第26卷 第2期
2000年3月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 2
Mar., 2000

研究简报

一类非线性时变系统基于观测器的反馈稳定化

向峥嵘 陈庆伟 吴晓蓓 胡维礼
(南京理工大学自动化系 南京 210094)
(E-mail: xiangzr1969@263.net)

关键词 非线性时变系统，状态观测器，坐标变换，反馈控制，指数稳定性.

FEEDBACK STABILIZATION OF A CLASS OF NONLINEAR TIME-VARYING SYSTEMS BASED ON OBSERVERS

XIANG Zhengrong CHEN Qingwei WU Xiaobei HU Weili
(*Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094)

Key words Nonlinear time-varying systems, state observers, coordinate transformation, feedback control, exponential stability.

1 引言

目前,有关非线性系统的状态反馈控制已取得了许多引人注目的研究结果，其中状态可测是此控制方法中的一个必不可少的假设. 在实际中,许多系统的状态是部分可测或不完全可测,故构造观测器，并用估计状态实现反馈控制是一个非常有意义的研究工作.

本文研究了一类仿射非线性时变系统基于状态观测器的输出反馈稳定控制问题.首先设计了系统的状态观测器,然后综合控制器和观测器得到了非线性输出反馈控制器,并证明了反馈后闭环系统的指数稳定性.研究结果表明,系统的控制器与观测器可以分离独立进行设计.

2 系统的描述及预备知识

考虑下列非线性时变系统

收稿日期 1998-09-17 收修改稿日期 1999-09-17

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u, \qquad y = h(x,t), \tag{1}$$

其中状态 $x\in R^n$，$u,y\in R$ 分别是系统的输入和可测输出：$f(x,t)$，$g(x,t)$和 $h(x,t)$是光滑函数，且对于$\forall\, x\in R^n$，$\forall\, t\in R^+$，有 $f(0,t)=0$，$h(0,t)=0$，$g(x,t)\neq 0$.

定义1. 考虑系统(1)，如果对于$\forall\, x\in \Omega, t\in R^+$，存在最小的正整数 r，使得 $L_g\Gamma_f^{r-1}h(x,t)\neq 0$，则称系统(1)在 Ω 内具有时变相对阶 r. 其中 $\Gamma_X\phi(x,t)$表示 $\phi(x,t)$对 $X(x,t)$的时变李导数，其定义和性质参见文献[1].

注1. 上述定义是非线性定常系统的相对阶在时变系统中的推广.

假设1. 系统(1)在原点的一个邻域 U 内具有时变相对阶 $\rho=n$.

定理1. 若假设1满足，则存在一非线性时变坐标变换 $T:z=T(x,t)$，可使系统(1)在 z 坐标下具有下列正则型(normal form)

$$\begin{cases}\dot{z}(t) = Az(t) + B[\alpha(z,t) + F(z,t)u(t)],\\ y(t) = Cz(t),\end{cases} \tag{2}$$

式中 $C=(1,0,0,\cdots,0)\in R^{1\times n}$，

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1_{(n-1)\times(n-1)} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in R^{n\times n}, B = \begin{pmatrix} 0_{(n-1)\times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \in R^{n\times 1},$$

$$\alpha(z,t) = \bar{\alpha}(x,t) = \Gamma_f^n h(x,t), \quad F(z,t) = \bar{F}(x,t) = L_g\Gamma_f^{n-1}h(x,t). \tag{3}$$

证. 对系统(1)构造变换 $T:z=T(x,t)=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^{\mathrm{T}}$，其中 $z_i(t)=\Gamma_f^{i-1}h(x,t)$，利用时变李导数的性质容易证明变换 T 为一个微分同胚，再由假设1即可得证.

3　主要结果

假设2. $\alpha(z,t)$和 $F(z,t)$满足局部 Lipschitz 条件，即对于$\forall\, z_1,z_2\in T(U,t), t\in R^+$，存在 Lipschitz 常数 γ_1,γ_2使得

$$\|\alpha(z_1,t) - \alpha(z_2,t)\| \leqslant \gamma_1\|z_1 - z_2\|, \|F(z_1,t) - F(z_2,t)\| \leqslant \gamma_2\|z_1 - z_2\|. \tag{4}$$

假设3. 控制输入 $u(t)$是一致有界的，即存在正常数 M，使得$|u(t)|<M$.

定理2. 若假设1－3满足，则下列系统

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},t) + g(\hat{x},t)u(t) + \left(\frac{\partial T(\hat{x},t)}{\partial \hat{x}}\right)^{-1} L(y - h(\hat{x},t)), \tag{5}$$

是系统(1)的一个指数收敛的非线性状态观测器，其中 $L\in R^{n\times 1}$为观测器增益阵.

证. 略.

注2. 观测器(5)能够局部收敛的区域取决于假设1－3成立的邻域U. 如果$U=R^n$，则(5)式是系统(1)的一个全局指数收敛的状态观测器.

注3. 选取观测器的一组极点为 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$，则增益阵 L 可由下式得到

$$L = (L_1,L_2,\cdots,L_n)^{\mathrm{T}}, \quad (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\cdots(\lambda - \lambda_n) = \lambda^n + L_1\lambda^{n-1} + \cdots + L_n. \tag{6}$$

注4. 增益阵 L 的选取应使得矩阵$(A-LC)$的特征值满足条件

$$\max_i \lambda_i + \sqrt{n}\,\gamma\|V^{-1}(\lambda)\| < 0, \tag{7}$$

其中 $\gamma=\gamma_1+\gamma_2 M$，$V(\lambda)$是由观测器极点 λ_i 构成的 Vandermonde 矩阵.

显然，系统(1)的状态反馈稳定控制器为

$$u(t) = \bar{F}^{-1}(x,t)(-\bar{\alpha}(x,t) - KT(x,t)) \tag{8}$$

式中 K 为控制器反馈增益阵，其值可由下式确定

$$K = (K_1, K_2, \cdots, K_n)^{\mathrm{T}}, (\lambda - \tilde{\lambda}_1)(\lambda - \tilde{\lambda}_2)\cdots(\lambda - \tilde{\lambda}_n) = \lambda^n + K_n\lambda^{n-1} + \cdots + K_1. \tag{9}$$

其中 $\tilde{\lambda}_i(i=1,2,\cdots,n,\mathrm{Re}\tilde{\lambda}_i<0)$ 为控制器的期望极点.

考虑到系统(1)的状态不完全可测，为了实现状态反馈控制，可利用观测器(5)估计的状态实现输出反馈稳定化. 这时有如下的结果：

定理3. 若假设1－3满足，则下列基于观测器的输出反馈控制器

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},t) + g(\hat{x},t)u(t) + \left(\frac{\partial T(\hat{x},t)}{\partial \hat{x}}\right)^{-1} L(y - h(\hat{x},t)),$$

$$u(t) = \bar{F}^{-1}(\hat{x},t)(-\bar{\alpha}(\hat{x},t) - KT(\hat{x},t)), \tag{10}$$

可使反馈后的闭环系统指数渐近稳定.

证. 定义状态观测误差 $e(t)=\hat{z}(t)-z(t)$，可得误差方程为

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + BR(\hat{z}(t), e(t), t), \tag{11}$$

式中 $R(\hat{z}(t),e(t),t)=[\alpha(\hat{z},t)-\alpha(\hat{z}-e,t)]+[F(\hat{z},t)-F(\hat{z}-e,t)]u(t)$.

再由式(10)，(11)可得

$$\dot{\xi}(t) = A_c\xi(t) + B_cR(\hat{z}(t), e(t), t). \tag{12}$$

其中

$$\xi(t) = \begin{pmatrix} \hat{z}(t) \\ e(t) \end{pmatrix}, A_c = \begin{pmatrix} A - BK & -LC \\ 0 & A - LC \end{pmatrix}, \quad B_c = \begin{pmatrix} 0 \\ B \end{pmatrix}. \tag{13}$$

注意到下列不等式成立

$$\int_0^\infty \|B_cR(\hat{z}(\tau), e(\tau), \tau\| \mathrm{d}\tau \leqslant \int_0^\infty \gamma\|e(\tau)\|\mathrm{d}\tau = c(\text{常数}) < \infty, \tag{14}$$

故由(12)式对 t 积分可得 $-c\leqslant\|\xi(t)\|-\int_0^t\|A_c\xi(\tau)\|\mathrm{d}\tau-\|\xi(0)\|\leqslant c$，再利用 Bellman-Gronwall 不等式，即可推出

$$\|\xi(t)\| \leqslant (\|\xi(0)\| + c)\|V(A_c)\| \cdot \|V^{-1}(A_c)\|\exp(\lambda_{\max}t), \tag{15}$$

其中 $V(A_c)$ 表示将 A_c 对角化的矩阵，$\lambda_{\max}$ 表示 A_c 的最大特征值. 显然，由于矩阵 $(A-BK)$，$(A-LC)$ 均为 Hurwitz 稳定阵，故 $\lim\limits_{t\to\infty}\exp(\lambda_{\max}t)=0$，即 $\lim\limits_{t\to\infty}\|z(t)\|=0$，$\lim\limits_{t\to\infty}\|e(t)\|=\lim\limits_{t\to\infty}\|\hat{z}(t)-z(t)\|=0$. 定理3证毕.

注5. 定理3成立的区域为假设1－3成立的邻域 U. 如果 $U=R^n$，则定理3可以全局成立. 而文献[3]由于对含有观测器的闭环系统稳定性采用了近似化的证明，故从理论上只能得到闭环系统的稳定区域在平衡点的一个邻域.

注6. 定理3中控制器反馈增益阵 K 和观测器增益阵 L 是可以相互独立选取的.

参 考 文 献

1 Cheng D Z, Yun X P. Linearization of time-varying affine nonlinear systems. *Syst. Sci. & Math. Scis.*, 1988, **1**(2):119～130

2 Ciccarella G, Dalla Mora M, Germani A. A luenberger-like observer for nonlinear systems. *Int. J. Control*, 1993, **57**(3): 537～556

3 Ciccarella G, Dalla Mora M, Germani A. Asymptotic linearization and stabilization for a class of nonlinear systems. *J. Opti. Theo. Application*, 1995, **84**(3): 495～507

向峥嵘　1969年生.1998年在南京理工大学自动化系获博士学位.研究领域为不确定系统的鲁棒控制、非线性控制、神经网络在控制中的应用等.

胡维礼　1941年生.教授,博士生导师.1965年毕业于清华大学自控系.研究方向为鲁棒自适应控制、非线性控制及智能控制理论在伺服驱动系统中的应用等.

书讯

新书《现代鲁棒控制》

进入八十年代以来,鲁棒控制的研究取得了惊人的进展,特别是作为其突出标志的 H^∞ 控制和 μ 方法的确立,使得鲁棒控制已成为自动控制的一个重要前沿领域,被认为是控制理论发展的一次飞跃,受到了国内外自动控制界的广泛重视。

由吴敏和桂卫华两位教授编著的《现代鲁棒控制》一书,1998年10月已由长沙中南工业大学出版社出版。这是一部结构完善、内容全面、新颖的鲁棒控制方面的专著,它综合了大量的国内外文献资料,并结合了作者多年来的研究成果和体会,从理论和应用两个角度系统地介绍了近十多年来鲁棒控制研究的最新成果,涉及到鲁棒控制的前沿研究领域,特别是在鲁棒稳定性理论,线性系统的 H^∞ 控制,μ 分析和 μ 综合,大系统分散优化控制的 H^∞ 方法,非线性系统鲁棒控制的 H^∞ 和 μ 方法等方面的论述具有明显的特色,对今后鲁棒控制的研究具有重要意义。

本书由12章构成。第1章是全书的绪论,首先考察了控制系统设计的基本要求,提出鲁棒性的概念,然后回顾了控制理论的发展历史,指出鲁棒控制所处的重要地位,阐述了鲁棒控制研究的基本问题。第2章介绍了鲁棒控制研究所需要的基础知识和基本概念。第3章针对非结构的和结构的不确定性系统,给出了 H^∞ 控制问题的基本框架和一般鲁棒控制问题的结构,引出了结构奇异值 μ 方法。第4章论述了鲁棒稳定化控制,二次稳定化控制和参数空间稳定性分析的理论与方法。第5章研究了线性二次型鲁棒控制和 H_2 控制问题。第6章讨论了模型匹配问题。第7章介绍了状态空间 H^∞ 控制理论,包括基于状态反馈,输出反馈和状态观测器的控制方法,H^∞ 鲁棒伺服系统控制,H_2 和 H^∞ 混合控制。第8章叙述了结构不确定性系统控制的 μ 方法,给出了基于结构奇异值的鲁棒稳定性和鲁棒性能分析方法,以及基于 H^∞ 控制的 μ 综合方法。第9章讨论了大系统分散鲁棒控制问题,提出了分散 H_2 和 H^∞ 控制的参数化方法,以及分散 H^∞ 状态反馈控制的迭代算法。第10章探讨了非线性系统鲁棒控制的 H^∞ 和 μ 方法,提出了基于反馈线性化理论和 H^∞ 控制进行非线性鲁棒控制的 μ 分析与 μ 综合方法。第11章和第12章分别阐述了基于线性二次型控制,H^∞ 控制和 μ 方法的鲁棒控制应用。

该书的重要特点是把近十多年来鲁棒控制研究的最新成果有机地联系在一起,从较高的视野上呈现出鲁棒控制的理论体系,首次提出了分散 H^∞ 状态反馈控制的迭代算法,以及基于反馈线性化理论和 H^∞ 控制的非线性鲁棒控制 μ 方法,为今后鲁棒控制的研究展示了发展趋势和研究课题,具有较高的学术水平,是我国鲁棒控制研究领域的一部难得的专著。这部著作对从事自动控制的科技工作者、大专院校教师、研究生和高年级大学生、特别是从事鲁棒控制方面的读者有较大的参考价值。

联系地址:410083　湖南省长沙市中南工业大学出版社

联 系 人:秦瑞卿

联系电话:0731－8879816