},t)E)\boldsymbol{f}(\bar{C}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) + \bar{\boldsymbol{B}}_1\boldsymbol{\delta}_f(t)), \tag{5}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = \bar{C}_1\tilde{\boldsymbol{x}}(t), t \in (t_k, t_{k+1}], \tag{6}$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}(t_k^+) = (\tilde{A} + \tilde{B}\bar{F}_1[t_k])\tilde{\boldsymbol{x}}(t_k), \tag{7}$$

其中矩阵 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{H}, \bar{C}, \bar{C}_1, \tilde{A}, \tilde{B}$ 经简单运算可得，$\bar{F}_1[t_k] = [F_1[t_k] \quad 0]$，$\bar{B}_1 = B_1 + B_2F_2$.

3 约束控制

定理1. 考虑系统(1)～(4)，对于给定的时域性能参数 δ，$\|z_0\|<\delta$，σ 和采样周期 $T_s(\delta<\sigma)$，若存在正定对称在 $(t_k, t_{k+1}]$ 上分段连续的矩阵函数 $P_1[t] = P_1[t_k^+] + (t - t_k)Y_1[t_k]$ 和 $P_2[t] = P_2[t_k^+] + (t - t_k)Y_2[t_k] (k = 1, 2, \cdots)$，正常数 $\xi_1, \xi_2, \zeta_1, \zeta_2, c_k, a_1, a_2$ 和 b，$a_1\delta^2 + a_2\delta^2 < b\sigma^2$，记 $P[t] = P_1[t] + P_2[t]$，$Y[t_k] = Y_1[t_k] + Y_2[t_k]$，$P[t_k^+] = P_1[t_k^+] + P_2[t_k^+]$，控制器增益 $F_1[t_k]$ 和 F_2，当 $t \in (t_k, t_{k+1}]$ 时满足 $\xi_1 I - \zeta_1 E^{\mathrm{T}}E > 0$ 和 $\xi_2 I - \zeta_2 E^{\mathrm{T}}E > 0$，

$$\begin{bmatrix} S[t] & P[t]\bar{B} & P[t]\bar{H} & \bar{C}^{\mathrm{T}}\xi_1 & 0 \\ \bar{B}^{\mathrm{T}}P[t] & -\xi_1 I + \zeta_1 E^{\mathrm{T}}E & 0 & 0 & 0 \\ \bar{H}^{\mathrm{T}}P[t] & 0 & -\zeta_1 I & 0 & 0 \\ \xi_1\bar{C} & 0 & 0 & -\xi_1 I & B_1^{\mathrm{T}}\xi_1 + B_2^{\mathrm{T}}G_1^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & 0 & \xi_1 B_1 + B_2 G_1 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} S_1[t] & P_1[t]\overline{B} & P_1[t]\overline{H} & \overline{C}^{\mathrm{T}}\xi_2 & 0 \\ \overline{B}^{\mathrm{T}}P_1[t] & -\xi_2 I+\zeta_2 E^{\mathrm{T}}E & 0 & 0 & 0 \\ \overline{H}^{\mathrm{T}}P_1[t] & 0 & -\zeta_2 I & 0 & 0 \\ \xi_2\overline{C} & 0 & 0 & -\xi_2 I & B_1^{\mathrm{T}}\xi_2+B_2^{\mathrm{T}}G_2^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & 0 & \xi_2 B_1+B_2 G_2 & -\gamma I \end{bmatrix}<0, \tag{9}$$

和

$$\begin{bmatrix} -P[t_k] & (\widetilde{A}+\widetilde{B}F_1[t_k])^{\mathrm{T}}P[t_k^+] \\ P[t_k^+](\widetilde{A}+\widetilde{B}F_1[t_k]) & -P[t_k^+] \end{bmatrix}<0, \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} -P_1[t_k] & (\widetilde{A}+\widetilde{B}\overline{F}_1[t_k])^{\mathrm{T}}P_1[t_k^+] \\ P_1[t_k^+](\widetilde{A}+\widetilde{B}\overline{F}_1[t_k]) & -P_1[t_k^+] \end{bmatrix}<0, \tag{11}$$

$$P_1[t]\leqslant a_1\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1,\ a_2\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1\geqslant P_2[t]\geqslant b\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1, \tag{12}$$

其中 $S[t]=Y[t_k]+P[t]\overline{A}+\overline{A}^{\mathrm{T}}P[t]+\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1$,$S_1[t]=Y_1[t_k]+P_1[t]\overline{A}+\overline{A}^{\mathrm{T}}P_1[t]+c_k\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1$,$G_1=\xi_1F_2$,$G_2=\xi_2F_2$,则闭环系统(1)～(4)鲁棒渐近稳定,且 $\|z(t)\|<\sigma,t\geqslant 0$.

4　最优采样控制

在上节的基础上,对于给定的正常数 $\delta(\|z_0\|<\delta)$,$\sigma(\delta<\sigma)$,进一步考虑非线性系统(1)和(2)满足约束 $\|z(t)\|<\sigma(t\geqslant 0)$ 和性能指标

$$J=\int_0^{\infty}[\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(s)R\boldsymbol{z}(s)+\boldsymbol{\delta}_{r2}^{\mathrm{T}}(s)Q\boldsymbol{\delta}_{r2}(s)]\mathrm{d}s \tag{13}$$

下的最优采样控制问题,其中 R 是半正定对称阵,Q 是正定对称阵. 记 $\overline{R}=\begin{bmatrix} C_1^{\mathrm{T}}RC_1 & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

定理2. 在定理1条件下,若将式(8)和(10)改为,当 $t\in(t_k,t_{k+1}]$ 时满足 $\xi_1 I-\zeta_1 E^{\mathrm{T}}E>0$,

$$\begin{bmatrix} S[t] & P[t]\overline{B} & P[t]\overline{H} & \overline{C}^{\mathrm{T}}\xi_1 & 0 \\ \overline{B}^{\mathrm{T}}P[t] & -\xi_1 I+\zeta_1 E^{\mathrm{T}}E & 0 & 0 & 0 \\ \overline{H}^{\mathrm{T}}P[t] & 0 & -\zeta_1 I & 0 & 0 \\ \xi_1\overline{C} & 0 & 0 & -\xi_1 I & B_1^{\mathrm{T}}\xi_1+B_2^{\mathrm{T}}G_1^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & 0 & \xi_1 B_1+B_2 G_1 & -\gamma I \end{bmatrix}<0, \tag{14}$$

和

$$\begin{bmatrix} -P[t_k] & (\widetilde{A}+\widetilde{B}F_1[t_k])^{\mathrm{T}}P[t_k^+] & \overline{F}_1^{\mathrm{T}}[t_k] \\ P[t_k^+](\widetilde{A}+\widetilde{B}F_1[t_k]) & -P[t_k^+] & 0 \\ \overline{F}_1[t_k] & 0 & -(T_sQ)^{-1} \end{bmatrix}<0, \tag{15}$$

其中 $S[t]=\overline{R}+Y[t_k]+P[t]\overline{A}+\overline{A}^{\mathrm{T}}P[t]+\overline{C}_1^{\mathrm{T}}\overline{C}_1$,则闭环系统(1)～(4)鲁棒渐近稳定,$\|z(t)\|<\sigma,t\geqslant 0$,且控制 $\boldsymbol{\delta}_r^*(t)=F_2\boldsymbol{\delta}_f(t)+\boldsymbol{\delta}_{r2}(t)$ 为最优.

定理1和定理2的证明,因篇幅有限,此处略去.

5　算法与算例

下面给出鲁棒采样最优控制的算法,鲁棒采样控制的算法类似. 它是文献[2]的算法

的推广.

(a) 选择合适的时域参数 c_k,δ,σ 和 ε,设 $k=0$;

(b) 选取 $P[t_k^+]$和 $P_1[t_k^+]$的初值 $X[t_k^+]=P[t_k^+],X_1[t_k^+]=P_1[t_k^+]$;

(c) 求解下列广义特征值问题

$$\min\alpha$$

$$\text{s.t.}\begin{bmatrix} -P[t_k] & \widetilde{A}^{\mathrm{T}}P[t_k^+] & \overline{F}_1^{\mathrm{T}}[t_k](T_sQ)^{1/2} \\ P[t_k^+]\widetilde{A} & -\alpha^2P[t_k^+]-\Theta(P,X) & P[t_k^+]\widetilde{B}(T_sQ)^{-1/2} \\ (T_sQ)^{1/2}\overline{F}_1[t_k] & (T_sQ)^{-1/2}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}P[t_k^+] & -I \end{bmatrix}<0, \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} -P_1[t_k] & \widetilde{A}^{\mathrm{T}}P_1[t_k^+] & \varepsilon\overline{F}_1^{\mathrm{T}}[t_k] \\ P_1[t_k^+]\widetilde{A} & -\alpha^2P_1[t_k^+]-\Theta(P_1,X_1) & \varepsilon^{-1}P_1[t_k^+]\widetilde{B} \\ \varepsilon\overline{F}_1[t_k] & \varepsilon^{-1}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}P_1[t_k^+] & -I \end{bmatrix}<0, \tag{17}$$

以及条件式(9),(12)和(14),其中 $\Theta(P,X)=X[t_k^+]\widetilde{B}(T_sQ)^{-1}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}P[t_k^+]+P[t_k^+]\widetilde{B}(T_sQ)^{-1}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}X[t_k^+]-X[t_k^+]\widetilde{B}(T_sQ)^{-1}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}X[t_k^+]$,$\Theta(P_1,X_1)=\varepsilon^{-2}X_1[t_k^+]\widetilde{B}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}P_1[t_k^+]+\varepsilon^{-2}\times P_1[t_k^+]\widetilde{B}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}X_1[t_k^+]-\varepsilon^2X_1[t_k^+]\widetilde{B}\widetilde{B}^{\mathrm{T}}X_1\times[t_k^+]$;

(d) 若满足计算精度,$\alpha=1,k=k+1$,转(f),否则无可行解,停止;

(e) 否则,设 $X[t_k^+]=P[t_k^+],X_1[t_k^+]=P_1[t_k^+]$,转(c);

(f) 若 k 达到预定步数,停止,(c)步的解即为最优解.

下面给出一算例.考虑某典型车型[3],系统(1)和(2)的参数为

$A=\begin{bmatrix}0 & -0.1193\times10^{-4}\\0 & 0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0.0239 & 0.0239\\0.3526 & -0.3603\end{bmatrix}\times10^{-3}$, $H=\begin{bmatrix}0.0239 & 0.0239\\0.3526 & -0.3603\end{bmatrix}\times10^{-4}$, $E=\begin{bmatrix}1000 & 0\\0 & 1000\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}1.0 & 0.0662\\1.0 & -0.0677\end{bmatrix}$, $B_2=\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$, $B_1=\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}$, $C_1=[1\quad 0]$. 时域参数为 $\delta=0.02,\sigma=0.1,c_k=1,c_{k+1}=2$. 选采样周期为 $T_s=0.01\mathrm{s},\varepsilon=0.001,R=2,Q=10^{-4}$. 采用上述算法每次迭代4步后得到系统(1)和(2)的控制器为 $F_1[t_k]=[0.1702\quad -0.0268]$,$F_1[t_{k+1}]=[0.1698\quad -0.0245]$,$F_2=-0.491$. 在控制的作用下,侧偏角显著减少,从而减少侧向加速度,以提高汽车的行驶稳定性,如图1所示.

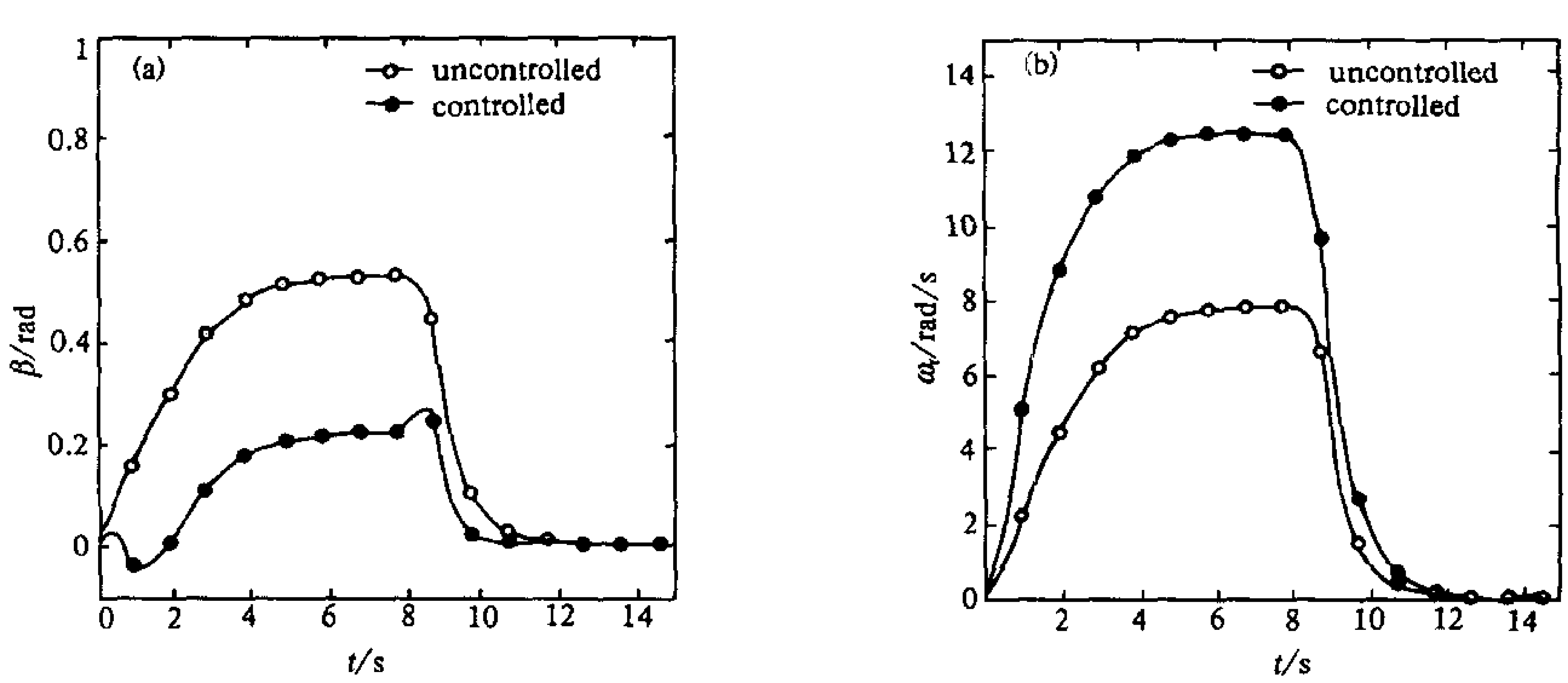

图1 汽车转向控制系统动态仿真

6　结束语

近年来,对一种数字控制的直接设计方法——采样系统控制引起了广泛的重视.由于采样系统本质上是包含连续信号和离散信号的混合系统,本文在以往对于实用稳定性的研究基础上,研究了具有输出约束的一类非线性不确定系统的鲁棒采样控制和鲁棒采样最优控制问题,结果表示为一些矩阵不等式,最后并给出了一个迭代算法.仿真实例验证了算法的合理性.与以往的结果相比,本文提出的方法可以处理采样系统的不确定性和输出(状态)的约束,因此本研究具有较大的理论意义和实用价值.

参　考　文　献

1　Hara S, Yamamoto Y, Fujioka H. Modern and classical analysis/synthesis methods in sampled-data control——a brief overview with numerical examples. In:Proceeding of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, 1996,1251～1256

2　Hu L-S, Shao H-H, Sun Y-X. Sampled-data control for time-delay uncertain linear systems. *Control Theory and Applications*, 2000, **17**(3):453～456

3　胡立生,孙优贤,李幼德.汽车四轮转向控制的二自由度鲁棒控制器的设计.控制理论与应用,1999,**16**(5):715～717

胡立生　1964年生,博士后.目前研究兴趣是汽车稳定控制系统的高级控制理论及其算法.

(上接第834页)

二、征文要求

(1)被录用论文将由正式出版社出版《自动化理论》技术及应用》(卷8),论文应具有一定的学术或实用价值,未在国内外学术期刊或会议发表过;(2)论文第一作者的年龄不超过40岁;(3)来稿中英文皆可,请用 word97文稿编排,A4纸打印,一式三份并附软盘;(4)格式参考自动化学报;(5)投稿时请注明文章所属的方向(见征文范围);(6)请说明联系作者的详细通讯地址、电话及电子邮件信箱;(7)因版权等引起的纠纷,作者自负。

三、重要日期

论文截稿时间为2001年3月15日;录用日期:2001年5月15日以前发录用与否通知

四、投稿地址

广西桂林电子工业学院计算机系 YAC'2001组委会

邮政编码:541004

联系人:党选举

电话:0773-5601443　　传真:0773-5605690　Email:ccxjdang@gliet.edu.cn

来稿还可寄:广西桂林空军学院实验管理中心 YAC'2001组委会

邮政编码:541003

联系人:倪国旗

电话:0773-2084067或0773-3604450转84067　Email:niguoqi@163.net