第26卷 第2期
2000年3月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 2
Mar., 2000

MIMO不确定仿射非线性系统输出反馈区域镇定[1)]

刘一军
(河北工业大学数理系 天津 300130,中国科学院系统科学研究所 北京 100080)
秦化淑
(中国科学院系统科学研究所 北京 100080)

摘 要 研究不确定仿射非线性系统的输出反馈镇定,在允许系统存在某类非匹配不确定性的情况下,为系统构造出动态输出反馈鲁棒控制器,使相应闭环系统渐近稳定,并给出吸引域的估计.

关键词 仿射非线性,极小相位,输出反馈,非匹配条件,区域镇定.

REGIONAL STABILIZATION OF MIMO AFFINE NONLINEAR SYSTEM WITH UNCERTAINTIES VIA OUTPUT FEEDBACK

LIU Yijun
(*Department of Mathematics of Hebei University of Technology, Tianjin* 300130)
QIN Huashu
(*Institute of Systems Science, Academia Sinica, Beijing* 100080)

Abstract In this paper, the problem of affine nonlinear systems with uncertainties is studied. A robust controller in the form of dynamic output feedback is contructed for a system with certain mismatching uncertainties to make corresponding closed system asymptotically stable. An estimation of the attractive domain is given.

Key words Affine nonlinear, minimum-phase, output feedback, mismatching uncertainty, regional stabilization.

1 引言

不确定非线性控制系统的输出反馈镇定问题是非线性控制理论研究与设计的前沿课题,备受国内外控制理论界的关注.然而,由于问题的难度较大,目前相关工作还不太多.文献[1]讨论了标称系统为线性,具有非线性不确定性的 MIMO 系统的输出反馈镇定问

1) 国家自然科学基金、河北省自然科学基金资助项目.
收稿日期 1997-12-08 收修改稿日期 1998-09-18

题，在假设系统相对阶为1的情况下，为系统构造出不连续输出反馈控制器. 对于不含零动态带有匹配不确定性的仿射非线性系统，文献[2,3]设计出半全局动态输出鲁棒控制器. 文献[4—6]讨论了具有非平凡零动态，带有某种非匹配不确定性仿射非线性系统的输出反馈局部镇定问题. 对仅带有匹配不确定性，且其标称系统可完全线性化[7,9]的不确定仿射非线性系统，文献[7]在左可逆的条件下研究了系统的输出反馈镇定，利用“奇异扰动系统”(singular perturbation system)的有关理论，构造出使闭环系统渐近稳定的动态补偿器，相应闭环系统的吸引域可为包含平衡点的某个适当大的有限区域，称为区域(regional)镇定[8]. 对 SISO 非线性系统，文献[8]讨论了输出反馈信号跟踪问题，允许系统带有匹配不确定性，且闭环系统的吸引为“区域性”的. 本文讨论 MIMO 不确定仿射非线性系统的动态输出反馈区域镇定，允许系统带有某种非匹配不确定性，且具有非线性的零动态. 作者为系统构造出动态输出反馈形式的控制器，使相应的闭环系统成为 Lyapunov 意义下渐近稳定的，并给出了吸引域的一个估计，它是某有限区域. 本文的方法比文献[7]更直接简明，得到的结论包含了文献[7]中的结果.

2 问题叙述及基本假设

考虑不确定仿射非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \Delta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u} + \Delta\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})), \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}), \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}\in R^n$；$\boldsymbol{u},\boldsymbol{y}\in R^m$，分别表示系统状态、控制输入和量测输出；$\boldsymbol{f}\in C^\infty(U,R^n)$；$\boldsymbol{f}(0)=0$；$g(\boldsymbol{x})=[\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}),\cdots,\boldsymbol{g}_m(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}=(h_1(\boldsymbol{x}),\cdots,h_m(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$. $\boldsymbol{g}_i,\boldsymbol{h}\in C^\infty(U,R^m)$；$h_i(\boldsymbol{0})=0$；$i=1,2,\cdots,m$；$U$ 为 R^n 中包含原点的开集；$\Delta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$，$\Delta\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$分别为系统的非匹配和匹配不确定部分.

本文的目的是要为系统(1)构造动态输出反馈形式的控制器，使相应闭环系统渐近稳定，且吸引域为一适当大的有限区域，即对系统(1)进行输出反馈区域镇定.

系统(1)的标称系统为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}). \end{cases} \tag{2}$$

假设1. 对所有 $\boldsymbol{x}\in U$，标称系统(2)具有强向量相对阶$(r_1,\cdots,r_m)$，即对所有 i,j，$1\leqslant i,j\leqslant m$，成立

$$L_{g_i}h_i(\boldsymbol{x}) = \cdots = L_{g_i}L_f^{r_i-2}h_i(\boldsymbol{x}) = 0,$$

$$\{a_{ij}(\boldsymbol{x})\}_{m\times m} = \{L_{g_j}L_f^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x})\}_{m\times m}，\text{为非奇异矩阵.}$$

本文考虑式(2)带有非平凡零动态时，不确定系统(1)的镇定，即

$$1 < r \triangleq r_1 + \cdots + r_m < n.$$

假设2. 在 U 上，分布 $\Delta=\{\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}),\cdots,\boldsymbol{g}_m(\boldsymbol{x})\}$为对合的[9]. 由文献[9]知，在假设1,2下，对每一 $\boldsymbol{x}\in U$，存在 $\boldsymbol{x}$ 某邻域上的微分同胚

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{z} \\ \boldsymbol{w} \end{pmatrix} = T(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{z}\in R^r, \quad \boldsymbol{w}\in R^{n-r}. \tag{3}$$

将系统(1)化为

$$\begin{cases}\dot{z} = Az + \xi_1(z,w) + B(F(z,w) + G(z,w)u + \xi_2(z,w)), \\ \dot{w} = q(z,w) + \phi(z,w), \\ y = Cz,\end{cases} \tag{4}$$

其中　$A = \text{blockdiag}[A_1, \cdots, A_m], A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{r_i \times r_i}$

$$B = \text{blockdiag}[b_1, \cdots, b_m], b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{r_i \times 1}, C = \text{blockdiag}[c_1, \cdots, c_m],$$

$$c_i = (1, 0, \cdots, 0)_{1 \times r_i}, \quad F(z,w) = (F_1(z,w), \cdots, F_m(z,w))^{\mathrm{T}},$$

$$G(z,w) = \{G_{ij}(z,w)\}_{m \times m} = \{a_{ij}(T^{-1}(z,w))\}_{m \times m},$$

$$F_i(z,w) = L_f^{r_i} h_i(T^{-1}(z,w)), i = 1, \cdots, m. \quad q \in C^{\infty}(T(U), R^{n-r}),$$

$\xi_1(\cdot), \xi_2(\cdot), \phi$ 为变换后的不确定部分.

假设3. 变换(3)为定义在 $U \to T(U)$ 上的微分同胚. 此时标准形(4)在 $T(U)$ 上成立. 取包含原点的开集 $\mathscr{S} \subset R^r, \mathscr{U} \subset R^{n-r}$, 使 $\mathscr{S} \times \mathscr{U} \subset T(U)$. 下将在 $\mathscr{S} \times \mathscr{U}$ 上考虑系统(4).

3　状态反馈控制器

基于下列假设5,6,构造状态反馈形式的控制器.

假设4. 对零动态系统 $\dot{w} = q(0,w)$, 存在 u 上的正定函数 $W(w) > 0$, 满足

$$k_1 \|w\|^2 \leqslant W(w) \leqslant k_2 \|w\|^2, \quad \frac{\partial W}{\partial w} q(0,w) \leqslant -k_3 \|w\|^2, \quad \left\| \frac{\partial W}{\partial w} \right\| \leqslant k_4 \|w\|, \tag{5),(6),(7}$$

这里 $k_i > 0$ 为常数.

假设5.

$$\|G(z,w) G^{-1}(z,0) - I\| \leqslant \bar{k} < 1, \quad \forall\ (z,w) \in s \times u. \tag{8}$$

假设6. 存在函数 $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \in C^{\infty}, \phi_1(0), \phi_3(0) = 0$, 使系统(4)中的不确定项 $\xi_1(\cdot)$, $\xi_2(\cdot)$ 满足

$$\|\xi_1(z)\| \leqslant \phi_1(\|B^{\mathrm{T}} P z\|) \phi_2(\|z\|), \|\xi_2(z)\| \leqslant \phi_2(\|z\|).$$

且

$$\|\phi(z,w)\| \leqslant l_1 \|w\| + l_2 \|z\|, \quad l_1 < \varepsilon_1 \frac{k_3}{k_4}, (\varepsilon_1 < 1). \tag{9}$$

注1. 类似于式(9)的假设在文献[10,11,12]中被使用.

由 (A,B) 可控，知存在矩阵 K，使 $(A+BK)$ 为 Hurwitz 矩阵，令 $P=P^{\mathrm{T}}>0$，为 Lyapunov 方程

$$P(A+BK)+(A+PK)^{\mathrm{T}}P=-I$$

的解矩阵.

取 $V(z)=z^{\mathrm{T}}Pz$ 和适当的常数 $c_1>0$，使：$\Omega_{c_1}^{z}=\{z\,|\,V(z)\leqslant c_1\}\subset s$，$c_2>0$，$\Omega_{c_2}^{w}=\{w\,|\,W(w)\leqslant c_2\}$ 为包含在 u 中的最大椭球

显然，存在常数 $L>0$，使在 $\Omega_{c_1}^{z}\times\Omega_{c_2}^{w}$ 上满足

$$\|q(z,w)-q(0,w)\|\leqslant L\|z\|.$$

构造状态反馈形式的控制器如下：

$$u(z)=-G^{-1}(z,0)[\eta B^{\mathrm{T}}Pz(\psi^2(\|B^{\mathrm{T}}Pz\|)+1)+\eta N_\mu], \tag{10}$$

其中 $$N_\mu=\begin{cases}\dfrac{1}{\|B^{\mathrm{T}}Pz\|}B^{\mathrm{T}}Pz, & \eta\|B^{\mathrm{T}}Pz\|>\mu,\\ \eta\,\dfrac{B^{\mathrm{T}}Pz}{\mu}, & \eta\|B^{\mathrm{T}}Pz\|\leqslant\mu.\end{cases}$$

函数 ψ 满足：$\phi_1(r)=r\psi(r)$，η,μ 为待定常数.

利用假设4，可得 $\dot{W}(w)_{(4)}$ 的估计如下：

$$\begin{aligned}\dot{W}_{(4)}=&\frac{\partial W}{\partial w}q(0,w)+\frac{\partial W}{\partial w}(q(z,w)-q(0,w))+\frac{\partial W}{\partial w}\phi(z,w)\leqslant\\&-k_3\|w\|^2+k_4L\|w\|\|z\|+k_4(l_1\|w\|^2+l_2\|z\|\|w\|)\leqslant\\&-k_3(1-\varepsilon_1)(\|w\|-\frac{k_4(L+l_2)}{k_3(1-\varepsilon_1)}\|z\|)\|w\|.\end{aligned}\tag{11}$$

因此，当 $\|w\|>\dfrac{k_4(L+l_2)}{k_3(1-\varepsilon_1)}\|z\|$ 时

$$\dot{W}_{(3.3)}<0. \tag{12}$$

由于，对于 $z\in\Omega_{c_1}^{z}$，有 $\|z\|\leqslant\dfrac{\sqrt{c_1}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}$. 因此，在球

$$B_w=\left\{w\,|\,\|w\|<\frac{k_4(L+l_2)}{k_3(1-\varepsilon_1)}\frac{\sqrt{c_1}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}\right\}$$

之外，不等式(12)成立. 现取 c_1 使之满足

$$\frac{k_4(L+l_2)}{k_3(1-\varepsilon_1)}\sqrt{\frac{c_1}{\lambda_{\min}(P)}}<c_2. \tag{13}$$

易知，对于满足不等式(13)的 c_1,c_2，球 B_w 包含在 $\Omega_{c_2}^{w}$ 内部. 对如上取定的 c_1,c_2，再取 $k_5>0$，使在 $(z,w)\in\Omega_{c_1}^{z}\times\Omega_{c_2}^{w}$ 上，下式成立

$$\|F(z,w)+\xi_2(z,w)-Kz\|\leqslant k_5.$$

由系统(4)与控制器(10)构成的闭环系统为

$$\begin{aligned}\dot{z}=&(A+BK)z+\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+\xi_2(z,w)-Kz)+\\&BG(z,0)u(z)+B(G(z,w)-G(z,0))u(z).\end{aligned}\tag{14}$$

在 $\{\{z\,|\,\eta\|B^{\mathrm{T}}Pz\|>\mu\}\cap\Omega_{c_1}^{z}\}\times\Omega_{c_2}^{w}$ 上，估计 $\dot{V}(z)|_{(14)}$ 如下：

$$\dot{V}_{(14)}\leqslant-\|z\|^2+2z^{\mathrm{T}}P(\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+\xi_2(z,w)-Kz))-$$

$$\begin{aligned}&2\eta\|B^{\mathrm T}Pz\|^2(\psi^2(\|B^{\mathrm T}Pz\|)+1)-2\eta\|B^{\mathrm T}Pz\|-\\&2\eta z^{\mathrm T}PB[G(z,w)G^{-1}(z,0))-I]\left[B^{\mathrm T}Pz(\psi^2+1)+\frac{B^{\mathrm T}Pz}{\|B^{\mathrm T}Pz\|}\right]\leqslant\\&-\|z\|^2+2k_5\|B^{\mathrm T}Pz\|+\frac{1}{\varepsilon_2}M^2\|P\|^2\phi_1^2(\|B^{\mathrm T}Pz\|)+\varepsilon_2\|z\|^2-\\&2\eta(1-\bar k)\phi_1^2(\|B^{\mathrm T}Pz\|)-2\eta(1-\bar k)\|B^{\mathrm T}Pz\|^2-\\&2\eta(1-\bar k)\|B^{\mathrm T}Pz\|,\end{aligned}\tag{15}$$

其中 M 为某常数,满足:$\phi_2(\|z\|)\leqslant M,\forall\ z\in\Omega^z_{c_1}$. 由 $(1-\bar k)>0$,不难看到:对 $\varepsilon_2<\frac{1}{2}$,$\eta^*(>k_5)$ 适当大,当 $\eta>\eta^*$ 时,下式成立

$$\dot V_{(14)}\leqslant-\frac{1}{2}\|z\|^2.\tag{16}$$

当 $(z,w)\in\{\{z\mid\eta\|B^{\mathrm T}Pz\|\leqslant\mu\}\cap\Omega^z_{c_1}\}\times\Omega^w_{c_2}$ 时,用类似估计可以得到

$$\dot V_{(14)}\leqslant-\frac{1}{2}\|z\|^2+\frac{\mu}{4}.\tag{17}$$

这样,对 $\forall\ (z,w)\in\Omega^z_{c_1}\times\Omega^w_{c_2}$,下式成立

$$\dot V_{(14)}\leqslant-\frac{1}{2}\|z\|^2+\frac{\mu}{4}.\tag{18}$$

取 $c_3<c_1,\mu\leqslant 2c_3/\lambda_{\max}(P)$,则对 $\forall\ (z,w)\in\Omega^z_{c_1}\times\Omega^w_{c_2}$,及 $V(z)\geqslant c_3$,有

$$\dot V_{(14)}<0.\tag{19}$$

又由式(12),(13),对 $(z,w)\in\Omega^z_{c_1}\times\Omega^w_{c_2}$,及 $W(w)=c_2$,有

$$\dot V_{(4)}<0.\tag{20}$$

因此,$\Omega^z_{c_3}\times\Omega^w_{c_2}$ 为闭环系统(4),(10)的正不变集,即,对 $\forall\ (z(0),w(0))\in\Omega^z_{c_3}\times\Omega^w_{c_2}$,及一切 $t\geqslant 0$,有闭环系统的轨线 $(z(t),e(t))\in\Omega^z_{c_3}\times\Omega^w_{c_2}$.

综上,状态控制器的设计步骤为

1)选取常数 $c_2>0$ 使 $\Omega^w_{c_2}=\{w\mid W(w)\leqslant c_2\}$ 为包含在 u 中的最大椭球,并根据式(13)选取常数 $c_1>0$,使 $\Omega^z_{c_1}=\{z\mid V(z)\leqslant c_1\}\subset\mathscr{S}$;

2)对任取定的 $c_3<c_1$,选取常数 μ 使 $\mu\leqslant 2c_3/\lambda_{\max}(P)$;

3)根据式(15)选取适当大的 η,使式(16),(17)成立;

4)对如上选定的 μ,η,根据式(10)设计状态控制器.

4　动态输出反馈镇定

为实现系统的输出反馈镇定,作者将在状态反馈控制器(10)的基础上,构造观测器,以得到 z 的一种估计状态 $\hat z$.

类似于文献[2,3],构造观测器如下

$$\begin{cases}\dot{\hat z}_i=A_i\hat z_i+\begin{pmatrix}k&\cdots&0\\&\ddots&\\0&\cdots&k^{r_i}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_1^i\\\vdots\\a_{r_i}^i\end{pmatrix}(y_i-\hat z_1^i)=A_i\hat z_i+K_i\boldsymbol h_ic_i(z_i-\hat z_i),\\\hat z=(\hat z_1,\cdots,\hat z_m)^{\mathrm T},\ \hat z_i=(\hat z_1^i,\cdots,\hat z_{r_i}^i),\end{cases}\tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{h}_i=(a_1^i,\cdots,a_{r_i}^i)$ 为 Hurwitz 向量，$K_i=\begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & k^{r_i} \end{pmatrix}$，$k>0$为待定常数，$i=1,\cdots,m$. 采用文献[2,3,7,8]中的“饱和”方法，令：$\boldsymbol{u}^s\boldsymbol{z}=(u_1^s(z),\cdots,u_m^s(z))^{\mathrm{T}}$，得

$$u_i^s(z)=s^i\mathrm{sat}\left(\frac{u_i(z)}{s^i}\right),$$

其中 $\boldsymbol{u}(z)=(u_1(z),\cdots,u_m(z))$，与(10)式中相同，而 $\mathrm{sat}(\cdot)=\begin{cases}\mathrm{sgn}(\cdot),\|\cdot\|>1\\ \cdot,\|\cdot\|\leqslant 1\end{cases}$，$s^i=\max_{z\in\Omega_{c_1}^z}|u_i(z)|$. 于是，$\|u^s(z)\|$在 R^n 上全局有界，且当 $z\in\Omega_{c_1}^z$时，$\boldsymbol{u}^s(z)=\boldsymbol{u}(z)$. 现取

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}^s(\hat{z}), \tag{22}$$

由式(4)，(21)，(22)构成闭环系统如下：

$$\begin{cases}\dot{z}=Az+\xi_1(z,w)+B[F(z,w)+G(z,w)u^s(\hat{z})+\xi_2(z,w)],\\ \dot{w}=q(z,w)+\Phi(z,w),\\ \dot{\hat{z}}_1=A_1\hat{z}_1+k_1h_1c_1(z_1-\hat{z}_1),\\ \vdots\\ \dot{\hat{z}}_m=A_m\hat{z}_m+k_mh_mC_m(z_m-\hat{z}_m),\\ y=Cz.\end{cases} \tag{23}$$

作变换

$$e_i=\begin{pmatrix}k^{r_i-1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & k & \\ & & & 1\end{pmatrix}(z_i-\hat{z}_i),\quad i=1,2,\cdots,m. \tag{24}$$

系统(23)变换成为

$$\begin{cases}\dot{z}=Az+\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+G(z,w)u^s(\hat{z})+\xi_2(z,w)),\\ \dot{w}=q(z,w)+\phi(z,w),\end{cases} \tag{25}$$

$$\dot{e}=k(A-HC)e+\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+\xi_2(z,w))+G(z,w)u^s(\hat{z}), \tag{26}$$

其中 $H=\mathrm{blockdiag}(\boldsymbol{h}_1,\cdots,\boldsymbol{h}_m)$.

记式(25)满足$(z(0),w(0))=(z_0,w_0)$的轨线为$(z(t,z_0,w_0),w(t,z_0,w_0))$，取 c'_1，满足$c_3<c'_1<c_1$，这时，对$\forall\ (z_0,w_0)\in\Omega_{c_3}^z\times\Omega_{c_2}^w$，由式(12)，(13)，对$\forall\ (z,w)\in\Omega_{c'_1}^z\times\Omega_{c_2}^w$及 $W(w)=c_2$，有 $\dot{W}_{(25)}(w)<0$. 因此，$(z(t,z_0,w_0),w(t,z_0,w_0))$只能通过 $V(z)=c'_1$离开 $\Omega_{c'_1}^z\times\Omega_{c_2}^w$.

为证明系统(25)，(26)渐近稳定，首先给出两个引理，由于篇幅所限，略去它们的证明.

引理1. 存在不依赖于 k 及初值$(z_0,w_0,e_0)\in\Omega_{c_3}^z\times\Omega_{c_2}^w\times R^r$ 的 $T_2>0$，使$\forall t\in[0,T_2]$，有

$$(z(t,z_0,w_0,e_0),w(t,z_0,w_0,e_0))\in\Omega_{c'_1}^z\times\Omega_{c_2}^w.$$

(证明略).

令 $\overline{P}=\overline{P}^{\mathrm{T}}>0$是 Lyapunov 方程 $\overline{P}(A-HC)+(A-HC)^{\mathrm{T}}\overline{P}=-I$ 的解矩阵. 取 $\overline{V}(e)=e^{\mathrm{T}}\overline{P}e$，并取 $k_6>0$，使在 $\Omega_{c_1}^z\times\Omega_{c_2}^w\times R^r$ 上成立

$$\|\xi_1(z,w)+B(F(z,w))+G(z,w)u^s(\hat{z})+\xi_2(z,w)\|\leqslant k_7.$$

那么,当 $t\in[0,T_2]$时,可得

$$\dot{\bar V}(e)_{(26)}\leqslant -ke^{\mathrm T}e+2\|e^{\mathrm T}\|\|\bar P\|k_7\leqslant$$

$$-\frac{k}{\alpha\max(\bar P)}\sqrt{\bar V(e)}\left(\sqrt{\bar V(e)}-\frac{2\|\bar P\|k_7\sqrt{\lambda_{\max}(\bar P)}}{k\sqrt{\lambda_{min}(\bar P)}}\right).\tag{27}$$

因此,当 $\bar V(e)>\frac{1}{k^2}4\|\bar P\|^2k_7^2\frac{\lambda_{\max}(\bar P)}{\lambda_{\min}(\bar P)}$时,有

$$\dot{\bar V}(e)_{(26)}<0.\tag{28}$$

记 $h(k)=\frac{1}{k^2}16\|\bar P\|^2k_7^2\frac{\lambda_{\max}(\bar P)}{\lambda_{\min}(\bar P)}$,$d(k)=dk^{r_*}$,$r_*=\max\{r_1-1,\cdots,r_m-1\}$.

引理2. 存在 $k^*>0$,当 $k>k^*$时,可以找到 $T_1(k)$,$0<T_1(k)<T_2$,使得$\forall\ (z_0,w_0,e_0)\in\Omega^z_{c_3}\times\Omega^w_{c_2}\times\Omega^e_{d(k)}$,当 $t\in[T_1(k),T_2]$时,有 $e(t,z_0,w_0,e_0)\in\Omega^e_{h(k)}$.

(证略)

定理1. 如果系统(1)满足假设1—6,则存在 $k^*>0$,当 $k\geqslant k^*$时,系统(1)可用动态输出反馈控制器(21),(22)进行镇定,且闭环系统(23)的吸引域包含区域

$$\Omega^z_{c_3}\times\Omega^w_{c_2}\times\kappa_{\hat z},$$

其中 $\kappa_{\hat z}$为 R^r 中任给的包含原点的紧集,$\Omega^w_{c_2}$为包含在 $\mathscr{U}$ 中的最大椭球,$c_3<c_1$,c_1为满足(13)的常数,式(22)中的 $u(\cdot)$由关系式(10)规定.

证. 取标量函数 $L(z,w,e)$如下:

$$L(z,w,e)=\lambda V(z)+W(w)+\bar V(e),\lambda>0\text{ 待定}.$$

在 $\Omega_{c'_1}\times\Omega^w_{c_2}\times\Omega^e_{h(k)}$上,沿系统(25),(26)估计 $\dot L(z,w,e)$

$$\dot L(z,w,e)=\lambda\dot V_{(25)}+\dot W_{(25)}+\dot{\bar V}_{(26)},\tag{30}$$

$$\dot W(w)|_{(25)}\leqslant -k_3(1-\varepsilon_1)\|w\|^2+k_4(L+l_2)\|w\|\|z\|\leqslant$$

$$\varepsilon_3\|w\|^2+\frac{1}{\varepsilon_3}k_4^2(L+l_2)^2\|z\|^2-k_3(1-\varepsilon_1)\|w\|^2.\tag{31}$$

设 $e(t,z_0,w_0,e_0)\in\Omega^e_{h(k)}$时,有

$$\|e(t)\|\leqslant\frac{1}{k}k_8.$$

由不等式(29),可取 k 充分大,使当 $z\in\Omega^z_{c'_1}$,$e\in\Omega^e_{h(k)}$时,$\hat z(=z+e)\in\Omega^e_{c_1}$,此时,$u^s(\hat z)=u(\hat z)$,那么,当$(z,w,e)\in\Omega^z_{c'_1}\times\Omega^w_{c_2}\times\Omega^e_{h(k)}$时,可证

$$\|u^s(\hat z)-u^s(z)\|=\|u(\hat z)-u(z)\|\leqslant l_5\|e\|,$$

其中 l_5为与 μ,η 有关的常数.

设在 $\Omega^z_{c'_1}\times\Omega^w_{c_2}\times\Omega^e_{h(k)}$上

$$\|F(z,w)+\xi_2(z,w)-Kz\|\leqslant l_3\|z\|+l_4\|w\|$$

$$\|\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+G(z,w)u^s(\hat z)+\xi_2(z,w))\|\leqslant l_6(\|z\|+\|w\|+\|e\|)$$

其中 $l_3,l_4>0$为常数,$l_6>0$为与 μ,η 有关的常数. 那么,可得

$$\dot V(z)|_{(25)}=2\lambda z^TP[(A+BK)z+\xi_1(z,w)+B(F(z,w)+G(z,0)u^s(z)+\xi_2(z,w)-$$

$$Kz)+BG(z,w)(u^s(\hat z)-u^s(z))+B(G(z,w)-G(z,0))u^s(z)]\leqslant$$

$$-\lambda(1-2\varepsilon_3)\|z\|^2-\lambda[2(1-\bar k)\eta-\frac{1}{\varepsilon_3}\|P\|^2M^2]\phi_1^2(\|z^TPB\|)-$$

$$\lambda[2\eta(1-\bar{k})-\frac{1}{\varepsilon_3}(l_3^2+\lambda l_4^2)]\|z^{\mathrm{T}}PB\|^2+\varepsilon_3\|w\|^2+\lambda M_1 l_5^2\|e\|^2, \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}(e)|_{(26)}\leqslant &-k\|e\|^2+2\|\bar{P}\|^2+2\|\bar{P}\|\|e\|l_6(\|z\|+\|w\|+\|e\|)\leqslant \\ &-(k-1\|\bar{P}\|l_6^2-2\|\bar{P}\|l_6-\frac{1}{\varepsilon_3}\|\bar{P}\|^2l_6^2)\|e\|^2+ \\ &\|\bar{P}\|\|z\|^2+\varepsilon_3\|w\|^2.\end{aligned} \tag{33}$$

因此，在 $\Omega_{c'_1}^z\times\Omega_{c_2}^w\times\Omega_{h(k)}^e$ 上，成立不等式

$$\begin{aligned}\dot{L}(z,w,e)\leqslant &-[\lambda(1-2\varepsilon_3)-\frac{1}{\varepsilon_3}k_4^2(L+l_2)-\|\bar{P}\|]\|z\|^2- \\ &[k_3(1-\varepsilon_1)-3\varepsilon_3]\|w\|^2- \\ &(k-\|\bar{P}\|l_6^2-2\|\bar{P}\|l_6-\frac{1}{\varepsilon_3}\|\bar{P}\|^2l_6^2-\lambda M_1l_5^2)\|e\|^2- \\ &\lambda[2(1-\bar{k})\eta-\frac{1}{\varepsilon_3}\|P\|^2M^2]\phi_1^2(\|z^{\mathrm{T}}PB\|)- \\ &\lambda[2\eta(1-\bar{k})-\frac{1}{\varepsilon_3}(l_3^2+\lambda l_4^2)]\|z^{\mathrm{T}}PB\|^2.\end{aligned} \tag{34}$$

现取 ε_3 适当小，使满足 $L_2=k_3(1-\varepsilon_1)-3\varepsilon_3>0$，及 $1-2\varepsilon_3>0$，再取 λ 适当大，使得下列不等式成立

$$L_1=[\lambda(1-2\varepsilon_3)-\frac{1}{\varepsilon_3}k_4^2(L+l_2)-\|\bar{P}\|]>0,$$

然后取 η 适当大，使得

$$2(1-\bar{k})\eta-\frac{1}{\varepsilon_3}\|P\|^2M^2>0,\quad 2\eta(1-\bar{k})-\frac{1}{\varepsilon_3}(l_3^2+\lambda l_4^2)>0,$$

对于以上取定的 $\varepsilon_3,\lambda,\eta$，最后取 k 适当大，使得

$$L_3=k-\|\bar{P}\|l_6^2-2\|\bar{P}\|l_6-\frac{1}{\varepsilon_3}\|\bar{P}\|^2l_6^2-\lambda M_1l_5^2>0,$$

对于这样取定的 $\varepsilon_3,\lambda,\eta,k$，从不等式(34)即得

$$\dot{L}(z,w,e)\leqslant -L_1\|z\|^2-L_2\|w\|^2-L_3\|e\|^2. \tag{35}$$

由引理2及式(35)知，对 $\forall\ (z_0,w_0,e_0)\in\Omega_{c_3}^z\times\Omega_{c_2}^w\times\Omega_{d(k)}^e$，当 $t\to\infty$ 时，有 $(z(t,z_0,w_0,e_0),w(t,z_0,w_0,e_0),e(t,z_0,w_0,e_0))\to(0,0,0)$. 因此，再次注意到式(35)，闭环系统(23)，从而闭环系统(1)，(21)，(22)渐近稳定，且吸引域包含 $\Omega_{c_1}^z\times\Omega_{c_2}^w\times\kappa_z$.

5 结语

本文讨论了 MIMO 不确定非线性系统的镇定，所得结果是区域性的，即闭环系统的吸引域不仅是平衡点的某局部邻域. 与文献[7,8]相比，本文结果是在不要求标称系统可完全线性化，并允许系统带有某种非匹配不确定性的情况下得到的，有关非匹配不确定性非线性系统的输出反馈镇定工作，尚不多见. 但也如所看到的那样，本文对非匹配不确定性的假设并不令人满意，同时，与现有结果相同，所设计的补偿器也为“高增益”型的. 如何对非匹配不确定性给出更合理的刻画，以及如何设计出有限增益的控制器，将是一项更有意义的工作.

参 考 文 献

1 Emelyamer S V, *et al*. Discontinuous output feedback stabilizating an uncertain MIMO plant. *Int. J. Contr.*, 1992, **55**(1): 83～107

2 Khalil K H, Esfandiari F. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback, *IEEE*, **AC-38**(9): 1413～1415

3 OH S, Khalil K H. Output feedback stabilization using variable structure control. *Int. J. Contr.*, 1995, **62**(4): 831～848

4 刘一军，秦化淑. 带有非匹配不确定性非线性系统的线性动态输出反馈镇定. 自动化学报，1998，**24**(2)：145—153

5 洪弈光，秦化淑. 一类不确定非线性控制系统的镇定. 见：秦化淑主编. 控制理论及应用年会论文集. 北京：海洋出版社，1993

6 秦化淑，梅生伟. 基于动态补偿的一类非线性系统的鲁棒镇定. 见：秦化淑主编，中国控制会议论文集. 武汉：武汉出版社，1995

7 Esfandiari F, Khalil H K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems. *Int. J. Contr.*, 1992, **56**(5): 1007～1037

8 Mahmoud N A, Khalil H K. Asymptotic regulation of minimum phase nonlinear system using output feedback. *IEEE*, 1996, **AC-41**(10): 1402～1412

9 Isidori. Nonlinear Control Theory. New York: Spring-verlag, 1989

10 Behtash S. Robust output tracking for nonlinear systems, *Int. J. Control*, 1990, **51**(6): 1381～1407

11 Li Zhong-hua, Chai Tian-you, Wen Changyun. Systematic design of robust controllers for nonlinear uncertain systems. *int. J. Control*, 1995, **62**(4): 871～892.

12 Liao T L, Fu L C, Hsu C F. Output tracking control of nonlinear system with mismatched uncertainties. *Syst. Contr. Lett.*, 1992, **18**(2): 39～47.

刘一军　1987年于河北师范大学获硕士学位，1997年获中国科学院系统科学研究所博士学位. 现在天津河北工业大学工作. 主要从事非线性系统(标称与含不确定性两类)的结构性质分析和控制问题研究，特别对非线性系统的局部、半全局和全局输出反馈镇定和跟踪问题有兴趣.

秦化淑　1956年毕业于南开大学. 1961—1980年在中国科学院数学所工作，1980年至今在中国科学院系统科学研究所从事控制系统的理论和应用研究工作. 研究领域为非线性控制系统的结构性质和控制问题研究、机械臂控制、卫星控制等方面的应用研究，特别对含不确定性的非线性系统的输出反馈控制和浑沌系统的生成、抑制及同步化控制等问题有兴趣.