

基于两条平行线段的摄像机标定¹⁾

祝海江 吴福朝 胡占义

(中国科学院自动化所模式识别国家重点实验室 北京 100080)
(E-mail: zhuhj@mail.buct.edu.cn)

摘要 提出了一种基于空间平行线段的摄像机标定算法和理论. 1) 当两条平行线段的比值已知时: a) 该平行线段的 n 幅图像可提供关于摄像机内参数的 $2(n-1)$ 个二次约束方程; b) 如果图像极点同时也是已知的, 则该平行线段的 n 幅图像可提供关于摄像机内参数的 $5n-6$ 个约束方程, 其中 $3(n-1)$ 个为二次约束, $n-2$ 个为三次约束, $n-1$ 个为四次约束. 2) 当两条平行线段的比值未知时, 则该平行线段的 n 幅图像可提供关于摄像机内参数的 $2n-3$ 个约束方程, 其中 $n-2$ 个为四次约束, $n-1$ 个为六次约束. 在理论分析的基础上, 本文给出了摄像机标定的具体算法. 模拟实验和真实图像实验均证明了本文方法的可行性. 另外, 鉴于在很多真实场景中均存在平行线段, 因此本文所得到的结果不仅具有理论意义而且也有一定的实用价值.

关键词 摄像机标定, 平行线段, 单应矩阵

中图分类号 TP391.4

Camera Calibration Based on Two Parallel Line Segments

ZHU Hai-Jiang WU Fu-Chao HU Zhan-Yi

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(E-mail: zhuhj@mail.buct.edu.cn)

Abstract A theory and algorithms of camera calibration based on two parallel line segments are proposed. 1) If the length ratio of the two parallel segments is known, then from its projections across n images, a) $2(n-1)$ quadratic constraint equations on camera internal parameters can be obtained; b) $(5n-6)$ constraint equations can be obtained if additionally the epipoles across n images are known, among which $3(n-1)$ are quadratic, $(n-2)$ third degree, and $(n-1)$ fourth degree. 2) If the length ratio of the two parallel line segments is unknown, $(2n-3)$ constraint equations are derived from n images, among which $(n-2)$ are of fourth degree, and $(n-1)$ of sixth degree. Based on the above theoretical results, two practical algorithms of camera calibration are also proposed. Experimental results on synthetic and real images validate the proposed theory and algorithms. The results in this paper seem to be not only of theoretical significance, but also of wide applicability as parallel line segments are not rare in any man-made scene.

Key words Camera calibration, parallel segments, homography

1 引言

摄像机标定是计算机视觉研究领域中的一个重要研究课题, 一直受到人们的关注. 就已发表的文献来看, 摄像机标定方法主要可以分为以下三类^[1]: 传统标定方法、自标定方法和

1) 国家自然科学基金 (60275009) 和国家 863 计划 (2002AA422230) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P.R.China (66275009) and National 863 Program (2002AA422230)

收稿日期 2003-12-25 收修改稿日期 2005-1-10
Received December 25, 2003; in revised form January 10, 2005

基于主动视觉的标定方法. 传统标定方法是基于一个精确测定的物体(标定块)作为空间参照物的摄像机内参数标定方法, 这类方法的典型代表有 DLT(Direct Linear Transformation)方法^[2], Tsai 方法^[3], Weng 的迭代法^[4], 以及基于平面模板的标定方法^[5]等. 自标定方法是不需要借助任何外在的信息, 仅利用图像之间的点对应信息来获得摄像机内参数, 自标定方法最初是由 Faugeras, Mayban^[6,7]和 Hartley^[8]提出来的, 自标定方法的典型算法有基于绝对二次曲线的自标定算法^[6,8], 基于绝对二次曲面的自标定算法^[9]以及基于分层重建的标定算法^[10,11]等等. 基于主动视觉的标定方法是通过控制摄像机的运动来标定摄像机内参数, 一般说来, 这种方法可以线性求解. 这类方法具有代表性的工作有^[12~14]等. 此外, 还有其它一些标定方法: 如摄像机绕着光心作纯旋转运动时对摄像机的标定^[15,16], 利用所拍摄场景中包含的平行关系, 正交关系以及已知角和边的比值等几何信息对摄像机的标定^[17,18].

在已有的文献中, 虽然也有利用场景中包含矩形或正方形等有关平行的几何信息来标定摄像机的报道^[19~21], 如矩形的 n 幅图像提供 n 个线性约束, 正方形的 n 幅图像提供 $2n$ 个线性约束等等, 但是还未见到有关文献系统地研究基于两条平行线段的摄像机标定方法的报道. 在本文中, 我们系统地研究了两条平行线段的图像对摄像机内参数的约束问题. 1) 当两条平行线段的比值已知时: a) 如果图像极点未知, 则该平行线段的 n 幅图像对摄像机内参数构成 $2(n-1)$ 个二次约束; b) 如果图像极点已知, 则该平行线段的 n 幅图像可以提供 $(5n-6)$ 个内参数约束, 其中 $3(n-1)$ 个是二次约束, $(n-2)$ 个是三次约束, $(n-1)$ 个是四次约束. 2) 当两条平行线段的比值未知时, 则该平行线段的 n 幅图像对摄像机内参数构成 $(2n-3)$ 个约束, 其中 $(n-2)$ 个是四次约束, $(n-1)$ 个是六次约束. 3) 对于由平行线段所构成的一些特殊图形, 进一步得到了一些非常有意义的结果, 例如: 平行四边形的 n 幅图像可提供内参数的 $2(n-1)$ 个二次约束, 矩形的 n 幅图像可提供内参数的 n 个线性约束和 $(n-1)$ 个二次约束等等. 上述所有结论尚未在文献中见到过类似的报道.

本文使用的符号作如下规定: 小写黑体字母表示图像点向量, 大写黑体字母表示空间点向量, 大写非黑体字母表示矩阵, 其它形式表示标量.

2 预备知识

在本文中, 假设摄像机为五参数的针孔模型.

2.1 单应矩阵

单应矩阵是一个非奇异的 3×3 矩阵, 它表示一个平面到平面的齐次变换, 通常称为单应变换或二维射影变换.

空间平面到像平面的单应矩阵

令 π 是一个空间平面, 如果摄像机中心不在平面 π 上, 则摄像机对它的作用(即空间平面在图像平面上的投影)可以用一个单应变换表示, 假定选择世界坐标系使得平面 π 为 $x-y$ 坐标平面, 则这个单应矩阵 H_π 可以表示为: $H_\pi = K[r_1 \ r_2 \ t]$, 其中, K 是摄像机内参数矩阵, $[r_1 \ r_2 \ r_3 \ t]$ 是世界坐标系到摄像机坐标系之间的欧氏变换, 即 $p = K[r_1 \ r_2 \ r_3 \ t]$ 是摄像机投影矩阵.

像平面到像平面之间的单应矩阵

设 $I^{(1)}, I^{(2)}$ 是同一个空间平面 π 在两个摄像机下的图像, 则这个平面诱导一个从像平面到像平面的单应矩阵, 这个单应矩阵可以表示为: $H^{(12)} = H_\pi^{(2)}(H_\pi^{(1)})^{-1}$. 假定 $[R \ t]$ 是两个摄像机之间的运动, 即从第一个摄像机坐标系到第二个摄像机坐标系之间的变换是 $X_c^{(2)} = RX_c^{(1)} + t$, 这里 R 是一个旋转矩阵, t 是一个平移向量. 如果两个摄像机的内参数分别为 $K^{(1)}, K^{(2)}$, 则有

$$H^{(12)} \approx K^{(2)}R(K^{(1)})^{-1} + \frac{1}{d}K^{(2)}tn^T(K^{(1)})^{-1} \quad (1)$$

其中 n 是平面 π 在第一个摄像机坐标系下的法向量, d 是平面 π 到第一个摄像机坐标原点

(即第一个摄像机的光心) 间的距离. 在 (1) 式中, 令 $d \rightarrow \infty$, 则有

$$H_{\infty}^{(12)} \approx K^{(2)}R(K^{(1)})^{-1}$$

并称它为无穷远平面 π_{∞} 在两图像平面之间诱导的单应矩阵, 简称无穷远平面的单应矩阵.

如果已知一个空间平面和它对应的图像平面上的四对对应点, 则可以唯一确定它们之间的单应矩阵. 下面的命题 1 说明了这一点.

命题 1. 给定 4 对空间点到图像点之间的点对应 $\mathbf{X}_j \leftrightarrow \mathbf{m}_j, (1 \leq j \leq 4)$, 则在相差一个常数因子的意义下可唯一确定单应矩阵 H 的充要条件是 $\mathbf{X}_j (1 \leq j \leq 4)$ 中任意三点均不共线. 并且可以通过下述公式计算该单应矩阵:

$$H \approx [\mathbf{m}_1 \ \mathbf{m}_2 \ \mathbf{m}_3] \text{diag} \left(\frac{q_1}{p_1}, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_3}{p_3} \right) [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \mathbf{X}_3]^{-1} \quad (2)$$

其中 $(p_1, p_2, p_3)^T = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \mathbf{X}_3]^{-1} \mathbf{X}_4$, $(q_1, q_2, q_3)^T = [\mathbf{m}_1 \ \mathbf{m}_2 \ \mathbf{m}_3]^{-1} \mathbf{m}_4$.

(证明从略.)

2.2 绝对二次曲线与圆环点

绝对二次曲线 Ω_{∞} 是无穷远平面 π_{∞} 上的一个虚二次曲线, 它在任何三维相似变换下都是不变的. 它由满足下述方程的点 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ 所构成:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

或等价地写成: $\mathbf{X}_{\infty}^T \mathbf{X}_{\infty} = 0 (\mathbf{X}_{\infty} \in \pi_{\infty})$. 即在无穷远平面 π_{∞} 上, 绝对二次曲线的矩阵表示为 $\Omega_{\infty} = I (I$ 为单位矩阵).

任意有限远空间平面 π 交无穷远平面于一条直线, 该直线称为平面 π 的无穷远直线 l_{∞} . 无穷远直线 l_{∞} 与绝对二次曲线交于一对共轭虚点, 称为圆环点. 圆环点在任何平面相似变换下是不变的, 在欧氏齐次坐标系下, 这两个圆环点可表示为: $\mathbf{I} = (1, i, 0)^T$, $\mathbf{J} = (1, -i, 0)^T$.

令 C 是绝对二次曲线的图像 (IAC), 并且摄像机矩阵为 $P = K[R \ t]$, 不难看出, 无穷远平面到像平面的单应矩阵为 $H = KR$. 由于绝对二次曲线在无穷远平面上, 所以由 H 能计算出 $C = H^{-T} \Omega_{\infty} H^{-1} = K^{-T} K^{-1}$. 因此, IAC 是像平面上的一条二次曲线, 它与外参数无关, 仅与摄像机的内参数有关. 令 \mathbf{m}_I 表示圆环点的图像, 由于圆环点在绝对二次曲线上, 所以有: $\mathbf{m}_I^T C \mathbf{m}_I = 0$. 若 $C^{(1)} = (K^{(1)})^T (K^{(1)})^{-1}$, $C^{(2)} = (K^{(2)})^{-T} (K^{(2)})^{-1}$ 分别为两个摄像机的 IAC, 则它们有下述齐次关系

$$C^{(2)} \approx H_{\infty}^{-T} C^{(1)} H_{\infty}^{-1}$$

其中 H_{∞} 是两幅图像之间由无穷远平面诱导的单应矩阵.

3 两条空间平行线段的像对内参数形成的约束

在本节中, 我们将讨论如何从比值已知的两条平行线段的图像建立关于摄像机内参数的约束方程.

如果已知两条平行线段 $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_3$ 和 $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_4$ 的比值为 $r = |\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_3| / |\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_4|$, 定义这两条平行线段所在的坐标系如图 1 所示, 则该平行线段四个端点的欧氏坐标分别为:

$$\mathbf{X}_1 = (0, 0, 1)^T, \mathbf{X}_2 = (1, 0, 1)^T, \mathbf{X}_3 = (t \cos \theta, t \sin \theta, 1)^T, \mathbf{X}_4 = \left(1 + \frac{t}{r} \cos \theta, \frac{t}{r} \sin \theta, 1\right)^T$$

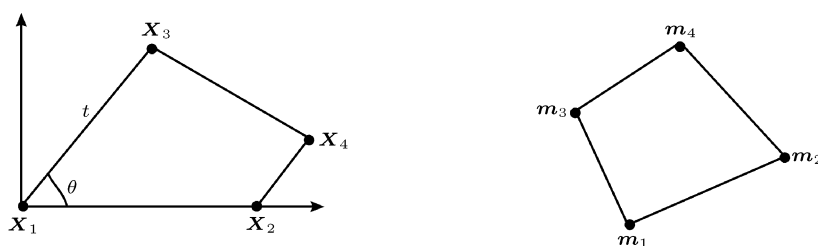


图 1 两平行线段的四个端点与它们的图像

Fig. 1 Four endpoints of two parallel space segments and their corresponding image points

它们对应的图像点记为 m_j , ($1 \leq j \leq 4$), 其中 t, θ 是未知参数, 分别表示线段 X_1X_3 与 X_1X_2 的比值和线段 X_1X_3 与 x 轴的夹角 (如图 1 所示). 我们先确定平行线段所在的平面到图像平面的单应矩阵的形式. 令

$$T = [X_1 \ X_2 \ X_3] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & t \cos \theta \\ 0 & 0 & t \sin \theta \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

则由 (2) 式可得

$$(p_1, p_2, p_3)^T = [X_1 X_2 X_3]^{-1} X_4 = T^{-1} X_4 = (-1/r, 1, 1/r)^T \quad (4)$$

记 $M = [m_1, m_2, m_3]$, $(q_1, q_2, q_3)^T = [m_1 m_2 m_3]^{-1} m_4$, 则

$$\tilde{M} = M \text{diag} \left(\frac{q_1}{p_1}, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_3}{p_3} \right) = [-r q_1 m_1 \quad q_2 m_2 \quad r q_3 m_3] \quad (5)$$

矩阵 \tilde{M} 由平行线段的比值和四个端点的图像所确定. 从 (2) 式可以计算出平行线段 X_1X_3 与 X_2X_4 所在的空间平面到像平面的单应矩阵为:

$$H \approx M \text{diag} \left(\frac{q_1}{p_1}, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_3}{p_3} \right) T^{-1} = \tilde{M} \begin{bmatrix} -1 & \text{ctg} \theta - \frac{\text{csc} \theta}{t} & 1 \\ 1 & -\text{ctg} \theta & 0 \\ 0 & \frac{\text{csc} \theta}{t} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

而平行线段 X_1X_3 与 X_2X_4 所在平面的圆环点 $I = (1, i, 0)^T$ 在单应矩阵 H 作用下的图像点为:

$$m_I = H \cdot (1, i, 0)^T \approx \tilde{M}(-1 + te^{i\theta}, -te^{i\theta}, 1)^T \quad (7)$$

令 $C = K^{-T} K^{-1}$, 它表示绝对二次曲线的图像 (IAC), 而圆环点 I 的图像在 IAC 上, 所以 $m_I^T C m_I = 0$. 记

$$\chi = \tilde{M}^T C \tilde{M} = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

将 (7) 式代入到 $m_I^T C m_I = 0$ 中得: $m_I^T C m_I = d^T \chi d + te^{i\theta} (e^T \chi d + d^T \chi e) + t^2 e^{i2\theta} e^T \chi e$. 于是, 有

$$\begin{cases} 1 \cdot d^T \chi d + t \cos \theta \cdot (e^T \chi d + d^T \chi e) + t^2 \cos 2\theta \cdot e^T \chi e = 0 \\ 0 \cdot d^T \chi d + t \sin \theta \cdot (e^T \chi d + d^T \chi e) + t^2 \sin 2\theta \cdot e^T \chi e = 0 \end{cases}$$

由于 χ 是对称矩阵, 所以有

$$\begin{cases} 1 \cdot \mathbf{d}^T \chi \mathbf{d} + 2t \cos \theta \cdot \mathbf{d}^T \chi \mathbf{e} + t^2 \cos 2\theta \cdot \mathbf{e}^T \chi \mathbf{e} = 0 \\ 0 \cdot \mathbf{d}^T \chi \mathbf{d} + 2t \sin \theta \cdot \mathbf{d}^T \chi \mathbf{e} + t^2 \sin 2\theta \cdot \mathbf{e}^T \chi \mathbf{e} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

在 (9) 式中, 除摄像机内参数外, 还含有另外两个未知参数 t 和 θ . 因此, 由两条平行线段的单幅图像不可能提供关于摄像机内参数的任何约束. 下面, 我们将从两条平行线段的多幅图像推导出摄像机内参数的约束方程.

如果两条平行线段的四个端点在第 j 幅图像上的图像点坐标分别为: $\mathbf{m}_1^{(j)}, \mathbf{m}_2^{(j)}, \mathbf{m}_3^{(j)}, \mathbf{m}_4^{(j)}, j = 1, 2, \dots, n$. 令

$$\begin{aligned} (q_1^{(j)}, q_2^{(j)}, q_3^{(j)})^T &= [\mathbf{m}_1^{(j)} \mathbf{m}_2^{(j)} \mathbf{m}_3^{(j)}]^{-1} \mathbf{m}_4^{(j)} \\ \tilde{M}^{(j)} &= [-rq_1^{(j)} \mathbf{m}_1^{(j)}, q_2^{(j)} \mathbf{m}_2^{(j)}, rq_3^{(j)} \mathbf{m}_3^{(j)}]^T \\ \chi^{(j)} &= \tilde{M}^{(j)T} C^{(j)} \tilde{M}^{(j)} \end{aligned}$$

则由 (9) 式, 我们有

$$\begin{cases} 1 \cdot \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} + 2t \cos \theta \cdot \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} + t^2 \cos 2\theta \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = 0 \\ 0 \cdot \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} + 2t \sin \theta \cdot \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} + t^2 \sin 2\theta \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = 0 \end{cases}, j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

若令

$$\Omega = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d} & \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} & \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \\ \mathbf{d}^T \chi^{(2)} \mathbf{d} & \mathbf{d}^T \chi^{(2)} \mathbf{e} & \mathbf{e}^T \chi^{(2)} \mathbf{e} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{d}^T \chi^{(n)} \mathbf{d} & \mathbf{d}^T \chi^{(n)} \mathbf{e} & \mathbf{e}^T \chi^{(n)} \mathbf{e} \end{bmatrix}$$

则由 (10) 式可知, 方程 $\Omega \mathbf{x} = 0$ 有两个线性无关的非零解, 因此 $\text{rank}(\Omega) = 1$, 所以 Ω 的任两列必定线性相关, 于是我们可以得到下述关于内参数的 $2(n-1)$ 个约束方程:

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d}} = \frac{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}} \\ \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}}{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}} = \frac{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}} \end{cases}, j = 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

(11) 式也可以写成下面 $2(n-1)$ 个二次约束方程的形式:

$$\begin{cases} \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} = \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d} \\ \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \end{cases}, j = 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

如果摄像机的 5 个内参数是不变的, 则由两条平行线段的 4 幅图像可以得到 6 个关于摄像机内参数的 2 次约束, 因而可以确定摄像机的内参数.

平行四边形 对于平行四边形, 两平行边的比值总等于 1. 因此, 从平行四边形的 n 幅图像, 我们可以得到 $2(n-1)$ 个形如 (12) 式的关于摄像机内参数的约束方程.

矩形 当平行四边形为矩形时, $\theta = \pi/2$, (11) 式可以简化. 因此, 对 n 幅矩形图像, 我们得到 $(2n-1)$ 个约束方程:

$$\begin{cases} \mathbf{d} \chi^{(j)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \\ \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = 0 \end{cases}, j = 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

在 (13) 式中: 前一组有 $(n-1)$ 个二次方程, 它们是由矩形平面的圆环点在两幅图像之间的关联性质所得到的; 后一组有 n 个是线性约束方程, 它们不依赖于图像之间关联性质.

菱形 菱形作为另一种特殊的平行四边形, 四边均相等, 即 $t = r = 1$, 并且对角线相互正交. 由 $t = 1$, (11) 式可以简化为:

$$\begin{cases} \mathbf{d}^T \chi \mathbf{d} - \mathbf{e}^T \chi \mathbf{e} = 0 \\ \mathbf{d}^T \chi \mathbf{e} + \cos \theta \cdot \mathbf{e}^T \chi \mathbf{e} = 0 \end{cases}$$

所以, 对于菱形的 n 幅图像, 我们有下面 $(2n - 1)$ 个约束方程:

$$\begin{cases} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} - \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = 0 \\ \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \end{cases}, j = 2, 3, \dots, m \quad (14)$$

在 (14) 式中, 可以得到 n 个线性约束方程和 $(n - 1)$ 个二次约束方程, 其中 n 个线性约束方程实际上是菱形的对角线互相垂直导致的结果.

正方形 正方形既是矩形也是菱形, 所以对于正方形的 n 幅图像, 我们有下述 $2n$ 个线性约束方程:

$$\begin{cases} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} = \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \\ \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = 0 \end{cases}, j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

在 (15) 式中, 第一组方程是正方形对角线正交性所导致的结果, 而第二组方程是正方形邻边的正交性所导致的结果.

直角梯形 对于直角梯形, $\theta = \pi/2$. 如果上、下底比值 $r = |\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_3|/|\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_4|$ 已知时, 我们同样得到如下的约束方程:

$$\begin{cases} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \\ \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} = 0 \end{cases}, j = 2, \dots, n \quad (16)$$

在 (16) 式中, 第一组 $(n - 1)$ 是个二次约束方程, 第二组是 n 个线性约束方程.

4 已知图像极点的情况

在前面推导内参数约束方程时, 没有利用图像极点的信息, 如果图像极点也是已知的, 能得到关于内参数的更多的约束方程吗? 从本节的讨论可以看出, 如果已知图像的极点, 则从已知比值的两条平行线段的多幅图像可以得到更多的约束, 这些更多的约束是由无穷远平面的约束诱导的, 如命题 2 所示.

命题 2. 若已知图像的极点, 则从已知比值的两条平行线段的 n 幅图像可以得到关于摄像机内参数的 $(5n - 6)$ 约束方程, 其中 $3(n - 1)$ 个是二次约束, $(n - 2)$ 个是三次约束, $(n - 1)$ 个是四次约束:

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}} = \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d}}{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}}, j = 2, 3, \dots, n \\ \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e}} = \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e}}, j = 2, 3, \dots, n \\ \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}} = \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}, j = 2, 3, \dots, n \\ \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}} \cdot \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(2)}} = \left(1 - \frac{\mathbf{i}^T \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{i}^T \tilde{\mathbf{e}}^{(2)}}\right) \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(2)}} + \frac{\mathbf{i}^T \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{i}^T \tilde{\mathbf{e}}^{(2)}} \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(2)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^T \chi^{(2)} \tilde{\mathbf{e}}^{(2)}}, j = 3, \dots, n \\ \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d}} \cdot \frac{\tilde{\mathbf{e}}^{(j)T} \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\tilde{\mathbf{e}}^{(j)T} \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}} = \frac{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d}} \cdot \frac{\mathbf{e}^T \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}{\mathbf{e}^T \chi^{(j)} \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}}, j = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{e}^{(j)}$ 是第一个摄像机关于第幅图像的极点.

因篇幅所限, 证明从略. 注意: 在 (17) 式中, 第 1,2 组约束方程与极点无关; 第 3,5 组约束方程与极点齐次坐标的选择无关, 即它们不依赖于 n 幅图像的射影重建; 而第 4 组约束方程与极点齐次坐标的选择有关, 即在 n 幅图像射影重建下的极点齐次坐标才成立, 也就是说, 这些极点必须保持一致化 (consistence) 才行. 我们知道, 只有当图像个数多于 2 时, 极点之间才存在一致化的问题, 这也是为什么在第 4 组约束方程中要求 $j \geq 3$ 的原因.

5 长度比未知的平行线段关于内参数的约束

当平行线段的比值未知时, 两条平行线段是否对摄像机内参数也有约束? 本节中将讨论这个问题.

由 (5) 式可知, 因为两条平行线段的比值 r 未知, 所以矩阵 \tilde{M} 中含有这个未知参数. 矩阵 \tilde{M} 的解析表达式为: $\tilde{M}^{(j)} = \hat{M}^{(j)} \text{diag}(r, 1, r)$, 其中 $\hat{M}^{(j)} = -(q_1^{(j)} \mathbf{m}_1^{(j)} \quad q_2^{(j)} \mathbf{m}_2^{(j)} \quad q_3^{(j)} \mathbf{m}_3^{(j)})$ 是已知的. 因此: $\chi^{(j)} = \tilde{M}^{(j)\text{T}} C \tilde{M}^{(j)} = \text{diag}(r, 1, r) \hat{M}^{(j)\text{T}} C \hat{M}^{(j)} \text{diag}(r, 1, r)$, 记

$$\hat{\chi}^{(j)} = \hat{M}^{(j)\text{T}} C \hat{M}^{(j)} \quad (18)$$

则有

$$\chi^{(j)} = \text{diag}(r, 1, r) \hat{\chi}^{(j)} \text{diag}(r, 1, r) \quad (19)$$

$$\mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{d} = r^2 \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{d} \quad (20)$$

$$\mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{e} = r^2 \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{i}_1 - r \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{i}_2 \quad (21)$$

$$\mathbf{e}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{e} = r^2 \mathbf{e}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{i}_1 - 2r \mathbf{i}_1^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_2^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{i}_2 \quad (22)$$

其中 $\mathbf{i}_1 = (1, 0, 0)^{\text{T}}$, $\mathbf{i}_2 = (0, 1, 0)^{\text{T}}$. 由于 $\chi^{(j)}$ 的约束方程 (12) 可写成

$$\begin{cases} \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{e} \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(1)} \mathbf{d} = \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(1)} \mathbf{e} \\ \mathbf{e}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{e} \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(1)} \mathbf{d} = \mathbf{d}^{\text{T}} \chi^{(j)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^{\text{T}} \chi^{(1)} \mathbf{e} \end{cases}, j = 2, 3, \dots, n \quad (23)$$

所以, 将 (20),(21) 式代入到 (23) 式中的第一个方程中, 可以解出

$$r = a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) / b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \quad (24)$$

其中

$$\begin{cases} a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) = \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(2)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{i}_1 - \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(2)} \mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{d} \\ b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) = \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(2)} \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{i}_2 - \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(2)} \mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{d} \end{cases} \quad (25)$$

因此

$$\chi^{(j)} = \frac{1}{b^2(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)})} \text{diag}(a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}), b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}), a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)})) \cdot \hat{\chi}^{(j)}. \quad (26)$$

将 (26) 式代入 (23) 式, 我们可以得到如下 $(2n-3)$ 个内参数约束方程:

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} (a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)}{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} (a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)} = \frac{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{d}}, j = 3, \dots, n \\ \frac{(a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)^{\text{T}} \chi^{(j)} (a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)}{(a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)^{\text{T}} \chi^{(1)} (a(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_1 - b(\hat{\chi}^{(2)}, \hat{\chi}^{(1)}) \mathbf{i}_2)} = \frac{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(j)} \mathbf{d}}{\mathbf{d}^{\text{T}} \hat{\chi}^{(1)} \mathbf{d}}, j = 2, \dots, n \end{cases} \quad (27)$$

在 (27) 式中, 第一组是 $(n-2)$ 个四次约束, 第二组是 $(n-1)$ 个六次约束. 由于这些约束是高度非线性的, 只有理论上的意义而无实用价值. 因此本文不作详细介绍.

6 标定算法

在本节中, 我们仅对摄像机内参数为恒定的情况给出标定算法.

6.1 未知图像极点

在图像极点未知的情况下, 比值已知的两条平行线段的 n 幅图像能提供 $2(n-1)$ 个二次约束, 因此从 4 幅以上的图像就可以确定摄像机的 5 个内参数. 在数值计算上, 求解 $2(n-1)$ 个五元二次方程组是困难的, 下面将介绍一种实用算法.

令

$$C = K^{-T}K^{-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

由于 C 是一个对称矩阵, 因此我们可以设定一个 6 维向量为: $c = [C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{33}]^T$, 因为摄像机内参数是恒定的, 所以 $\chi^{(j)} = \tilde{M}^{(j)T}C\tilde{M}^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, n$, 则 (15) 式可记为:

$$\begin{cases} f_j(c) = \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{d} - \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{d} = 0 \\ g_j(c) = \mathbf{e}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{d}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} - \mathbf{d}^T \chi^{(1)} \mathbf{e} \mathbf{e}^T \chi^{(j)} \mathbf{e} = 0 \end{cases}, j = 2, 3, \dots, n \quad (28)$$

求解上述方程组, 在数值计算上等价于求解下面最小化问题.

$$\min_c \sum_j \{ [f_j(c)]^2 + [g_j(c)]^2 \} \quad (29)$$

给定初始值, 可以使用迭代优化的数值算法 (如 Levenberg-Marquardt 迭代算法 [21] 等) 求解最小化问题 (28). 迭代优化算法的关键在于初始值的选择, 在一般情况下, 数字摄像机的两个尺度因子的比值近似为 1, 并且畸变因子近似为零, 因此摄像机的两个尺度因子的初始值可选择为相等, 畸变因子的初始值为零. 这样我们就可以应用摄像机的简化模型, 通过求解三幅图像关于内参数的三元二次方程组来确定摄像机尺度因子及图像主点的初始值. 于是, 我们就得到 C 的一个初始估计值. 另一种方法是利用场景中的几何结构信息来确定 C 的初始值. 例如, 如果两条平行线段是矩形的两条对边, 则方程组 (28) 中包含 C 的一组线性约束, 这样就可以应用线性约束给出 C 的一个初始估计. 一旦得到 (29) 式的最小估计值 C^* , 对 C^* 进行 Cholesky 分解就可以得到摄像机内参数矩阵 K .

6.2 已知图像极点

在图像极点已知的情况下, 由第 4 节的讨论可知, 两条平行线段的 n 幅图像能提供 $(5n-6)$ 个约束方程, 因此从 3 幅以上的图像就可以确定摄像机的内参数. 但是, 需要解 5 元 4 次方程组, 这在数值计算中更为困难. 但是幸运的是在已知图像极点的情况下, 存在一种实用的算法, 这种方法主要依赖与恒定内参数的模值约束. 下面我们将介绍这种实用算法.

由第 4 节可知, 第 $1, j$ 图像的无穷远单应矩阵为

$$H_{\infty}^{(j)} \approx \tilde{M}^{(j)}(I - x\tilde{\mathbf{e}}^{(j)}\mathbf{i}^T)^T(\tilde{M}^{(1)})^{-1} \quad (30)$$

对于恒定内参数, 任意两个视点间的无穷远平面单应矩阵满足模约束^[10], 因此我们可得到参数 x 的 4 次方程组

$$f_j(x) = 0, \quad j = 2, 3, \dots, n \quad (31)$$

通过求解这个方程组可确定参数 x , 并记为 x^* . 于是, 无穷远平面单应矩阵为

$$H_{\infty}^{(j)} \approx \tilde{M}^{(j)}(I - x^* \cdot \tilde{\mathbf{e}}^{(j)}\mathbf{i}^T)^T(\tilde{M}^{(1)})^{-1} \quad (32)$$

在将它的行列式归一化, 即令

$$\tilde{H}_{\infty}^{(j)} = (\det(H_{\infty}^{(j)})^{\frac{1}{3}} H_{\infty}^{(j)}) \quad (33)$$

我们可以得到 $C = K^{-T}K^{-1}$ 的线性方程组

$$\tilde{H}_{\infty}^{(j)T} C \tilde{H}_{\infty}^{(j)} = C, \quad j = 2, 3, \dots, n \quad (34)$$

求解这个线性方程组, 可确定 C , 从而对进行 Cholesky 分解可得到摄像机内参数矩阵 K .

7 模拟实验与真实图像实验

7.1 模拟实验

图像极点未知的情况

在模拟实验中, 摄像机内参数值设定为: $f_u = 1500$, $f_v = 1500$, $s = 0.0$, $u_0 = 512$, $v_0 = 384$. 图像大小为 900×700 , 图像数目为 4, 模拟生成空间平面上两条平行线段, 取该平行线段的长度比值为 1, 由摄像机投影矩阵的理论值生成四幅图像, 并利用 6.1 节中算法求解摄像机内参数, 以检验算法的有效性和鲁棒性.

为了检验该算法的鲁棒性, 我们对每幅图像上的两条平行线段的四个端点的图像点位置分别加上均值为 0, 方差为 σ 的高斯白噪声, 其中 σ 的变化范围为 0–2.0 个像素. 在每种噪声水平下, 做 50 次独立的随机实验. 图 2 是摄像机各个内参数的均方差随噪声变化的曲线, 由此可以看出: 随着噪声水平的增大, 摄像机内参数的均值均接近于理论值, 而内参数的均方差基本上是线性增大. 从实验结果来看, 该方法具有很好的鲁棒性, 即使在噪声比较大的情形下仍然能得到比较好的标定结果.

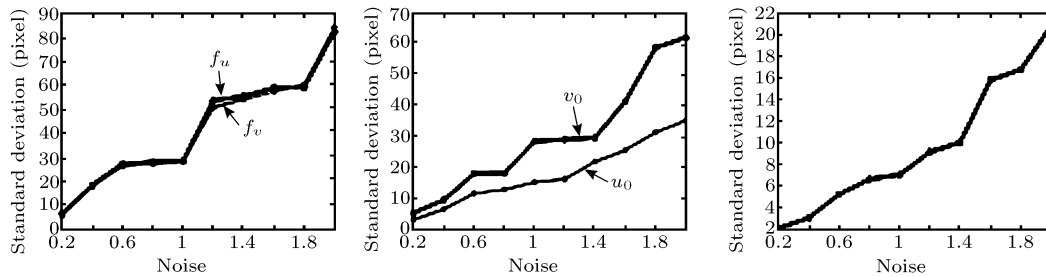


图 2 摄像机各个内参数的均方差随不同噪声水平的变化曲线

Fig. 2 The standard deviations of the 5 intrinsic parameters under different noise levels

图像极点已知的情况

在模拟实验中, 摄像机内参数值设定为: $f_u = 1500$, $f_v = 1200$, $s = 0.4$, $u_0 = 512$, $v_0 = 384$. 图像大小为 800×700 , 图像数目为 3, 模拟生成三个相互垂直的空间平面上的 160 个空间点, 在其中一个平面上取两条平行线段, 取该平行线段的长度比值为 2, 由摄像机投影矩阵的理论值生成三幅图像, 并求出三幅图像上对应的极点, 根据 6.2 节中的算法可求解摄像机内参数.

为了检验该算法的鲁棒性, 我们对每幅图像上的像点位置分别加上均值为 0, 方差为 σ 的高斯白噪声, 其中 σ 的变化范围为 0–1.5 个像素. 在每种噪声水平下, 做 100 次独立的随机实验. 图 3 给出了在不同噪声水平下摄像机各个内参数值均方差的变化曲线. 从模拟实验结果来看, 即使在噪声水平较大的情况下, 采用该方法也能较好地标定出摄像机的内参数.

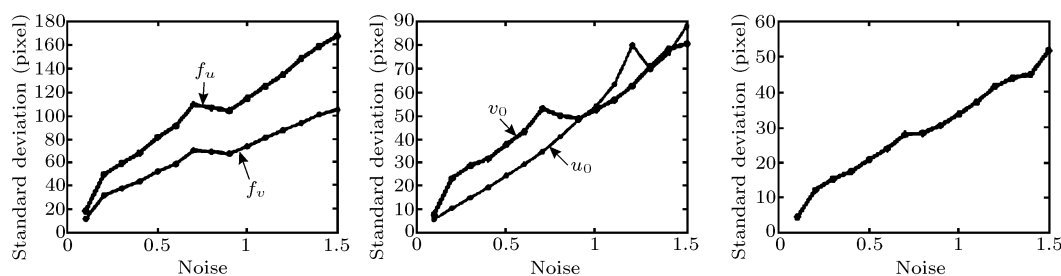


图 3 摄像机各个内参数的均方差随不同噪声水平的变化曲线

Fig. 3 The standard deviations of the 5 intrinsic parameters under different noise levels

7.2 真实图像实验

在真实图像实验中，我们使用型号为 Nikon Coolpix 990 的数码相机对标定块拍摄了一组图像，图像大小为 1024×768 ，且摄像机内参数是恒定的。

在图像极点未知的情况下，实验中选取的空间场景平面为标定块上的面，用于标定的四幅图像如图 4 所示，图像中白色的两条线段是标定块平面上的两条平行线段在四幅图像上的像。我们首先对图像进行边沿提取并求出平行线段的端点在图像上的像点，然后根据本文 6.1 节中的算法标定出摄像机的内参数，结果如表 1 中第一行所示。

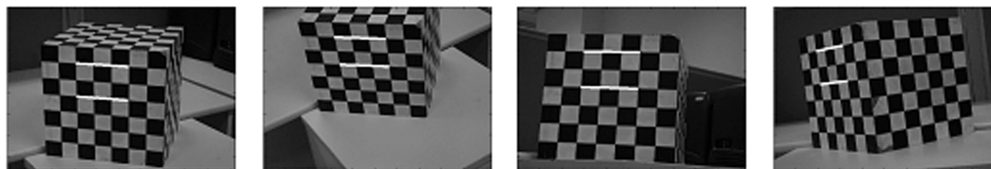


图 4 图像极点未知时，用于标定摄像机的真实图像

Fig. 4 The four images used for calibration with the unknown epipoles

表 1 真实图像的摄像机内参数标定结果
Table 1 Calibration results with real data

	f_u	f_v	u_0	v_0	s
本文方法 (图像极点未知)	1941.81	1999.06	721.74	372.27	18.97
本文方法 (图像极点已知)	2107.69	2081.25	493.17	390.95	19.82
基于平面模板的方法	2391.77	2419.01	441.17	363.49	-38.14

当图像极点已知时，我们从图像序列中选取了三幅图像来验证本文提出的算法。用来标定摄像机的三幅真实图像如图 5 所示。通过边沿检测和直线拟合方法，提取出每幅定标



图 5 已知图像极点时，用于标定摄像机的真实图像

Fig. 5 The three images used for calibration with the known epipoles

块图像中对应点 (如图中显示的红色点) 和对应的两条线段 (如图中白色的线段所示)，先计算出每幅图像上对应的极点和两条线段的四个端点，然后根据文中 6.2 节的算法标定出摄像机的内参数，结果如表 1 中第二行所示。

为了进一步验证本文算法的准确性, 我们使用图 4 所示的四幅图像, 根据张正友提出的基于平面模板的标定方法^[5] (张正友方法是文献中广泛使用的一种方法), 选择了标定块及其图像平面间的四对对应点对该摄像机进行了标定, 标定结果如表 1 中第三行所示。

为检验摄像机标定结果的合理性, 我们选择图 5 中的前两幅图像, 利用本文方法的标定结果和基于平面模板方法的标定结果重建了标定块的三维结构, 并计算了重建后标定块两两垂直的平面之间的夹角, 结果如表 2 所示, 其中 P_1 为定标块的左部平面, P_2 为右部平面, P_3 为顶部平面。从重建结果来看, 重建后的垂直平面之间的夹角都接近于真实值 90° 。图 6 是应用本文方法 (图像极点未知) 的标定结果重建标定块在不同视角下观察的三维空间点, 三角化以及贴纹理显示后的效果图。从图中可以看出, 重建后的三维空间点基本上是共面的。

表 2 重建后标定块平面之间的夹角 (单位: 度)
Table 2 Angle between the reconstructed grid planes (unit: degrees)

	平面 P_1 与 P_2	平面 P_1 与 P_3	平面 P_2 与 P_3
本文方法 (图像极点未知)	87.59	88.24	89.13
本文方法 (图像极点已知)	86.75	89.08	87.79
基于平面模板的方法	88.47	89.79	88.68

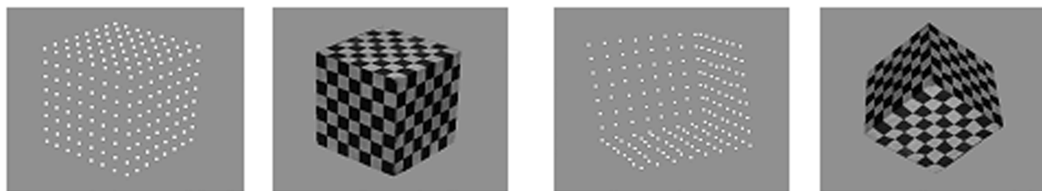


图 6 重建后标定块的三维空间点及贴纹理显示后在不同视角下的观察结果
Fig. 6 The reconstructed points and texture results under different viewpoints

真实图像实验结果说明本文提出的方法具有较好的定标精度, 可以比较准确地重建出物体的三维结构。

8 结束语

本文系统地研究了基于两条平行线段的摄像机标定方法和理论。根据两条平行线段的比值为已知和未知两种情况, 从理论上严格推导出了两条平行线段的单幅图像、两幅图像和 n 幅图像关于摄像机内参数的约束方程。对于由平行线段所构成的特殊图形, 我们同样得到一些非常有意义的结果, 例如: 平行四边形的 n 幅图像提供摄像机内参数的 $2(n-1)$ 个二次约束, 矩形的 n 幅图像不但提供内参数的 n 个线性约束, 还提供 $(n-1)$ 个二次约束等等, 这些都是现有文献中未曾报道的结果。模拟实验和真实图像实验都验证了本文理论和算法的正确性和可行性。

References

- 1 Lei Cheng. Study on camera self-calibration technique, [Ph.D. thesis]. Beijing: Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, 2001, 6~11
- 2 Abdel-Aziz Y I, Karara H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates. *ASP Symposium on Colse-Range Photogrammetry*, 1971, 1~18
- 3 Tsai R. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, 364~374
- 4 Weng J Y, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion model and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(10): 965~980

- 5 Zhang Z Y. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Kerkyra, Corfu, Greece, 1999. 666~673
- 6 Faugeras O. What can be seen in three dimensions with an uncalibrated stereo rig? In: Proceedings of the European Conference on Computer Vision, Santa Margherita Ligure, Italy, 1992. 563~578
- 7 Maybank S J, Faugeras O. A theory of self-calibration of a moving camera. *The International Journal of Computer Vision*, 1992, **8**(2): 123~152
- 8 Hartley R. Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras. In: Proceedings of the European Conference on Computer Vision, Santa Margherita Ligure, Italy, 1992. 579~587
- 9 Triggs B. Autocalibration and the absolute quadric. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Juan, Puerto Rico, IEEE Computer Society, 1997. 609~614
- 10 Pollefeys M, Van Gool L. A stratified approach to metric self-calibration. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Juan, Puerto Rico, IEEE Computer Society, 1997. 407~412
- 11 Hartley R, De Agapite L, Hayman E, Reid I. Camera calibration and search for infinity. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Kerkyra, Corfu, Greece, 1999. 510~517
- 12 Ma S D. A self-calibration technique for active vision system. *IEEE Transactions on Robot Automation*, 1996, **12**(1): 114~120
- 13 Yang C J, Hu Z Y. An intrinsic parameters self-calibration technique for active vision system. In: Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition, Brisbane, Australia, 1998. 67~69
- 14 Wu F C, Li H, Hu Z Y. New active vision based camera self-calibration technique. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(6): 252~262
- 15 Hartley R. Self-calibration from multiple views with a rotating camera. In: Proceedings of the 3rd European Conference on Computer Vision, Stockholm, Springer-Verlag, 1994. 471~478
- 16 Stein G. Accurate internal camera calibration using rotation, with analysis of sources of error. In: Proceedings of Fifth International Conference on Computer Vision, Cambridge, Massachusetts, USA, IEEE Computer Society, 1995. 230~236
- 17 Bondyfalat D, Papadopoulou T, Mourrain B. Using scene constraints during the calibration procedure. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Vancouver, Canada; IEEE Computer Society, 2001. 124~130
- 18 Wilczkowiak M, Boyer E, Sturm P. Camera calibration and 3D reconstruction from single images using parallelepipeds. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Vancouver, Canada, IEEE Computer Society, 2001. 142~148
- 19 Wu F C, Wang G H, Hu Z Y. A linear approach for determining intrinsic parameters and pose of cameras from rectangles. *Journal of Software*, 2003, **14**(3): 703~712
- 20 Wu F C, Wang G H, Hu Z Y. Affine reconstruction from a plane and two parallel lines. In: Proceedings of International Society for Optical Engineering, Seattle, WA, 2002. **4875**: 838~844
- 21 Hartley R I, Zisserman A. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, 2000. 457~461

祝海江 中国科学院自动化所模式识别国家重点实验室博士研究生, 主要研究方向为摄像机标定、三维重建。

(**ZHU Hai-Jiang** Ph.D. candidate at Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include camera calibration, 3D reconstruction.)

吴福朝 中国科学院自动化所研究员, 博士生导师, 主要研究领域为计算机视觉、人工智能、模式识别。

(**WU Fu-Chao** Professor at Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include computer vision, artificial intelligence, and pattern recognition.)

胡占义 中国科学院自动化所研究员, 博士生导师, 主要研究领域为计算机视觉、特征提取、机器人导航、模式识别。

(**HU Zhan-Yi** Professor at Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include computer vision, geometric primitive extraction, vision guided robot navigation, and pattern recognition.)