

研究简报

图像编码中双正交小波基能量 聚集特性的度量¹⁾

马波 裘正定

(北方交通大学信息所 北京 100044 E-mail: waveletmb@263.net)

关键词 图像, 编码, 小波基, 能量聚集.

THE MEASUREMENT OF ENERGY CONCENTRATION PROPERTY PRODUCED BY BIORTHOGONAL WAVELET BASIS IN IMAGE CODING

MA Bo QIU Zhengding

(The Information Institute of Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

Key words Image, coding, wavelet basis, energy concentration.

1 引言

为了避免图像编码中的相位失真,希望滤波器的有限脉冲响应(FIR)具有线性相位特性,这对采用小波分解不同尺度上的相关性(比如零树量化编码)来进行量化的图像编码是非常有益的,因为它不需要相位补偿就可精确重构图像.为了保持线性相位特性,同时使小波变换后的能量主要集中在低频分量中,作者采用具有紧支集的双正交小波基.在低码率图像的变换编码中,受到关注的是变换的能量聚集特性,从逼近的观点看,这使得只用很少的变换系数就可以得到许多不同图像的精确逼近.然而到目前为止,还未能变换编码的效果与双正交小波的特征参数之间建立起有效的对应关系;为此,我们构造了一种描述双正交小波波形集中度的特征参数 MSR,并用它来作为提高小波变换编码效率时选择最优双正交小波基的一个重要参数.

2 编码增益与特征参数的关系

由信源编码理论知,变换编码的理论编码增益是由变换的能量聚集特性决定的,因此

1) 国家863通信主题基金资助项目.

编码增益被广泛地用作正交信号编码系统的理论效果的一种度量. Dong Wei^[1]的研究表明分析和综合小波的正则性以及消逝矩数等特性与表示能量聚集特性的理论参数—编码增益 G_{SBC} 没有太大的联系. 所以, 小波基的正则性、消逝矩特性等特征参数不能较直接地反映变换的能量聚集特性. 那么自然而然地就提出了这样一个问题, 即用什么样的小波特征参数可以较准确地反映变换的能量聚集特性, 并找到与反映图像重构质量的峰峰信噪比 PSNR 的一个直接对应.

3 能量聚集特性的度量

对双正交小波基而言任一函数 $x(t) \in L^2\{\mathcal{R}\}$ 可表为

$$x(t) = \sum_m \sum_n \check{x}_{m,n} 2^{-\frac{m}{2}} \bar{\psi}(2^{-m}t - n), \tag{1}$$

其中 $\check{x}_{m,n}$ 为 $x(t)$ 的离散双正交小波变换系数, 而 $\bar{\psi}(t)$ 为综合小波. 由式(1)可以看到分解系数引起的重构信号中的误差将通过综合小波 $\bar{\psi}(t)$ 在信号中扩散, 误差扩散的程度和特征依赖于综合小波的形状. 为此构造了称为主旁比 MSR (Main-wave to side-wave ratio) 的指标, 它是小波主瓣能量与小波旁瓣能量的比值乘上一个波形集中度参数. MSR 值越大, 小波的波形就越集中, 能量聚集特性也越显著, 误差的扩散就减小.

3.1 MSR 的构造

对于小波函数 $\psi(t)$, 由于它是双正交的, 故其波形具有对称性. 设 $\text{Supp}\psi(t) \subset [a, b]$, 分别考虑奇对称和偶对称两种典型的情况(见图1). 于是偶对称的主瓣与旁瓣面积之比为

$$\Omega = \frac{\int_c^d |\psi(t)| dt}{2 \int_a^c |\psi(t)| dt} \quad (\text{奇对称为 } \Omega = \frac{\int_c^d |\psi(t)| dt}{2 \int_a^c |\psi(t)| dt}), \text{ 波形集中度为 } \Theta = |m/d - c| \quad (\text{奇对称为 } \Theta = |2m/d - c|), \text{ 因此有: MSR} = \Omega \cdot \Theta$$

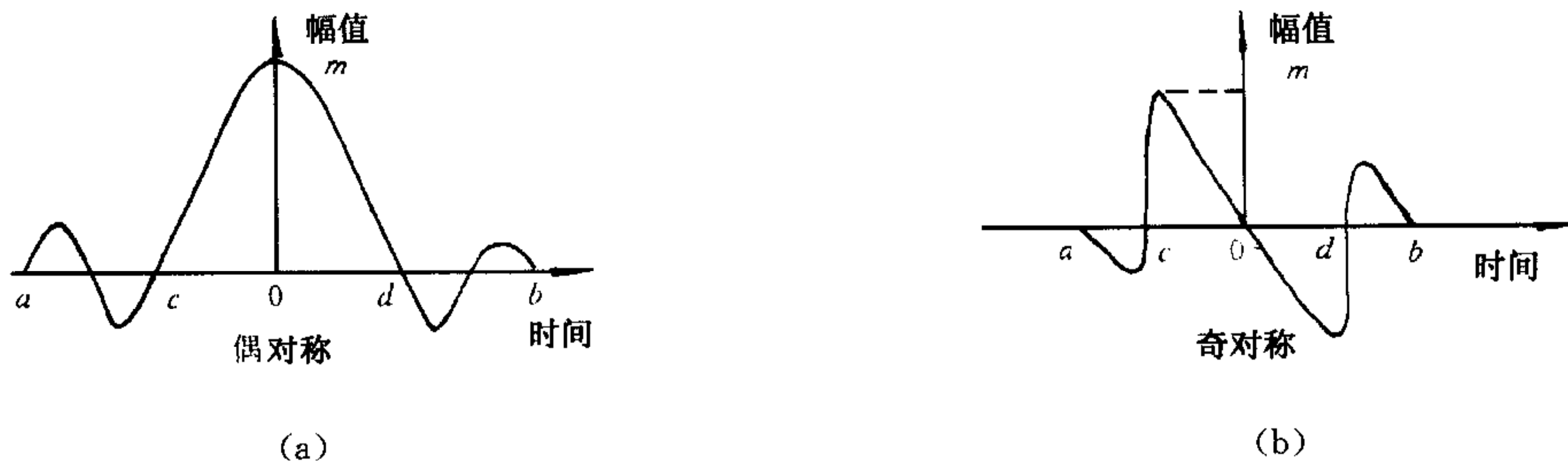


图1 典型的双正交小波

3.2 对常用标准双正交小波的 MSR 度量

为了进一步刻划 MSR 系数与重构图像的质量之间的关系, 我们对六个较常用于图像压缩编码的著名小波基根据所公布的滤波器值绘制了如图2所示的3种综合小波的波形图, 并利用它们对标准图像(少女 lena 和山魃 mandrill)进行小波分解, 分解系数采用小波一分形混合的子树量化算法进行编码^[2,3]. 实验结果如表1所示.

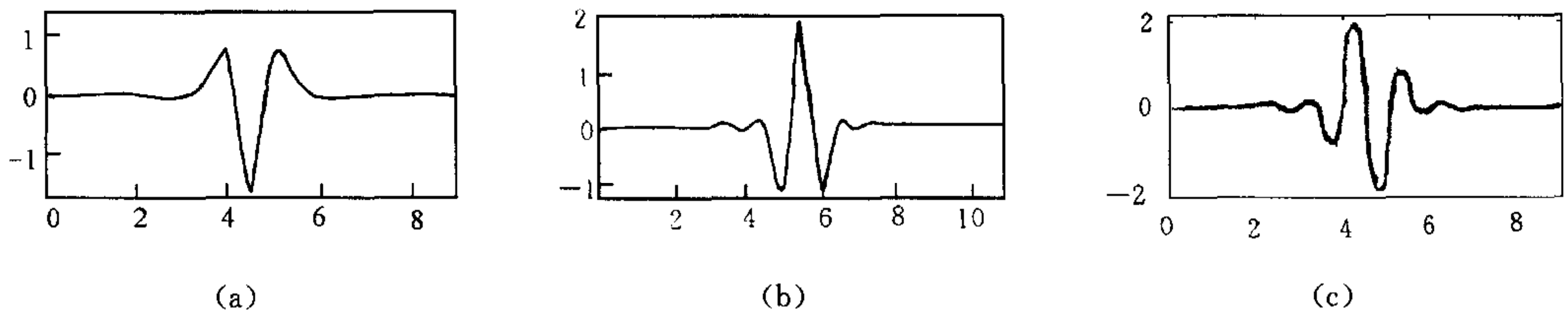


图2 综合小波的波形图

表1 双正交小波基的特征参数值

小波基	编码增益 G_{SBC}		峰峰信噪比 PSNR		比特率 bpp		主旁比 MSR
	少女	山魃	少女	山魃	少女	山魃	
Anto-9-7 ^[4]	49.102	52.307	23.496	19.383	0.0279	0.0270	9.23
Bio-11-9 ^[5]	50.341	52.794	23.276	19.377	0.0276	0.0273	8.81
Bris10 ^[6]	42.723	42.621	23.111	19.224	0.0279	0.0276	6.76

4 结语

从表1中可以发现 MSR 值增大,则其对应的重构图像的 PSNR 值也较高.因此 MSR 作为对综合小波波形集中程度的度量参数同样可作为对小波变换编码算法效果的度量,它与 PSNR 的度量是一致的,而 G_{SBC} 与 PSNR 之间却没有这样的对应关系.当两个滤波器具有相同的 MSR 时,可以考察其编码增益的大小,并根据编码增益值的大小来作为选择双正交小波基的标准.因为就同样的比特率而言,具有较小编码增益的滤波器会有较大的量化误差.对于采用小波分解不同尺度上的相关性来进行量化的图像编码算法中的小波变换设计,最主要的是使 MSR 值较大,而不是象以前所认为的那样,是使正则性或编码增益最大,或者使分析和综合小波比较接近.

参 考 文 献

- 1 Dong Wei, Jun Tian. A new class of biorthogonal wavelet system for image transform coding. *IEEE Trans. Image Processing*, 1998, 7(7):1000~1013
- 2 Davis G M. A wavelet-based analysis of fractal image compression. *IEEE Trans. Image Processing*, 1998, 7(2): 141~154
- 3 Villasenor J. Wavelet filter evaluation for image compression. *IEEE Trans. Image Processing*, 1995, 2(4):1053~1060
- 4 Antonini M, Barlaud M, Daubechies I. Image coding using wavelet transform. *IEEE Trans. Image Processing*, 1992, 1(2):205~220
- 5 Daubechies I. Ten lectures on wavelets. *CBMS, SIAM*. 1994, 61(1):271~280
- 6 Chis Brislawn. Smooth biorthogonal wavelets for applications in image compression. In: *Proceeding of DSP Workshop, Leon, Norway*, 1996, 36(2):1445~1453

马 波 男,1970年5月出生.现为北方交通大学信息研究所博士生.主要从事信号处理、图象压缩以及小波理论方面的研究工作.

裴正定 男,1944年1月出生.北方交通大学信息研究所教授、博士生导师、通信协会理士.长期从事信号处理与通信方面的科研与教学工作.研究领域为信号处理算法理论.多媒体信息处理与通信及 ATM 网络技术,并承担和主持包括自然科学基金和国家“863”计划项目在内的多项科研及产品的开发.