



# 一类不稳定时滞过程的最优抗干扰控制<sup>1)</sup>

张卫东 许晓鸣

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

孙优贤

(浙江大学工业控制技术研究所, 工业自动化国家重点实验室 杭州 310027)

**摘要** 针对不稳定时滞过程的干扰抑制问题提出一种新的设计方法, 通过有理逼近的方法推导出了控制器参数的设计公式, 给出了判断系统稳定性的充分必要条件, 并在仿真研究中将本文提出的设计方法与其他设计方法进行了对比。

**关键词** 不稳定过程, 时滞系统, 最优控制, 干扰抑制。

## OPTIMAL DISTURBANCE REJECTION FOR A CLASS OF UNSTABLE PROCESSES

ZHANG Weidong XU Xiaoming

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

SUN Youxian

(Institute of Industrial Process Control of Zhejiang University,  
National Laboratory of Industrial Control Technology, Hangzhou 310027)

**Abstract** In this paper, a new design method for the control of a class of unstable processes is developed. A rational approximation is used for the design. Explicit formulas are derived from the concept of optimal disturbance rejection, and a sufficient and necessary condition for stability is provided. A simulation study demonstrates the validity of the new method.

**Key words** Unstable process, time delay system, optimal control, disturbance rejection

## 1 引言

大多数化工过程的动态特性都是稳定的, 可以用一阶惯性加纯滞后的模型来描述. 对

1) 国家自然科学基金(69804007)和上海市科技启明星计划(99QD14012)资助项目.

这类过程已经发展了许多有效的控制方法,譬如 PID 控制器和 Smith 预估器等.不稳定的动态特性通常只出现在少数的工业过程中<sup>[1]</sup>,这类对象的控制是个比较困难的问题.文献[2]通过引入辅助系统提出一种修正的 Smith 预估器,文献[3]讨论了 P 和 PI 控制器的最优裕度设计问题,由于最优裕度设计是通过数值方法实现的,比较麻烦,所以文献[4]又在此基础上推导了 P 和 PI 控制器的设计公式,并且给出了 PI 控制器设计的稳定条件.

本文受文献[5]启发,在鲁棒控制理论和最优控制理论的基础上提出一种最优干扰抑制设计方法.首先,采用有理函数逼近纯滞后,将时滞系统控制问题转化为非时滞系统控制问题.然后,对不稳定控制对象进行互质分解,给出控制器的参数化形式.最后,通过对最优干扰抑制问题的求解获得控制器的参数.针对有理近似引入的误差,文中还讨论了控制系统的稳定性问题,给出了判定系统稳定性的充分必要条件.与其他设计方法相比,本文方法的突出优点在于控制器的设计过程是解析的,给出了控制器参数的设计公式.

## 2 系统稳定性

本文考虑的不稳定时滞过程由以下模型描述:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-\theta s}. \quad (1)$$

就过程控制而言,此模型已足以描述大多数的不稳定过程.采用有理函数逼近纯滞后,有

$$G(s) = \frac{K}{\tau s - 1} \frac{1}{\left(1 + \frac{\theta}{n}s\right)^n},$$

式中  $n$  是个足够大的非负整数.

引入符号  $\Phi$  代表一族稳定正则实有理的函数,做  $G(s)$  的互质分解

$$G(s) = \frac{N(s)}{M(s)}, \quad N(s), M(s) \in \Phi, \quad (2)$$

使满足如下方程

$$N(s)X(s) + M(s)Y(s) = 1, \quad X(s), Y(s) \in \Phi,$$

容易得到

$$N(s) = \frac{K}{(s+1)^{n+1}}, \quad M(s) = \frac{(\tau s - 1) \left(1 + \frac{\theta}{n}s\right)^n}{(s+1)^{n+1}}. \quad (3)$$

对简单的情况可以直接求出  $X(s)$  和  $Y(s)$ . 对复杂的情况可采用如下的方法:

1) 用映射  $s = (1-\eta)/\eta$  将  $G(s)$  变换成  $G(\eta)$ , 写成互质多项式的比

$$G(\eta) = \frac{n(\eta)}{m(\eta)};$$

2) 利用 Euclid 算法<sup>[7]</sup>求多项式  $x(\eta)$  和  $y(\eta)$ , 使得  $n(\eta)x(\eta) + m(\eta)y(\eta) = 1$ ;

3) 再用映射  $\eta = 1/(s+1)$  将  $n(\eta)$ ,  $m(\eta)$ ,  $x(\eta)$  和  $y(\eta)$  变换成  $N(s)$ ,  $M(s)$ ,  $X(s)$  和  $Y(s)$ .

**引理1<sup>[7]</sup>.** 假定  $G(s) = N(s)/M(s)$  是  $\Phi$  中的互质分解,  $X(s)$  和  $Y(s)$  是  $\Phi$  中的两个函数且满足  $N(s)X(s) + M(s)Y(s) = 1$ , 那么使反馈系统达到内稳定的所有控制器  $C$  的集合为

$$\left\{ C(s) = \frac{X(s) + M(s)Q(s)}{Y(s) - N(s)Q(s)}, Q(s) \in \Phi \right\}. \quad (4)$$

设控制对象的模型是精确的,将有理近似引入的误差视作一种不确定性,则系统的乘性不确定性界为

$$L(\omega) = \left| e^{-\theta s} \left( 1 + \frac{\theta}{n}s \right)^n - 1 \right|. \quad (5)$$

**引理2<sup>[7]</sup>.** 假定控制系统的闭环传递函数是  $T(s)$ , 系统的乘性不确定性界是  $L(\omega)$ , 则控制器  $C$  能保证闭环系统鲁棒稳定性的充分必要条件是

$$\|T(s)L(\omega)\|_{\infty} < 1. \quad (6)$$

### 3 最优控制器设计

设系统的控制器是  $C$ , 容易求出系统的灵敏度函数为

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} = M(s)[Y(s) - N(s)Q(s)], \quad (7)$$

则最优干扰抑制问题可以表示为

$$\min \|W(s)S(s)\|_2 = \min \|W(s)M(s)[Y(s) - N(s)Q(s)]\|_2, \quad (8)$$

式中的  $W(s)$  是权函数, 其选取的原则可参考[7]. 由于在过程控制中, 控制器大都是针对单位阶跃输入设计的, 所以可以取  $W(s) = 1/s$ . 因此有

$$\begin{aligned} \|W(s)M(s)[Y(s) - N(s)Q(s)]\|_2^2 = & \\ \left\| \frac{1}{s} \frac{(\tau s - 1) \left( 1 + \frac{\theta}{n}s \right)^n}{(s + 1)^{n+1}} \left[ Y(s) - \frac{K}{(s + 1)^{n+1}} Q(s) \right] \right\|_2^2 = & \\ \left\| \frac{1}{s} \frac{(\tau s + 1) \left( 1 + \frac{\theta}{n}s \right)^n}{(s + 1)^{n+1}} \left[ Y(s) - \frac{K}{(s + 1)^{n+1}} Q(s) \right] \right\|_2^2. & \end{aligned}$$

另一方面, 系统的渐进跟踪特性要求

$$\lim_{s \rightarrow 0} S(s) = \lim_{s \rightarrow 0} M(s)[Y(s) - N(s)Q(s)] = 0, \quad (9)$$

也就是要求  $Y - N(s)Q(s)$  有一零点在  $s=0$ , 即

$$Q(0) = \frac{Y(0)}{N(0)} = \frac{Y(0)}{K},$$

所以所有稳定的  $Q$  的集合为

$$Q(s) = \frac{Y(0)}{K} + sQ_1(s), Q_1(s) \text{ 稳定}. \quad (10)$$

在此约束下

$$\begin{aligned} \|W(s)M(s)[Y(s) - N(s)Q(s)]\|_2^2 = & \\ \left\| \frac{(\tau s + 1) \left( 1 + \frac{\theta}{n}s \right)^n}{(s + 1)^{n+1}} \left( \frac{Y(s)(s + 1)^{n+1} - Y(0)}{s(s + 1)^{n+1}} - \frac{K}{(s + 1)^{n+1}} Q_1(s) \right) \right\|_2^2. & \end{aligned}$$

因为  $Y(s)(s+1)^{n+1} - Y(0)$  中必包含因子  $s$ , 所以欲使  $\|W(s)S(s)\|_2$  最小化, 只需令

$$Q_1(s) = \frac{Y(s)(s + 1)^{n+1} - Y(0)}{Ks},$$

由此得到最优的  $Q(s)$  为

$$Q(s) = \frac{Y(s)(s+1)^{n+1}}{K}$$

最优控制器在实际控制系统中无法实现,为此引入一个低通滤波器使  $Q(s)$  变成

$$Q(s) = \frac{Y(s)(s+1)^{n+1}}{K(\lambda s+1)^{n+1}}, \quad (11)$$

式中的  $\lambda$  是滤波器参数,可以作为控制器的可调参数.  $\lambda$  与系统性能有着单调的关系,当  $\lambda$  趋向于零时控制系统趋向于最优,干扰抑制能力最强;当  $\lambda$  增大时,系统性能变差,鲁棒性增强. 容易得到,当  $n=0$  时的控制器为

$$Q(s) = \frac{Y(0)(s+1)}{K(\lambda s+1)}, \quad (12)$$

$$C(s) = \frac{X(s) + M(s)Q(s)}{Y(s) - N(s)Q(s)} = \frac{(\tau\lambda + \lambda + \tau)s + \tau}{K\lambda s}. \quad (13)$$

这是一个 PI 控制器. 因此系统的闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{(\tau\lambda + \lambda + \tau)s + \tau}{(\tau s - 1)\lambda s + (\tau\lambda + \lambda + \tau)s + \tau}. \quad (14)$$

根据引理2就可以得到系统的稳定范围.

类似地,可以求出  $n=1$  时,

$$Q(s) = \frac{cs^2 + (c+d)s + d}{K(\lambda s+1)^2}, \quad (15)$$

$$C(s) = \frac{1}{K} \frac{K(as+b)(\lambda s+1)^2 + (\tau s-1)(1+\theta s)(cs+d)}{(cs+d)(\lambda^2 s+2\lambda)s}, \quad (16)$$

这个控制器的形式就比较复杂了. 更大的  $n$  会导致更复杂的控制器,这对过程控制已无多大的意义了.

## 4 仿真研究

考虑文献[3]和[4]采用过的控制对象

$$G(s) = \frac{1}{s-1} e^{-0.5s}, \quad (17)$$

即  $K=1, \tau=1, \theta=0.5$ . 文献[3]给出的参数是  $P=1.36, I=6.94$ . 文献[4]给出的参数是  $P=1.45, I=10.94$ . 采用本文提出的控制器,当  $n=0$  时,系统不确定性(有理近似误差)较大,要求取大一些的  $\lambda, \lambda=8$ ; 当  $n=1$  时,系统不确定性较小,取  $\lambda=0.8$ . 相应的控制器参数由式(13)和(16)得到. 它们的给定值响应和干扰响应表示在图1中. 可以看到,文献[3]给出的方法(D-O 法)无论是给定值响应还是干扰响应都比较差. 本文  $n=0$  的方法与文献[4]的方法(V-C 法)相比,给定值响应较差,但是干扰抑制能力要强得多.  $n=1$  的方法无论是给定值响应,还是干扰抑制能力均非常理想.

从系统响应来看,本文  $n=0$  方法的振荡比较厉害,这是因为一方面我们得到的是次最优控制器;另一方面,当  $n=0$  时,系统存在较大的不确定性. 那么能否进一步改善控制效果呢? 根据经典的控制理论可知,降低控制器的增益将有助于减少系统闭环响应的振荡,为此将 PI 控制器修正为

$$C(s) = \alpha \frac{(\tau\lambda + \lambda + \tau)s + \tau}{K\lambda s}, \quad (18)$$

式中的  $\alpha$  是修正系数. 研究发现, 当  $\alpha=0.75$  时, 闭环系统具有较好的响应. 图2中给出了  $\lambda$  取不同值时闭环系统的响应, 可以看到好的给定值响应是以牺牲干扰抑制能力来获得的, 尽管如此, 修正方法仍具有相对较好的干扰抑制能力.

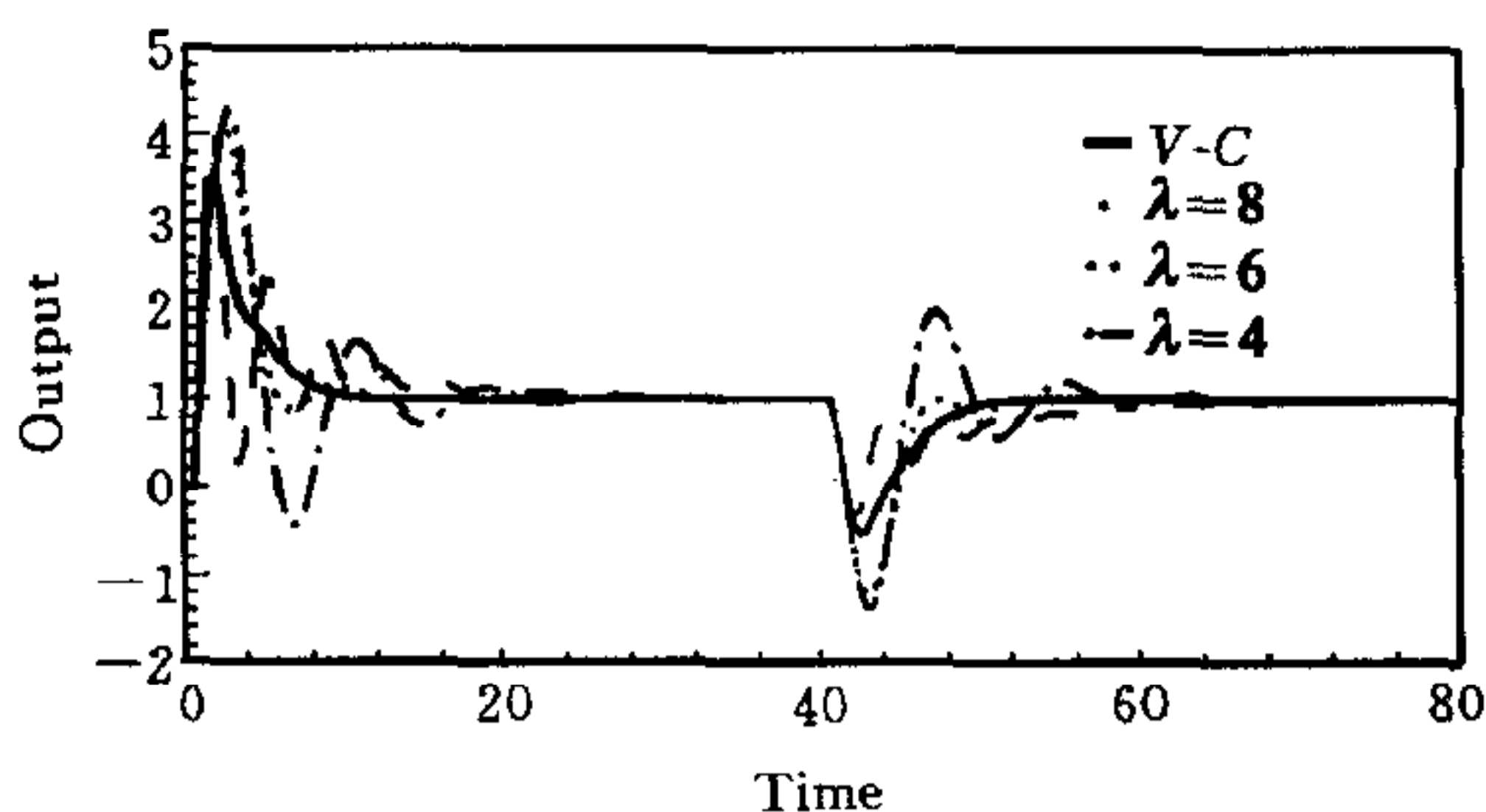


图1 控制系统的响应

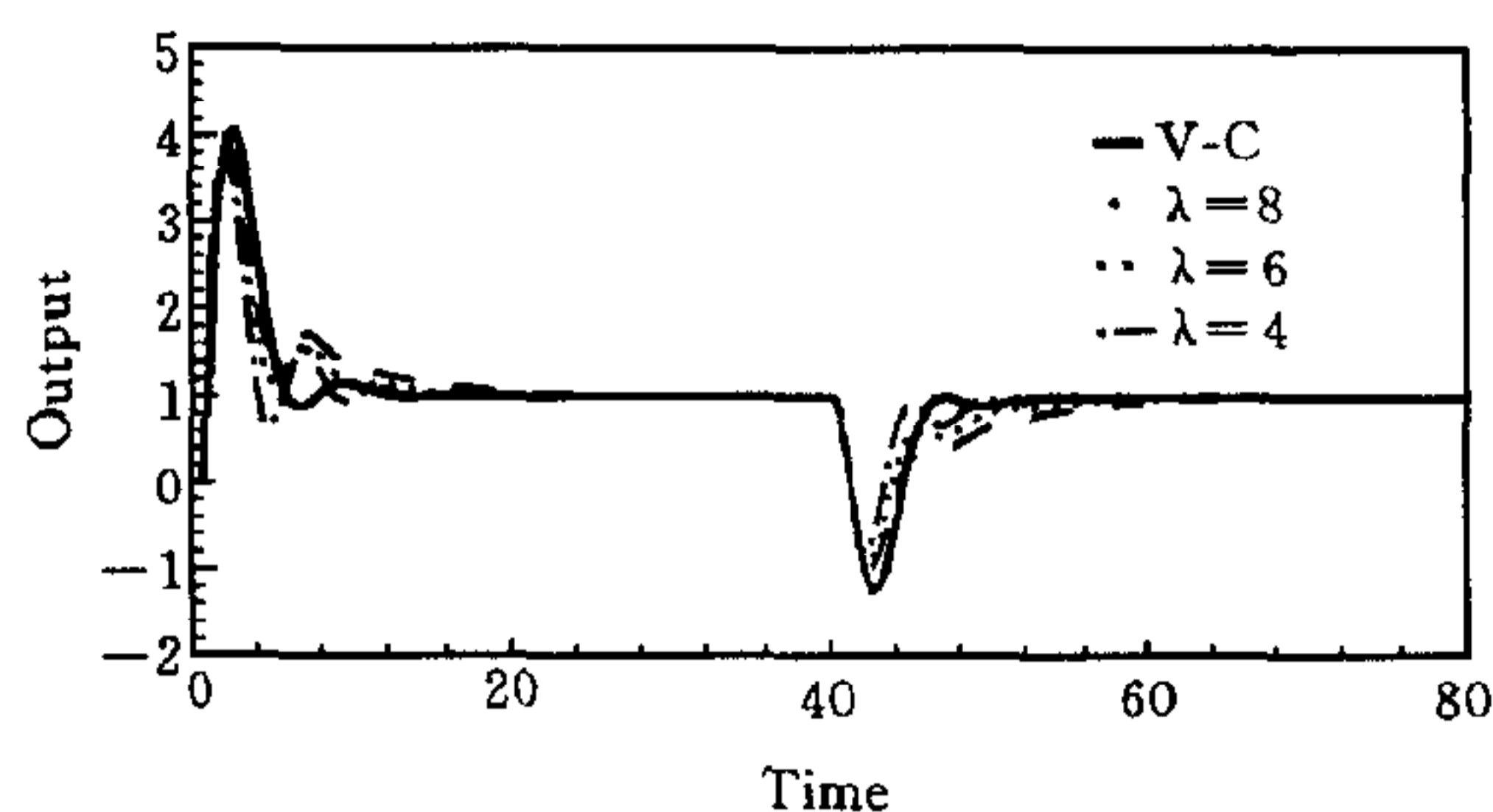


图2 修正控制系统的响应

## 5 结论

在本文中, 我们将鲁棒控制理论和最优控制理论应用到不稳定时滞系统的设计中, 针对系统的干扰抑制问题解析地得到了镇定控制器, 该控制器在低阶时表现为 PI 控制器的形式. 文中还讨论了控制系统的稳定性问题, 给出了判断系统稳定性的充分必要条件. 在仿真研究中, 本文提出的控制器与其他文献中给出的两种控制器进行了比较, 结果表明本文提出的控制器确实具有比较好的干扰抑制能力.

## 参 考 文 献

- 1 蒋慰孙, 俞金寿. 过程控制工程, 北京: 烃加工出版社, 1988
- 2 De Paor A M. A modified smith predictor and controller for unstable processes with time delay, *Int. J. Control*, 1985, **41**(4):1025~1036
- 3 De Paor A M, O'malley M. Controllers of ziegler-nichols type for unstable process with time delay, *Int. J. Control*, 1989, **49**(4):1273~1284
- 4 Venkatasankar V, Chidambaram M. Design of P and PI controllers for unstable first order plus time delay systems, *Int. J. Control*, 1994, **60**(1):137~144
- 5 张卫东, 孙优贤. 大纯滞后对象的  $H_2$  次最优控制. 控制理论与应用, 1996, **13**(4):496~499
- 6 Doyle J C, Francis B A, Tannenbaum A R. Feedback Control Theory. NY: Macmillan Publishing Company, 1992

**张卫东** 男, 1967年生于黑龙江. 1996年在浙大工业控制研究所获博士学位. 目前是上海交通大学副教授. 作为第一作者发表论文65篇. 研究方向为过程控制理论、鲁棒控制理论及其应用和现场总线.

**许晓鸣** 男, 教授, 博士生导师. 现任上海交通大学副校长. 德国洪堡奖学金获得者. 长期从事电气自动化、鲁棒控制理论及应用和计算机网络研究, 发表学术论文200多篇, 获科技进步奖3项.

**孙优贤** 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士. 长期从事过程控制、鲁棒控制理论及应用、容错控制理论及应用研究, 发表学术论文300多篇, 著作10本, 获科技进步奖18项.