第26卷 第3期 2000年5月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 26, No. 3
May, 2000

研究简报

单机调度中平均流程时间和延期工件数的双目标问题[1)]

司 昕 郑应平 安燮南
(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

关键词 单机调度,多目标,平均流程时间,延期工件数.

BICRITERION PROBLEM IN SINGLE-MACHINE SCHEDULING WITH MEAN FLOW TIME AND NUMBER OF TARDY JOBS

SI Xin ZHENG Yingping AN Xienan
(*Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

Key words Single-machine scheduling, bicriterion, mean flow time, number of tardy jobs.

1 引言

本文在具有平均流程时间和延期工件数两个目标的情况下对单机多目标问题进行研究,所研究的调度环境为假设工件集 N 的 n 个工件在一台机器上进行无中断的加工,每个工件的加工时间、到达时间和交工日期分别为 p_i,r_i 和 d_i,且每个工件在零时刻到达,即 $r_i=0$,其完工时间为 C_i,流程时间 $F_i=C_i-r_i=C_i$,平均流程时间 $\overline{F}=\sum_{i=1}^{n}F_i/n$. 每个工件的延迟 $T_i=\max\{0,c_i-d_i\}$,如果工件 i 是延迟的(即 $T_i>0$),则令 $U_i=1$;否则 $U_i=0$. 延期工件个数记为 $n_T=\sum U_i,i=1,2,\cdots n$.

本文所要讨论的问题是(P):在上述调度环境下,如何确定工件的一个加工排序,使得平均流程时间 $\overline{F}$ 和延期工件数 n_T 这个双目标问题达到最优,采用 Graham 等人的三参数表示法[2],将此问题记为$1//\overline{F},n_T$.

对于单机调度中的双目标问题的研究,目前主要有三中形式:

1)$1//\gamma_2|\gamma_1$,即在保证目标 γ_1为最优的情况下,使目标 γ_2达到最优;

---

1)国家自然科学基金(69635030)资助项目.
收稿日期 1998-07-21 收修改稿日期 1999-01-08

2)有效点集合形式$1//\gamma_1,\gamma_2$,即使目标γ_1,γ_2尽量都达到最优,这样得出的结果是一系列有效点的形式,而非单一的点;

3)加权形式$1//f(\gamma_1,\gamma_2)$,即目标γ_1,γ_2的函数表达形式,一般情况下为γ_1,γ_2的线性加权表达式.

本文所研究的目标为有效点集合形式,即$1//\gamma_1,\gamma_2$.

在有m个目标的单机调度问题的排序中,设其解集为R,其中每一解$\boldsymbol{r}\in R$是一个具有m维的向量$(r_1,r_2,\cdots,r_m)$,r_j表示第j个目标的值.这里先给出有关有效解的定义.

定义. 称$\boldsymbol{r}$为此多目标问题的一个有效解,如果对于排序s,不存在另一个排序s',使得

(i)$r_j(s')\leqslant r_j(s),j=1,2,\cdots m$;

(ii)$r_j(s')<r_j(s)$,对某些j.

2 NP-hard 问题

本节中,我们将证明上述问题$1//\overline{F},n_T$是一个 NP-hard 问题.

定理1. 如果$1//\gamma_2|\gamma_1$是 NP 难问题,则$1//\gamma_1,\gamma_2$也是 NP 难问题.

实际上,由问题$1//\gamma_2|\gamma_1$所得到的解必定是问题$1//\gamma_1|\gamma_2$的一个有效解.因此,此定理得证.

定理2. 问题$1//\overline{F}|n_T$为 NP-hard 问题.

可以利用另一个 NP-完全问题,即3划分问题(3-partition problem)来建立此问题的多项式归纳,从而证得此定理(证明略).

定理3. 问题$1//\overline{F},n_T$为 NP-hard 问题(根据定理1和定理2即可推得此定理).

3 算法

由于$1//\overline{F},n_T$属于 NP-hard 问题,因此当n很大时,求出此问题的精确解将是非常困难的.本节将整理出此问题的几条性质,并将 Emmons 的一条定理[5]进行扩展,从而使我们能够采用动态规划的方法来处理此问题.

在工件集N中,将非延期工件集和延期工件集分别记为E和T,即$N=E\cup T$.注意到在最优排序中,E和T中的工件可能会交错排列.

性质1. T中工件按 SPT 法则排序,而E中工件采用 Smith 方法[6]进行排序,即在$T_i=0$的约束下,使$\overline{F}$最小,其中$i\in E$.

性质2. 最小平均流程$\overline{F}$将随着延期工件数n_T的增加而减少,且在$n_T=\bar{n}_T$时取得最小值,$\bar{n}_T$为按 SPT 排序所得的延期工件数.

性质3. 在具有共同完工期$(d_i=d,i\in N)$的情况下,上述问题的排序具有(E,T)的形式,即所有E中的元素均排在T中元素之前,而且E,T中元素均按 SPT 法则排序.

为能高效地获得问题$1//\overline{F},n_T$所有的有效解,我们将 Emmons 的一条定理进行了扩展[5],从而使我们能够采用动态规划的方法来进行求解.

定理4. 对于问题$1//\overline{F},n_T$的一个最优排序,若工件i不延期,即$i\in E$,则当n_T^0减少时

($n_T^0 \geqslant \underline{n}_T$)，仍有关系 $i \in E$(证明略).

Emmons 同时给出了一条优先规则[5]，我们将其扩展使其适用于本文所讨论的问题.

优先规则. 对于问题$1//\overline{F}, n_T$，若两个工件 i 和 j 中只有一个不延期，如果满足(i)$p_i \geqslant p_j$ 和(ii)$p_i - p_j \geqslant d_i - d_j$，则必有 $j \in E$ 和 $i \in T$.

根据定理2和上述优先规则，我们提出了求解问题$1//\overline{F}, n_T$ 的动态规划方法，其计算步骤如下：

step 1. 分别利用 SPT 法则和 Moore 方法计算延期工件数的上、下界 $\bar{n}_T$ 和 $\underline{n}_T$，计算 $L = \bar{n}_T - \underline{n}_T + 1$，$L$ 为动态规划所需进行的阶段数；

step 2. $m=1, E_1=${按 SPT 法则排序所得的非延期的工件}，计算 $\overline{F}_1(E_1)$；

step 3. 计算 $T_m = N - E_m$，并根据优先规则在 T_m 中得到不可行工件集 I_m；

step 4. $m = m+1$；

step 5. For $i := 1, \cdots, |T_m| - |I_m|$

do $E_{mi} = E_{m-1} \cup \{J_i\}$

上式中 J_i 为 $T_m \backslash I_m$ 中的一个工件；

step 6. 取 $E_m =$ 使 $\min\limits_{i=1,\cdots,|T_m|-|I_m|} \overline{F}_m(E_{mi})$ 的 E_{mi}，并计算 $\overline{F}_m(E_m)$；

step 7. $m=L$?是，则停止；否则转 step 3.

计算结束后，就得到 L 个有效解 $(\underline{n}_T, \overline{F}_1(E_1)), (\bar{n}_T - 1, \overline{F}_2(E_2)), \cdots, (\bar{n}_T, \overline{F}_L(E_L))$.

参 考 文 献

1 Panwalkar S S, Dudek R K, Smith M L. Sequencing research and the industrial scheduling problem. In: Elmaghraby S E(ed). Symposium on the theory of scheduling and its application, New York: Springer-Verlag, 1973:29～38

2 Graham R L, Lawler B L, Lenstra J K *et al.* Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survery. *Annal Discrete Math.* 1979, **5**:287～326

3 Moore J M. An n job, one machine sequencing algorithm for minimizing the number of late jobs. *Management sci.*, 1968, **15**(1):102～109

4 Tanaev V S, Gordon V S, Shafransky Y M. Scheduling Theory: Single Stage Systems. Kluwer Academic Publishers, 1994

5 Emmons H. One machine scheduling to minimize men a flow time with minimized number tardy. *Naval Res. Logist. Quart.*, 1975, **22**(3):585～592

6 Smith W E. Various optimizers for single stage production. *Naval Res. Logist. Quart.*, 1956, **3**(1):59～66

司 昕 1968年出生. 1995年于北京理工大学获得硕士学位，现为中国科学院自动化研究所博士生. 主要研究方向为人工智能在 DSS 和 CIMS 中的应用、生产调度、DEDS 以及混杂动态系统等.

郑应平 简介见本刊第19卷第6期.

安燮南 1936年生. 1959年毕业于上海交通大学. 现为中国科学院自动化研究所研究员、博士生导师. 主要研究方向为工业自动化、人工智能等.