

基于时间 Petri 网模型的缓冲优先 调度策略稳定性分析¹⁾

林 闯

(清华大学计算机系 北京 100084)

(E-mail: chlin@tsinghua.edu.cn)

戴琼海

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘 要 描述了一种时间 Petri 网模型和方法, 它能对具有缓冲优先调度可重入生产线系统进行稳定性分析. 基于系统模型标识的动态变化, 以缓冲界限概念作为稳定性分析判据. 这种方法可用于具有固定优先次序调度策略的稳定性分析. 推导了基本时间 Petri 网结构的稳定特性以及具有正反馈环系统稳定的充分条件. 这些研究结果可以用于多种实际系统的稳定性分析.

关键词 稳定性, 缓冲界限, 优先调度, 正反馈, 时间 Petri 网.

STABILITY ANALYSIS OF BUFFER PRIORITY SCHEDULING POLICIES USING TIMED PETRI NET MODELS

LIN Chuang

(*Depart. of Computer Science, Tsinghua University, Beijing 100084*)

DAI Qionghai

(*Depart. of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084*)

Abstract A timed Petri net approach to determining the conditions for stability of a reentrant line system with buffer priority scheduling policy is described in this paper. We use the concept of buffer boundedness based on the dynamic behavior of the markings in the system model. The method is used to demonstrate the stability of the fixed priority scheduling policies. We derive stability properties of basic timed Petri net structures and sufficient conditions for system stability based on the concept of positive feedback loop (PFL). These new results can be applied to the stability analysis of the systems.

Key words Stability, buffer boundedness, priority scheduling, positive feedback, timed Petri nets.

1) 国家自然科学基金(69873012)和国家重点基础研究发展规划(G1999032707)资助项目.

1 引言

在制造系统、分布系统和计算机网络等系统中,经常需要选择一种控制或调度策略来优化一个给定的性能目标.这就提出了一个根本性问题:当选择一种调度策略时,它是“稳定”的吗?稳定的概念在这里意味着,由要求(在制造系统中要求可以看作部件,在排队系统中可以看作顾客)所引发的延时时间,也可是循环时间,是有界的.根据 Little 的理论,在这个意义上的稳定性与要求在缓冲中的数量有界是相等价的.对于马尔可夫过程来说,稳定性意味着一个稳定状态分布的存在,亦即正递归的存在^[1].

在排队论中,一个网络只要确保它的总传输密度($\rho = \lambda/\mu$, λ 是总输入速率, μ 是总服务速率)小于1,它就是稳定的^[2].然而,对于具有确定缓冲调度策略的多级系统来说,甚至当它的传输密度小于1时,不稳定也可能发生^[3].

已有一些方法^[4],判定给定的一个网络系统或调度策略是否稳定.在这个工作中,我们使用 Petri 网模型来模拟具有缓冲优先调度的系统. Petri 网是描述优先调度、不确定性、并行和异步操作的有效模型工具^[5,6].另外, Petri 网模型可以直观显示系统的正反馈结构,它是造成不稳定的主要因素.在本文中,我们推导了基本时间 Petri 网结构的稳定特性和正反馈环系统稳定的充分条件.

2 系统结构和稳定性

我们所研究的系统结构主要为可重入的生产线,它的路由选择是确定的,顾客(部件)传送可以成批的,而且缓冲优先级调度不是抢占的(non-preemptive).这个系统包括 S 个服务站,每一个服务站 i 包括 m_i 个相同的可以并行执行的机器.在服务站中,共有 K 个缓冲器.在缓冲器 k 中的顾客在服务站 $s(k)$ 接受服务,连续服务时间为 t_k ,服务的机器为安装在这服务站 $m_{s(k)}$ 个机器中的一个.由于路由选择是确定的,规定顾客首先到达缓冲器 1,在接收服务后,顾客被送到缓冲器 2,按此运行,直至顾客最后到达缓冲器 K ,在最后缓冲器中的顾客完成服务后,顾客离开系统.这种系统的关键特性是它的可重入结构和资源共享.

对于每一个服务站 $i=1, \dots, S$,一个顾客在服务站 i 所要求的平均工作时间定义如下:

$$w_i = \sum_{\{k|s(k)=i\}} \frac{t_k}{m_i}. \quad (1)$$

为了保证系统的稳定性,明显的必要条件是使容量限制满足

$$\rho = \max(\lambda w_i) < 1, \text{ for } i = 1, \dots, S. \quad (2)$$

我们将容量限制 ρ 定义为系统的负载.下面将看到式(2)条件,对于具有优先调度系统的稳定性来说,它仅是必要条件,而不是充分条件.在本文的应用中,我们要考虑的缓冲优先级调度策略包括先缓冲先服务(first buffer first served, FBFS)和后缓冲先服务(last buffer first served, LBFS).在 FBFS 中,每一个服务站按顾客访问缓冲的次序分配服务的优先级,排在前面的缓冲有较高的优先级.在 LBFS 中,缓冲优先级的次序与 FBFS 的

次序正好相反. 让 $B_i = \{k | s(k) = i\}$ 表示每一个服务站 i 的缓冲集合. FBFS 和 LBFS 策略是非懒惰的, 亦即在每个服务站 i 的机器仅当在 B_i 中的所有缓冲都是空时, 才能处于空闲.

在可重入生产线的 Petri 网模型中, 缓冲使用位置来表示, 服务进程用变迁表示. 在这种系统模型中, 除了第一个和最后一个变迁外, 每一个变迁总是连接两个相邻的缓冲位置, 做为一个缓冲的输出和下一个缓冲的输入. 顾客到达系统是由一个没有输入缓冲位置的变迁(第一个变迁)表示, 顾客离开系统是由一个没有输出缓冲位置的变迁(最后一个变迁)表示. 可变弧(负载标记个数是可变的)用来表示顾客标记的批传送, 亦即在一个缓冲位置的所有顾客标记一次全部传送到另一个缓冲位置. 可变弧在网图中使用符号 N 表示在弧线上. 在本应用中, 服务进程变迁由 p_i 表示, 它的实施速率由 μ_i 表示, 服务延时时间由 $t_i (t_i = 1/\mu_i)$ 表示, 顾客到达变迁由 in 表示, 它的实施建率为 λ 且它的延时间由 $t_{\text{in}} (t_{\text{in}} = 1/\lambda)$ 表示. 每一个缓冲由位置 b_i 表示. 顾客由标记表示.

为了便于分析和显示系统的瞬时行为和状态, 我们采用确定时间 Petri 网模型, 这些结果也可扩充到随机 Petri 网模型^[7], 但不在本文中讨论了.

3 基本时间 Petri 网结构的稳定特性

我们将讨论模拟具有缓冲优先级的可重入生产线系统 Petri 网基本结构的特性. 首先定义一些术语, 这些术语将在规定可重入生产线模型中使用. 不失一般性, 在 Petri 网模型中使用位置 b_i 模拟缓冲 b_i , 当缓冲和位置不需要区别时, 将交替使用缓冲 b_i 和位置 b_i . 传送顾客标记从缓冲 b_i 到 b_{i+1} 的服务进程使用变迁 p_i 模拟.

定义1. 一组缓冲 $L = b_1, \dots, b_n (1 \leq i \leq n)$, 如果在 L 中任何一对连续缓冲 b_k 和 b_{k+1} 直接由一个变迁 $p_k (1 \leq k \leq n)$ 相连接, L 叫做缓冲序列.

在 Petri 网模型中, 禁止弧用于规定在两个缓冲之间的优先次序. 一个从位置 b_i 到变迁 p_j 的禁止弧, 如果 $i < j$, 这个禁止弧叫做流方向禁止弧, 否则它叫做反馈禁止弧. 流方向禁止弧同顾客标记流动方向一致, 而反馈禁止弧与顾客标记流向相反. 这两种禁止弧分别用于实现 FBFS 和 LBFS 调度策略.

定义2. 如果 $L = b_i, \dots, b_n (1 \leq n - i)$ 是一个缓冲序列, 而且 b_i 和 b_n 通过一个从 b_n 到变迁 p_i 的反馈禁止弧相连接, L 叫做一个缓冲环. 当一个缓冲环仅包含一个反馈禁止弧时, 这个缓冲环叫做简单缓冲环.

定义3. 让 $L = b_i, \dots, b_n (1 \leq n - i)$ 是一个缓冲环. 对于每一对相邻缓冲 b_k 和 $b_{k+1} (i \leq k \leq n)$ 存在下列两条件之一: 1) 从 b_k 到变迁 p_{k+1} 之间存在一个流方向禁止弧; 2) 连接 b_k 到变迁 p_k 的输入弧和连接 p_k 到 b_{k+1} 的输出弧二者都是可变弧. 在 L 中, 至少存在一个从缓冲 b_j 到变迁 $p_{j+1} (i \leq j < n)$ 的流方向禁止弧, 那么 L 被叫做正反馈环(PFL).

为了简化网图, 在下面的模型中, 除非明显规定, 表示机器的位置一般都删除. 使用 P

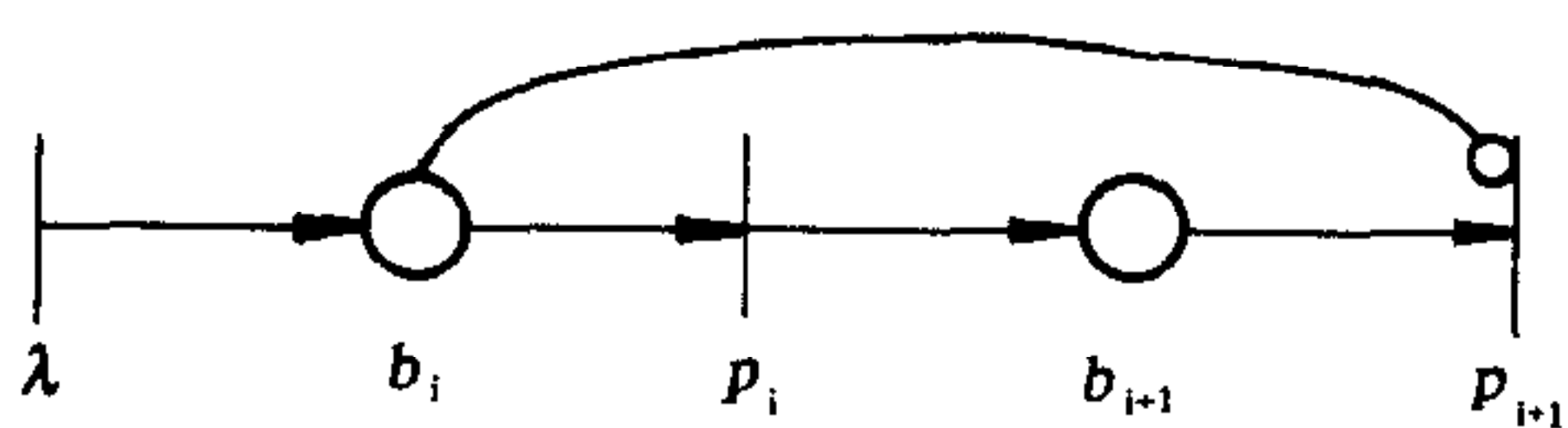


图1 一个具有流向禁止弧的子模型

(b_i) 表示缓冲 b_i 的优先级. 位置 b_i 的标识是一个时间 t 的函数, 由 $M(b_i, t)$ 表示.

在动态系统中, 稳定性通常意味着“渐近稳定”, 亦即一个抽样检测到固定的和稳定点的收敛. 在时间 Petri 网中, 抽样是由位置中标记在

不同时间点的数量表示. 让我们检测在两个相邻缓冲之间的标记数量随时间变化的关系和禁止弧的影响. 在如下讨论中, 假定这些子模型的参数都满足式(2).

在图1中, 变迁 p_i 比 p_{i+1} 有较高的优先级, 亦即当 b_i 包括标记时, p_i 可以实施但 p_{i+1} 一直到 b_i 为空不能实施.

让 $M(b_i, t) > 0, M(b_{i+1}, t) = 0$. τ_i 是一个实数表示一个时间区间, 以至于在 $t + \tau_i$ 时, 缓冲 b_i 变为空, 亦即, $M(b_i, t + \tau_i) = 0$, 那么 τ_i 满足

$$\tau_i = t_i(M(b_i, t) + \lfloor \lambda \tau_i \rfloor), \quad (3)$$

其中 $\lfloor x \rfloor$ 表示小于或等于 x 的最大整数, t_i 是变迁 p_i 的实施时间. 从而可得

$$\frac{M(b_i, t) - 1}{\mu_i - \lambda} < \tau_i \leq \frac{M(b_i, t)}{\mu_i - \lambda}. \quad (4)$$

应该注意到可能有几个 τ_i 的值满足式(3), 在这些值中选择应使最后一个顾客在 $t + \tau_i - t_i$ 之前达到 b_i . 例如, 对于 $M(b_i, t) = m, t_i = 2/3$ 且 $\lambda = 1$, τ_i 可能采用三个值: $2m, 2m - 1 + 1/3$ 和 $2m - 2 + 2/3$. 在这三个值中, 前两个不能入选. 例如, 如果 $2m$ 入选做为 τ_i , 进程 p_i 在 $t + \tau_i$ 时可以完成服务 $3m$ 个顾客, 最后一个顾客在 $t + 2m$ 时到达, 但是最后的服务必须在 $t + 2m - 2/3$ 时开始, 这是不可能的. 当 $2m - 2 + 2/3$ 选择做为 τ_i 时, 就没有如此问题. 进程 p_i 在 $t + \tau_i$ 时能完成服务 $3m - 2$ 个顾客. 最后一个顾客到达在 $t + 2m - 2$, 它的服务开始在 $t + 2m - 2$.

因此, 在 $t + \tau_i$ 时有

$$\left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_i, t) - 1}{\mu_i - \lambda} \right) \right\rfloor + M(b_i, t) < M(b_{i+1}, t + \tau_i) \leq M(b_i, t) + \left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_i, t)}{\mu_i - \lambda} \right) \right\rfloor. \quad (5)$$

下面要考虑的情况是具有反馈禁止弧的子网, 如图2所示.

对于这个模型, 让 $M(b_i, t) > 0, M(b_j, t) = 0$ 且 τ_i 表示一个时间区间以至于在 $t + \tau_i$ 时, 缓冲 b_i 变为空, 亦即 $M(b_i, t + \tau_i) = 0$, 那么 τ_i 满足

$$\tau_i = t_i(M(b_i, t) + f(k)), \quad (6)$$

其中 $f(k)$ 表示在 τ_i 期间进入 b_i 的顾客个数, 这个函数取决于 τ_i 的长短, 从 p_j 到 p_i 的延时时间总和和从 p_j 到 p_i 这条缓冲序列的结构. 因此, 在 $t + \tau_i$ 时有

$$M(b_j, t + \tau_i) = \lfloor \lambda \tau_i \rfloor \geq \lfloor \lambda t_i M(b_i, t) \rfloor. \quad (7)$$

图3显示了一个具有可变弧的子网. p_i 使用一对可变弧连接两个缓冲 b_i 和 b_{i+1} , 这个模型表示进程 p_i 能够进行批传送.

让 $M(b_i, t) > 0, M(b_{i+1}, t) = 0$ 且 τ_i 表示一个时间区间以至于在 $t + \tau_i$ 时, 缓冲 b_i 变为空, 亦即 $M(b_i, t + \tau_i) = 0$, 那么有

$$M(b_{i+1}, t + \tau_i) = M(b_i, t), \quad \tau_i = t_i. \quad (8)$$

在图4中, 变迁 p_i 使用正常弧连接两个缓冲 b_i 和 b_{i+1} .

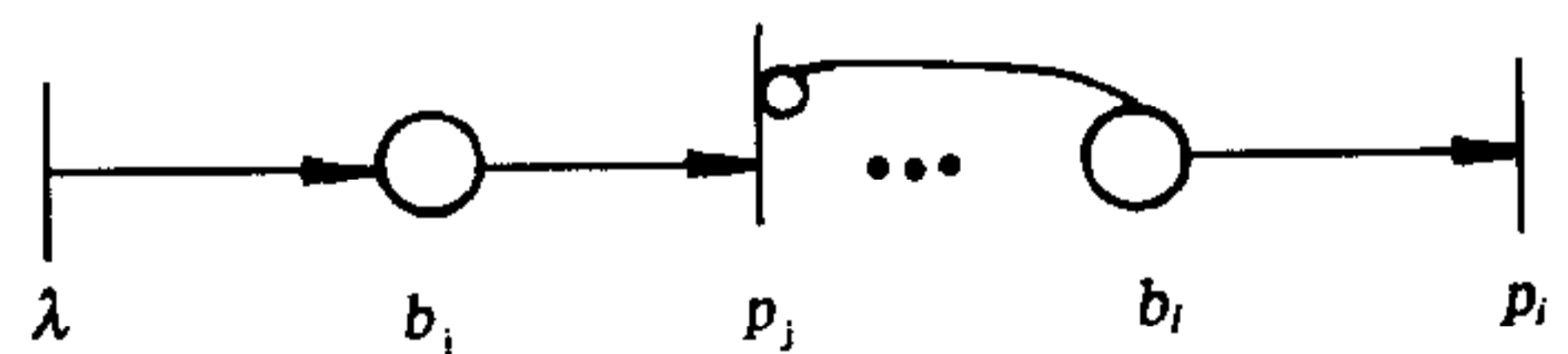


图2 一个具有反馈禁止弧的子模型

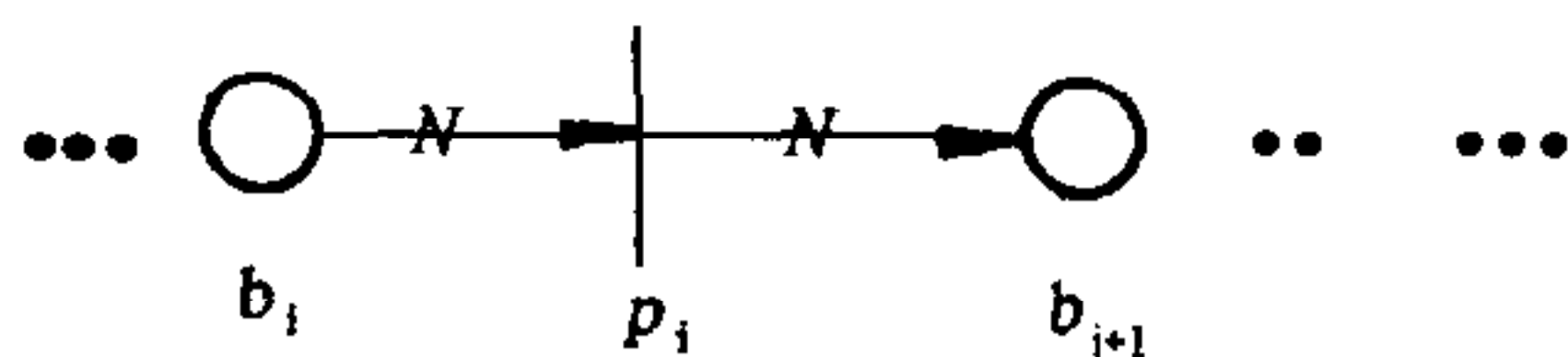


图3 一个具有可变弧的子网模型

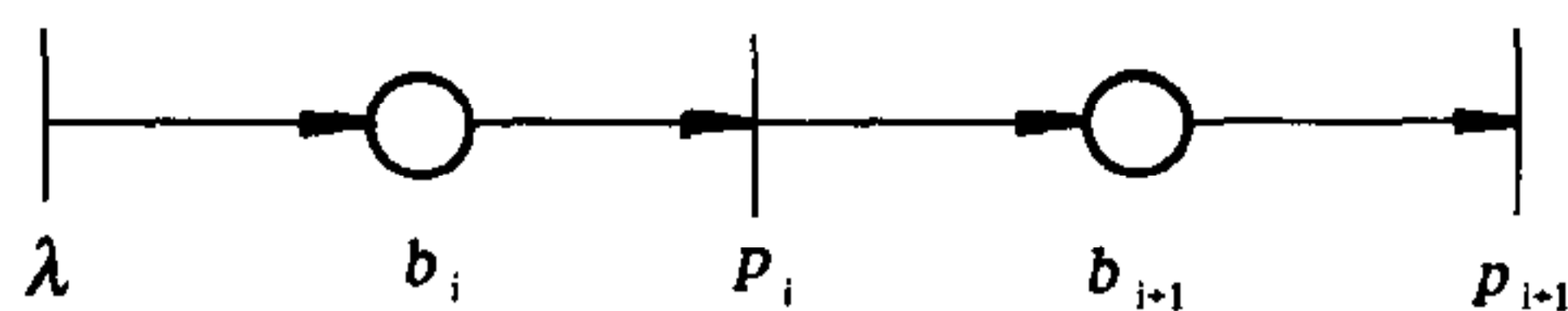


图4 一个具有正常弧的子网模型

让 $M(b_i, t) > 0, M(b_{i+1}, t) = 0$ 且 τ_i 表示一个时间区间以至于在 $t + \tau_i$ 时, 缓冲 b_i 变为空, 亦即 $M(b_i, t + \tau_i) = 0$. 当 $t_i M(b_i, t) \leq t_{i+1}$ (因为式(2)满足, $t_{i+1} < 1/\lambda$) 时, 有 $M(b_{i+1}, t + \tau_i) = M(b_i, t)$ 且 $\tau_i = t_i M(b_i, t)$. 当 $t_i M(b_i, t) > t_{i+1}$ (因为式(2)满足, $t_i < 1/\lambda$ 且 $t_{i+1} < 1/\lambda$) 时, 有 $M(b_{i+1}, t + \tau_i) < M(b_i, t)$. 因此, 能获得如下方程

$$M(b_{i+1}, t + \tau_i) \leq M(b_i, t). \tag{9}$$

下面讨论调度策略的稳定特性.

定义4. 给定一个调度策略, 如果系统对于任何到达速率 λ 满足式(2), 且它的任一缓冲 b_i 在任何时刻 t 都有 $M(b_i, t) \leq N$, 其中 N 是一个正整数(值取决于系统的初始标识和 λ), 则称这个调度策略是稳定的.

在上述定义中, 任何到达率 λ 是指满足式(2)范围内的速率. 在模型研究中, 缓冲的初始标识是假定在初始时刻 $t, M(b_1, t) > 0$ 且 $M(b_i, t) = 0 (2 \leq i \leq K)$.

4 具有 PFL 系统的不稳定性

当一个系统满足式(2)且它的网模型包含一个 PFL 结构, 则可用下面的定理决定该系统是否是不稳定的.

定理1. 一个具有 PFL 系统的不稳定性的充分条件: 让一个系统 $L = b_1, \dots, b_k (k > 2)$ 至少包含一个 PFL $L_1 = b_1, \dots, b_n, \dots, b_m (1 \leq n < m \leq k)$, 在 L_1 中存在一个流方向禁止弧连接缓冲 b_n 到变迁 p_{i+1} . 缓冲 b_1 的初始标识是 $N = M(b_1, t)$, 顾客到达系统的速率是 λ 而且系统满足式(2). 如果不等式

$$\left\lfloor \frac{\lambda}{\mu_m} \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{N-1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + N \right) \right\rfloor > N \tag{10}$$

成立, 则系统 L 是不稳定的.

证明. 根据方程(5)~(9), 对于一个 PFL, 存在一个时间序列 $\tau_1 < \tau_2 < \dots, < \tau_n < \dots, < \tau_{m-1}$, 以至于 $M(b_1, t) \leq M(b_2, t + \tau_1) \leq \dots \leq M(b_{n+1}, t + \tau_n) \leq \dots \leq M(b_m, t + \tau_{m-1})$ 且

$$M(b_{n+1}, t + \tau_n) > \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_n, t + \tau_{n-1}) - 1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + M(b_n, t + \tau_{n-1}) \right).$$

因为 $M(b_1, t) \leq M(b_n, t + \tau_{n-1})$ 且 $M(b_{n+1}, t + \tau_n) \leq M(b_m, t + \tau_{m-1})$, 有 $M(b_{n+1}, t + \tau_n) > \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_1, t) - 1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + M(b_1, t) \right)$ 和 $M(b_m, t + \tau_{m-1}) > \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_1, t) - 1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + M(b_1, t) \right)$.

让 τ_m 表示一个时间期间以至于在 $t + \tau_m (\tau_m > \tau_{m-1})$ 时刻, $M(b_m, t + \tau_m) = 0$. 根据式(7)有

$$M(b_1, t + \tau_m) \geq \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{M(b_1, t) - 1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + M(b_1, t) \frac{\lambda}{\mu_m} \right) = \left\lfloor \frac{\lambda}{\mu_m} \left(\left\lfloor \lambda \left(\frac{N-1}{\mu_n - \lambda} \right) \right\rfloor + N \right) \right\rfloor.$$

上述方程连同条件(10)意味着 $M(b_1, t + \tau_m) > M(b_1, t)$. 因此,在 L 缓冲中的部件数量是一个随着时间增加而增长的函数,亦即系统 L 是不稳定的. 证毕.

当一个 PFL 包含多个流方向禁止弧时,上述不稳定的充分条件可以有更松弛的限制. 在定理1中,式(10)对于任何包含一个以上流方向禁止弧的 PFL 的不稳定性都是充分条件.

5 结论

系统的稳定性是选择适当控制、调度策略的一个重要判据. 在本文中,稳定性研究集中在缓冲位置中顾客个数的增长变化上. 在这个工作中,主要研究了可重入生产线系统,使用 Petri 网模型来模拟具有缓冲优先调度的系统. 我们推导了基本时间 Petri 网结构的稳定特性、有正反馈环系统稳定的充分条件. 这些研究结果可以用于多种实际系统的稳定性分析. 多种、复杂系统的控制、调度策略的稳定性是我们进一步的研究方向.

参 考 文 献

- 1 Kumar P R, Meyn S P. Stability of queuing networks and scheduling policies, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1995, **40**(2): 251~260
- 2 Kleinrock L. Queuing systems Volume I: theory. New York: John Wiley and Sons, 1975
- 3 Lu S H, Kumar P R. Distributed scheduling based on due dates and buffer priorities, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1991, **36**(12): 1406~1416
- 4 Meyn S P, Tweedie R L. Stability of Markovian processes I: criteria for discrete-time chains. *Advanced Applied Probability*, 1992, **24**: 542~574
- 5 林闯. ATM 网络基于队列长度阈值的传输调度. 软件学报, 1998, **9**(4): 316~320
- 6 林闯. ATM 网络一种实时传输调度和信元丢失控制的综合方案. 计算机学报, 1998, **21**(4): 333~340
- 7 Lin C, Marinescu D C. Stochastic high level Petri nets and applications. *IEEE Trans. on Computers*, 1988, **C-37**(7): 815~825

林 闯 1948年生,博士,教授,博士生导师,中科院网络中心和北京科技大学兼职教授,计算机学报编委. 主要研究领域为系统性能评价、计算机网络、随机 Petri 网、逻辑推理模型等.

戴琼海 1964年生,博士,副教授. 主要研究领域为宽带网络、智能控制等.