

受非完整约束移动机器人的跟踪控制¹⁾

董文杰 霍伟

(北京航空航天大学第七研究室 北京 100083)

摘要 讨论受非完整约束移动机器人运动学模型和动力学模型的跟踪控制问题。通过把它们化成统一的标准型,提出了新的动态跟踪控制器。这些控制器具有维数低和没有奇异点的优点。仿真结果表明了所提出控制方法的有效性。

关键词 轮式移动机器人, 跟踪控制, 非完整控制系统。

TRACKING CONTROL OF MOBILE ROBOTS WITH NONHOLONOMIC CONSTRAINT

DONG Wenjie HUO Wei

(The 7th Res. Div., Beijing Univ. of Aero. & Astro., Beijing 100083)

Abstract This paper investigates the tracking problem of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots with nonholonomic constraints. New tracking controllers are designed with the canoical form. Our controllers are dynamic and have virtues of low dimensions and no singular points. Simulation results show effectiveness of the controllers.

Key words Wheeled mobile robot, tracking control, nonholonomic system.

1 引言

近年来,受非完整约束移动机器人的跟踪控制得到了广泛研究。文献[1]用动态反馈线性化的方法讨论了这类移动机器人的跟踪控制问题,设计出了动态跟踪控制器。该方法的不足之处是控制器具有奇异点且维数较高。针对这些缺点,本文提出了新的跟踪控制方案,设计出了新的一维动态跟踪控制器,因而克服了文献[1]中控制器维数较高和有奇异点的缺陷,解决了受非完整约束移动机器人的跟踪控制问题。

2 跟踪问题描述

讨论文献[1]中除(3,0)类外的四类受非完整约束移动机器人,其运动学模型可统一

1)国家自然科学基金资助课题。

简写为

$$\dot{X} = B(X)\mathbf{u}, \quad (1)$$

其动力学模型可简写为

$$\begin{cases} \dot{X} = B(X)\mathbf{u}, \\ \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{v} \end{cases} \quad (2)$$

式(1)和(2)中各符号的定义及含义见文献[1].

给定满足

$$\dot{X}^*(t) = B(X^*(t))\mathbf{u}^*(t) \quad (3)$$

的二次可微轨迹 X^* , 本文的运动学模型跟踪问题是设计控制律 \mathbf{u} 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (X(t) - X^*(t)) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{X}(t) - \dot{X}^*(t)) = 0$. 动力学模型跟踪问题是设计控制律 \mathbf{v} 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (X(t) - X^*(t)) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{X}(t) - \dot{X}^*(t)) = 0$.

表1 四类移动机器人运动学方程的标准型及相应变换

类	状态变换 $q = \phi(X)$	输入变换 $\sigma = \psi^{-1}(X)\mathbf{u}$	标准型	奇异点
(2,0)	$q_1 = \theta$ $q_{2,1} = x\cos\theta + y\sin\theta$ $q_{3,1} = -x\sin\theta + y\cos\theta$	$\sigma_1 = u_2$ $\sigma_2 = u_1 - (x\cos\theta + y\sin\theta)u_2$	$\dot{q}_1 = \sigma_1$ $q_{2,1} = q_{3,1}\sigma_1$ $q_{3,1} = \sigma_2$	无
(2,1)	$q_1 = \theta + \beta$ $q_{2,1} = -x\cos(\theta + \beta) - y\sin(\theta + \beta)$ $q_{3,1} = x\sin(\theta + \beta) - y\cos(\theta + \beta)$ $q_{2,2} = \beta$	$\sigma_1 = u_2 + u_3$ $\sigma_2 = -u_1 + (u_2 + u_3) \cdot (x\cos(\theta + \beta) + y\sin(\theta + \beta))$ $\sigma_3 = u_3$	$q_1 = \sigma_1$ $q_{2,1} = q_{3,1}\sigma_1$ $q_{3,1} = \sigma_2$ $q_{2,2} = \sigma_3$	$\theta + \beta = 0 \pmod{\pi}$
(1,1)	$q_1 = \theta$ $q_{2,1} = x\cos\theta + y\sin\theta$ $q_{3,1} = -x\sin\theta + y\cos\theta$ $q_{4,1} = L\tan\beta$	$\sigma_1 = u_1\cos\beta$ $\sigma_2 = u_1\cos\beta(x\sin\theta - y\cos\theta) + \frac{Lu_2}{\cos^2\beta}$ $\sigma_1 = u_1\sin(\beta_2 - \beta_1)$ $\sigma_2 = -q_{3,2}u_1\sin(\beta_2 - \beta_1) - \frac{2Lu_2\sin^2\beta_2}{\sin^2(\beta_2 - \beta_1)}$	$\dot{q}_1 = \sigma_1$ $q_{2,1} = q_{3,1}\sigma_1$ $q_{3,1} = \sigma_1(-q_{2,1} + \beta = \frac{\pi}{2} \pmod{\pi})$ $q_{4,1}$ $q_{4,1} = \sigma_2 + q_{3,1}\sigma_1$	
(1,2)	$q_1 = \theta$ $q_{2,1} = x\cos\theta + y\sin\theta$ $q_{3,1} = -x\sin\theta + y\cos\theta$ $-2L \frac{\sin\beta_1\sin\beta_2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$ $q_{2,2} = x\sin\theta - y\cos\theta$ $q_{3,2} = x\cos\theta + y\sin\theta$ $-L \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$	$\sigma_1 = -q_{3,2}u_1\sin(\beta_2 - \beta_1) + \frac{2Lu_3\sin^2\beta_1}{\sin^2(\beta_2 - \beta_1)}$ $\sigma_3 = -q_{3,1}u_1\sin(\beta_2 - \beta_1) - \frac{Lu_2\sin(2\beta_2)}{\sin^2(\beta_2 - \beta_1)}$ $+ \frac{Lu_3\sin(2\beta_1)}{\sin^2(\beta_2 - \beta_1)}$	$\dot{q}_1 = \sigma_1$ $q_{2,1} = q_{3,1}\sigma_1$ $q_{3,1} = \sigma_2$ $q_{2,2} = q_{3,2}\sigma_1$ $q_{3,2} = \sigma_3$	$\beta_1 = \beta_2 \pmod{\pi}$ $\beta_1 = 0 \pmod{\pi}$ $\beta_2 = 0 \pmod{\pi}$

为讨论上述跟踪控制问题, 取状态变换 $q = \phi(X)$ 和输入变换 $\sigma = \psi^{-1}(X)\mathbf{u}$ (见表1^[2]), 系统(1)可化为标准型

$$\dot{q}_1 = \sigma_1, \quad \dot{q}_{2,j} = \sigma_1 q_{3,j}, \quad \dot{q}_{3,j} = \sigma_{1+j} (1 \leq j \leq m), \quad (4)$$

或

$$\dot{q}_1 = \sigma_1, \quad \dot{q}_{2,j} = \sigma_1 q_{3,j}, \quad \dot{q}_{3,j} = \sigma_1 (-q_{2,j} + q_{4,j}), \quad \dot{q}_{4,j} = \sigma_{1+j} + \sigma_1 q_{3,j} (1 \leq j \leq m). \quad (5)$$

取状态变换 $q = \phi(X)$, $\sigma = \psi^{-1}(X)\mathbf{u}$ 和输入变换 $\mathbf{v} = \Psi^{-T}[\Psi^T \Psi \mathbf{w} + \Psi^T \Psi \sigma]$, 方程(2)可化为系统(4)或(5)的扩展形式

$$\dot{q}_1 = \sigma_1, \quad \dot{q}_{2,j} = \sigma_1 q_{3,j}, \quad \dot{q}_{3,j} = \sigma_{1+j}, \quad \dot{\sigma}_1 = w_1, \quad \dot{\sigma}_{1+j} = w_{1+j} (1 \leq j \leq m), \quad (6)$$

或

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \sigma_1, \dot{q}_{2,j} = \sigma_1 q_{3,j}, \\ \dot{q}_{3,j} = \sigma_1(-q_{2,j} + q_{4,j}), \quad (1 \leq j \leq m), \\ \dot{q}_{4,j} = \sigma_{1+j} + \sigma_1 q_{3,j}, \\ \dot{\sigma}_1 = w_1, \dot{\sigma}_{1+j} = w_{1+j}. \end{cases} \quad (7)$$

令 $\mathbf{q}^*(t) = \phi(X^*(t))$ 和 $\boldsymbol{\sigma}^*(t) = \Psi^{-1}(X^*(t))\mathbf{u}^*(t)$, 对应系统(4)和(5)两种情况, 变换后的期望轨迹 $\mathbf{q}^*(t)$ 可由虚拟参考系统

$$\dot{q}_1^*(t) = \sigma_1^*(t), \quad \dot{q}_{2,j}^*(t) = \sigma_1^*(t)q_{3,j}^*(t), \quad \dot{q}_{3,j}^*(t) = \sigma_{1+j}^*(t) \quad (1 \leq j \leq m) \quad (8)$$

或

$$\begin{cases} \dot{q}_1^*(t) = \sigma_1^*(t), \dot{q}_{2,j}^*(t) = \sigma_1^*(t)q_{3,j}^*(t), \\ \dot{q}_{3,j}^*(t) = \sigma_1^*(t)(-q_{2,j}^*(t) + q_{4,j}^*(t)), \quad (1 \leq j \leq m), \\ \dot{q}_{4,j}^*(t) = \sigma_{1+j}^*(t) + \sigma_1^*(t)q_{3,j}^*(t) \end{cases} \quad (9)$$

生成, 其中 $\boldsymbol{\sigma}^*(t)$ 是已知向量. 于是本文运动学模型跟踪问题等价于设计控制律 $\boldsymbol{\sigma}$ 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}^*(t)) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{q}}^*(t)) = 0 \quad (10)$$

动力学模型跟踪问题等价于设计控制律 \mathbf{w} 使得(10)式成立. 因而下面讨论系统(4), (5)和(6), (7)的跟踪问题, 而将 $\mathbf{q}^*(t)$ 视为期望轨迹. 另外, 为使跟踪问题可解, 做如下假设

假设1. \bar{q}_1^* 有界, \bar{q}_1^* 指 \mathbf{q}^* 中去掉分量 q_1^* .

假设2. σ_1^* 和 $\dot{\sigma}_1^*$ 有界, 且当 t 趋于无穷时 σ_1^* 不趋于零.

注1. 由表1知某些类移动机器人的上述变换有奇异点. 当被控系统初始位置在奇异点时, 应给系统一扰动使其离开奇异点, 然后再应用上述变换. 一旦系统不在奇异点, 本文的控制律可以保证系统不会遇到奇异点. 因而以后不再专门讨论这个问题.

3 控制器设计

主要讨论系统(5)和(7)的跟踪控制问题, 沿着同样的思路不难解决系统(4)和(6)的跟踪问题. 令 $\mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{q}^* = [e_1; e_{2,1}, e_{3,1}, e_{4,1}; \dots; e_{2,m}, e_{3,m}, e_{4,m}]^T$, 则由方程(5)和(9)可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \sigma_1 - \sigma_1^*, \dot{e}_{2,j} = \sigma_1^* e_{3,j} + (\sigma_1 - \sigma_1^*) q_{3,j}, \\ \dot{e}_{3,j} = \sigma_1^* (-e_{2,j} + e_{4,j}) + (\sigma_1 - \sigma_1^*)(-q_{2,j} + q_{4,j}), \quad (1 \leq j \leq m), \\ \dot{e}_{4,j} = \sigma_1^* e_{3,j} + (\sigma_1 - \sigma_1^*) q_{3,j} + \sigma_{1+j} - \sigma_{1+j}^*. \end{cases} \quad (11)$$

基于方程(11), 有如下定理

定理1. 给定满足假设1和2的期望轨线 $\mathbf{q}^*(t)$, 则控制律

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^* + p \\ \sigma_2^* - k_{4,1} e_{4,1} - 2\sigma_1^* e_{3,1} \\ \vdots \\ \sigma_{m+1}^* - k_{4,m} e_{4,m} - 2\sigma_1^* e_{3,m} \end{bmatrix},$$

$$\dot{p} = -k_0 p - k_1 e_1 - \sum_{j=1}^m [(e_{2,j} + e_{4,j}) q_{3,j} + (q_{4,j} - q_{2,j}) e_{3,j}] \quad (12)$$

可使系统(5)的状态 $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 全局渐近跟踪期望轨线 $(\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*)$, 式中 k_0, k_1 , 和 $k_{4,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 均为正数.

证明. 闭环方程可写成如下形式

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = p, \dot{e}_{2,j} = \sigma_1^* e_{3,j} + pq_{3,j}, \\ \dot{e}_{3,j} = \sigma_1^* (-e_{2,j} + e_{4,j}) + p(-q_{2,j} + q_{4,j}), \quad (1 \leq j \leq m), \\ \dot{e}_{4,j} = -\sigma_1^* e_{3,j} - k_{4,j} e_{4,j} + pq_{3,j}, \\ \dot{p} = -k_0 p - k_1 e_1 - \sum_{j=1}^m [(e_{2,j} + e_{4,j})q_{3,j} + (q_{4,j} - q_{2,j})e_{3,j}]. \end{cases} \quad (13)$$

取正函数

$$V = \frac{1}{2}(p^2 + k_1 e_1^2 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=2}^4 e_{i,j}^2),$$

将 V 沿方程(13)求导, 有

$$\dot{V} = -k_0 p^2 - \sum_{j=1}^m k_{4,j} e_{4,j}^2 \leq 0, \quad (14)$$

所以 V 非增, 且有有限极限 $V_{\lim} \geq 0$, 于是由 V 的定义知 p 和 e 有界, 从而由假设1知 $q_{i,j}$ ($2 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq m$) 有界, 且考虑到式(13)及假设2知 \dot{e} 和 \dot{p} 有界. 由以上所证知

$$\ddot{V} = \frac{d}{dt} \left(-k_0 p^2 - \sum_{j=1}^m k_{4,j} e_{4,j}^2 \right) = -2k_0 p \dot{p} - 2 \sum_{j=1}^m k_{4,j} e_{4,j} \dot{e}_{4,j}$$

有界, 所以 \dot{V} 一致连续. 由引理知 \dot{V} 趋于零, 于是由式(14)知 p 和 $e_{4,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 趋于零. 又由 σ_1^* 有界知 $\sigma_1^{*2} e_{4,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 趋于零, 对 $\sigma_1^{*2} e_{4,j}$ 求导, 有

$$\frac{d}{dt}(\sigma_1^{*2} e_{4,j}) = -\sigma_1^{*3} e_{3,j} + [2\sigma_1^* \dot{\sigma}_1^* e_{4,j} - k_{4,j} \sigma_1^{*2} e_{4,j} + pq_{3,j} \sigma_1^{*2}], \quad (15)$$

其中第一项一致连续, 后几项趋于零. 由 Babarlat 引理知, $\frac{d}{dt}(\sigma_1^{*2} e_{4,j})$ 趋于零, 于是由式(15)知 $\sigma_1^{*3} e_{3,j}$ 趋于零, 进而知 $\sigma_1^{*2} e_{3,j}$ 和 $\sigma_1^* e_{3,j}$ 都趋于零. 对 $\sigma_1^{*2} e_{3,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 求导, 并重复上述证明过程, 可证明 $\sigma_1^{*2} e_{2,j}$ 和 $\sigma_1^* e_{2,j}$ 趋于零. 再由 σ_1^* 有界和 p 趋于零知 $\sigma_1^{*2} p$ 趋于零. 对 $\sigma_1^{*2} p$ 求导, 有

$$\frac{d}{dt}(\sigma_1^{*2} p) = -k_1 \sigma_1^{*2} e_1 + 2\sigma_1^* \dot{\sigma}_1^* p - k_0 \sigma_1^{*2} p - \sigma_1^{*2} \sum_{j=1}^m [(e_{2,j} + e_{4,j})q_{3,j} + e_{3,j}(-q_{2,j} + q_{4,j})]$$

其中第一项一致连续, 其余几项趋于零, 于是 $\frac{d}{dt}(\sigma_1^{*2} p)$ 趋于零, 所以 $\sigma_1^{*2} e_1$ 趋于零, 考虑到 $\sigma_1^{*2} e_1$ 和 $\sigma_1^{*2} e_{i,j}$ ($2 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq m$), p 趋于零. 所以 $\sigma_1^{*2} V$ 趋于零. 因 V 具有极限 $V_{\lim} \geq 0$ 且 σ_1^* 不趋于零, 所以一定有 $V_{\lim} = 0$. 因而, e 和 p 趋于零, 即 q 渐近收敛于 q^* . 另外易证明 \dot{e} 趋于零, 即 \dot{q} 渐近收敛于 \dot{q}^* . 详细证明可参见文献[3].

对于系统(7)的跟踪问题, 有如下定理.

定理2. 给定满足假设1和2的期望轨线 $q^*(t)$, 则控制律

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = \dot{\sigma}_1^* - \gamma_1 (\sigma_1 - \sigma_1^*) - (k_0 - \gamma_1) p - 2k_1 e_1 - \\ \quad 2 \sum_{j=1}^m [(e_{2,j} + e_{4,j})q_{3,j} + e_{3,j}(-q_{2,j} + q_{4,j})], \\ w_2 = \dot{\sigma}_2^* - (\gamma_2 + k_{4,1})(\sigma_2 - \sigma_2^*) + 2\sigma_1^{*2} e_{2,1} - (2\dot{\sigma}_1^* + 2\gamma_2 \sigma_1^* + \\ \quad k_{4,1} \sigma_1^*) e_{3,1} - (1 + \gamma_2 k_{4,1} + 2\sigma_1^{*2}) e_{4,1} - \\ \quad (\sigma_1 - \sigma_1^*)(k_{4,1} q_{3,1} - 2\sigma_1^* q_{2,1} + 2\sigma_1^* q_{4,1}), \\ \vdots \\ w_{m+1} = \dot{\sigma}_{m+1}^* - (\gamma_{m+1} + k_{4,m})(\sigma_{m+1} - \sigma_{m+1}^*) + 2\sigma_1^{*2} e_{2,m} - (2\dot{\sigma}_1^* + \\ \quad 2\gamma_{m+1} \sigma_1^* + k_{4,m} \sigma_1^*) e_{3,m} - (1 + \gamma_{m+1} k_{4,m} + 2\sigma_1^{*2}) e_{4,m} - \\ \quad (\sigma_1 - \sigma_1^*)(k_{4,m} q_{3,m} - 2\sigma_1^* q_{2,m} + 2\sigma_1^* q_{4,m}) \end{array} \right.$$

和(12)能使系统(7)的 \dot{q} 和 \ddot{q} 分别全局渐近趋于期望轨迹 \dot{q}^* 和 \ddot{q}^* , 式中 $k_0, k_1, k_{4,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 和 γ_j ($1 \leq j \leq m+1$) 均是正数.

证明. 基于定理1的证明及 Backstepping 方法的思想即可证明. 篇幅所限, 略去.

注2. 定理1和2中的控制器是一维的和全局的, 且没有任何奇异点. 它们解决了受非完整约束移动机器人的轨迹跟踪问题. 若用动态反馈线性化或微分平坦性概念解决系统(5)或(7)的跟踪问题, 设计出的控制器动态维数超过1且有奇异点. 因而定理1和2中的控制律克服了用动态反馈线性化方法设计控制器的两个缺点: 控制器维数较高, 且有奇异点.

注3. 简单的反变换不难得到用系统原始参数表示的控制律, 略去. 值得指出的是对原始系统而言变换回去的控制律可能有奇异点, 但这些奇异点是变换成标准型时引起的, 且一旦原始系统初始位置不在奇异点处, 跟踪的全过程都不会遇到奇异点.

注4. 沿上述思路不难得到系统(4)的状态 q 跟踪期望轨迹 q^* 的控制律

$$\begin{aligned} \sigma &= \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^* + p \\ \sigma_2^* - k_{3,1}e_{3,1} - e_{2,1}\sigma_1^* \\ \vdots \\ \sigma_{m+1}^* - k_{3,m}e_{3,m} - e_{2,m}\sigma_1^* \end{bmatrix}, \\ \dot{p} &= -k_0p - k_1e_1 - \sum_{j=1}^m e_{2,j}q_{3,j}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $k_0 > 0, k_1 > 0, k_{3,j} > 0 (1 \leq j \leq m)$, $e = q - q^* = [e_1; e_{2,1}, e_{3,1}; \dots; e_{2,m}, e_{3,m}]^T$.

注5. 不难证明动力学模型(6)的跟踪问题控制律为

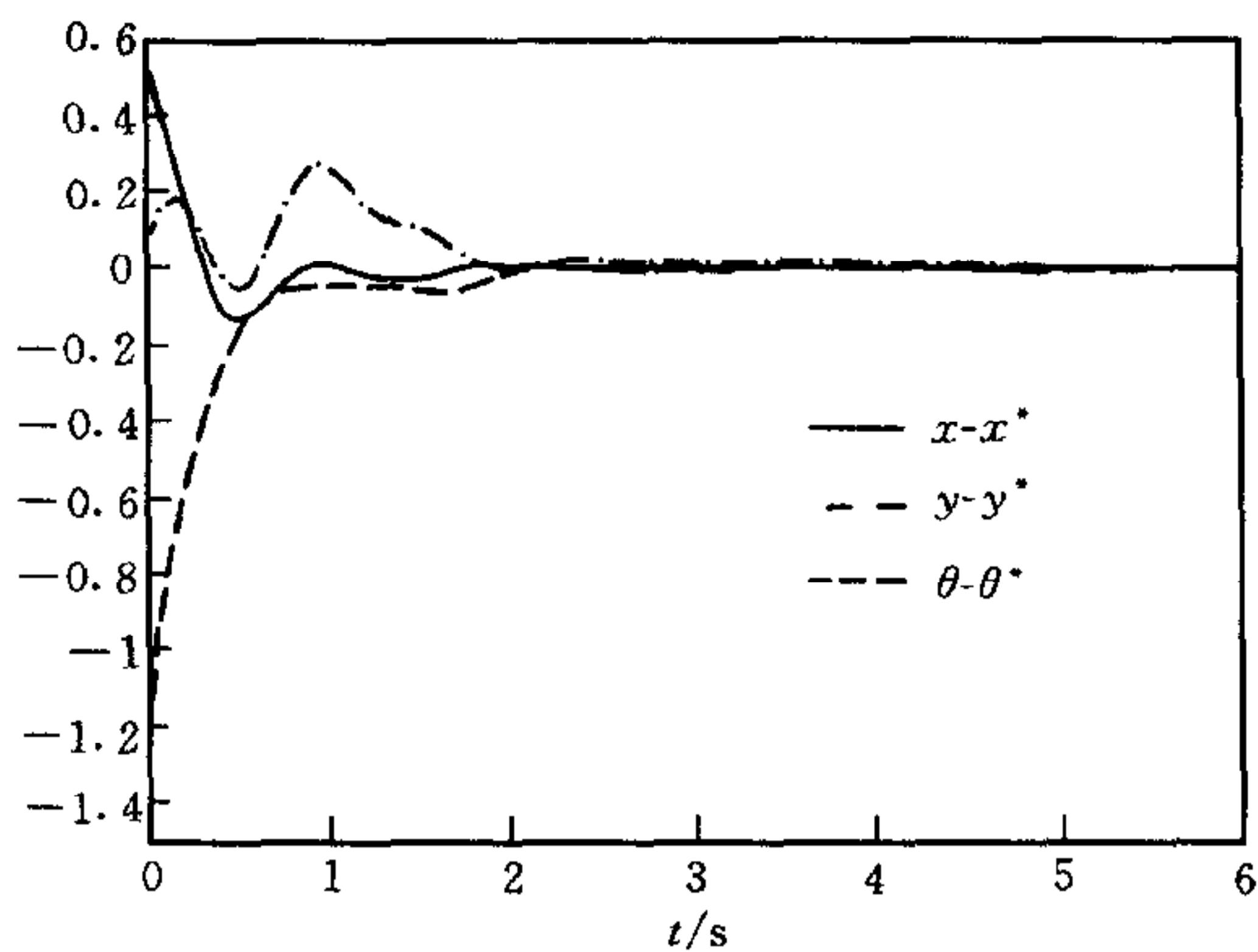
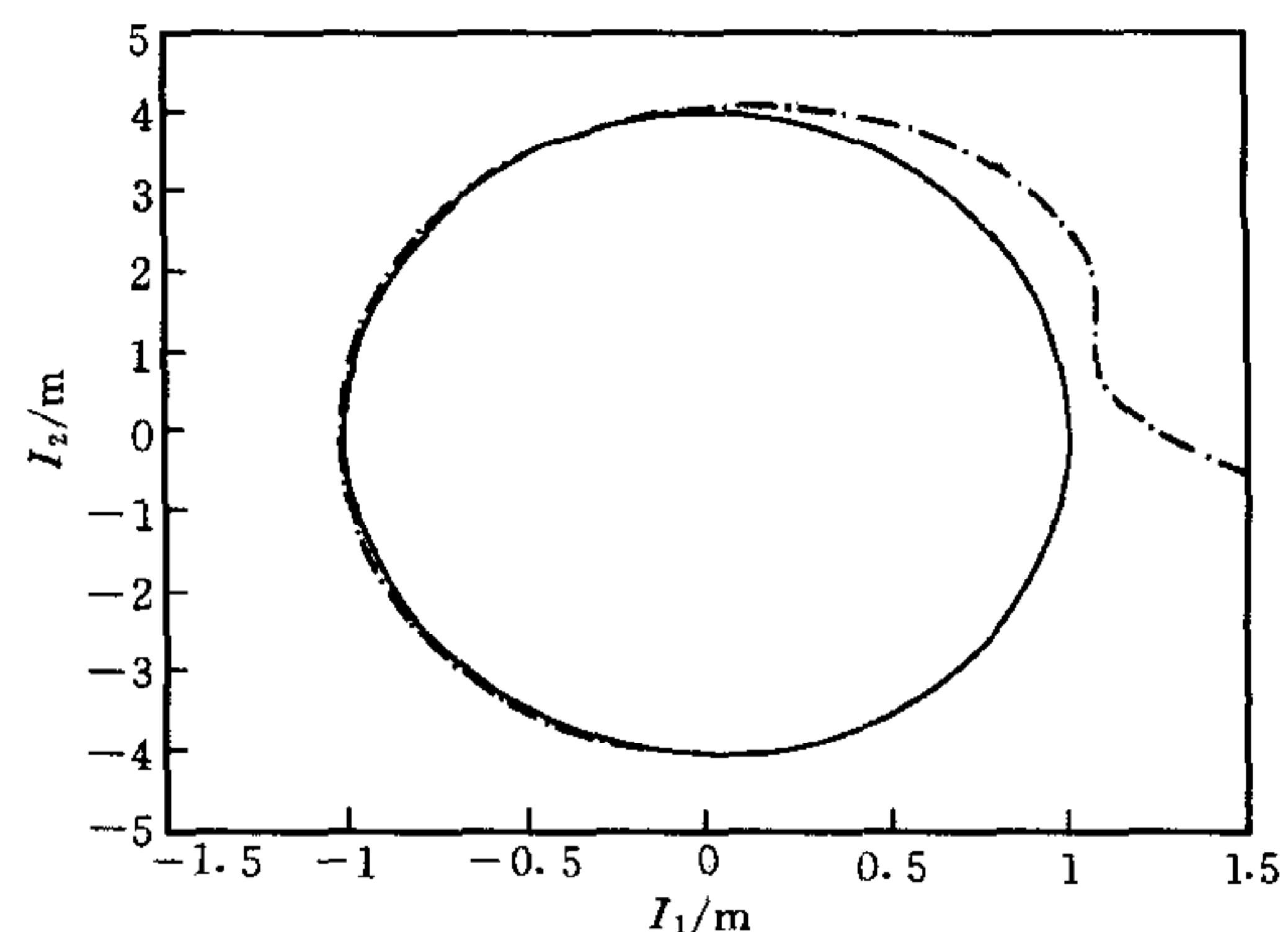
$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = \dot{\sigma}_1^* - \gamma_1(\sigma_1 - \sigma_1^*) - (k_0 - \gamma_1)p - 2k_1e_1 - 2\sum_{j=1}^m e_{2,j}q_{3,j}, \\ w_2 = \dot{\sigma}_2^* - (k_{3,1} + \gamma_2)(\sigma_2 - \sigma_2^*) - (\dot{\sigma}_1^* + \gamma_2\sigma_1^*)e_{2,1} - \\ \quad (1 + \gamma_2k_{3,1} + \sigma_1^{*2})e_{3,1} - \sigma_1^*(\sigma_1 - \sigma_1^*)q_{3,1}, \\ \vdots \\ w_{m+1} = \dot{\sigma}_{m+1}^* - (k_{3,m} + \gamma_{m+1})(\sigma_{m+1} - \sigma_{m+1}^*) - (\dot{\sigma}_1^* + \gamma_{m+1}\sigma_1^*)e_{2,m} - \\ \quad (1 + \gamma_{m+1}k_{3,m} + \sigma_1^{*2})e_{3,m} - \sigma_1^*(\sigma_1 - \sigma_1^*)q_{3,m} \end{array} \right.$$

和(16), 其中 $k_0, k_1, k_{3,j}$ ($1 \leq j \leq m$) 和 γ_j ($1 \leq j \leq m+1$) 均为正数, e 为注4所定义.

4 仿真

对文[4]中(2,0)类移动机器人动力学模型跟踪平面上椭圆曲线进行仿真, 一方面做为前述略去讨论系统(4)和系统(6)跟踪问题的补充, 另一方面验证本文提出跟踪律的有效性.

给定平面上椭圆型期望轨迹 $X^*(t) = [x^*(t), y^*(t), \theta^*(t)]^T$ 如下: $x^*(t) = \cos t$, $y^*(t) = 4 \sin t$, $\theta^*(t)$ 由非完整约束 $\dot{x}^* \cos \theta^* + \dot{y}^* \sin \theta^* = 0$ 确定. 通过化为标准型, 由注5不难得到控制器, 简单的反变换可得到用原参数表示的控制律. 图1和2给出了一组参数下的仿真结果.

图1 $X-X^*$ 的时间响应曲线图2 I_1-I_2 相平面上跟踪情况

5 结论

本文讨论了受非完整约束移动机器人的轨迹跟踪问题,提出了新的跟踪控制方案.仿真结果验证了所提方案的有效性.文中给出了模型精确已知情况下的移动机器人的跟踪控制律,讨论不确定移动机器人的跟踪控制问题将另文给出.

参 考 文 献

- 1 d'Andrea-Novel B, Campion G et al. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization. *Int. J. Robotics Research*, 1995, **14**: 543~559
- 2 Leroquais W, d'Andrea-Novel B. Transformation of the kinematic models of restricted mobility wheeled mobile robots with a single platform into chained forms. In: Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1995. 3811~3816
- 3 董文杰, 霍伟. 链式系统的跟踪控制. 自动化学报, 已录用
- 4 Campion G, d'Andrea-Novel B et al. Controllability and state feedback stabilization of nonholonomic mechanical systems. In: Advanced Robot Control (C. Canudas de Wit, Eds), Springer-Verlag, 1991. 106~124
- 5 Dong W, Huo W. Adaptive stabilization of dynamic nonholonomic chained systems with uncertainty. In: Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1997. 2362~2367

董文杰 北京航空航天大学第七研究室博士生. 研究领域包括: 机器人动力学与控制, 非完整系统控制, 鲁棒控制, 非线性系统控制.

霍 伟 简介见本刊1994年第3期.