

# 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的故障诊断方法<sup>1)</sup>

程军圣 于德介 杨宇

(湖南大学机械与汽车工程学院 长沙 410082)  
(E-mail: signalp@tom.com)

**摘要** 提出了一种基于内禀模态 (Intrinsic mode functions, 简称 IMFs) 奇异值分解和支持向量机 (Support vector machine, 简称 SVM) 的故障诊断方法。采用经验模态分解 (Empirical mode decomposition, 简称 EMD) 方法对旋转机械故障振动信号进行分解，将得到的若干个内禀模态分量自动形成初始特征向量矩阵，然后对该矩阵进行奇异值分解，提取其奇异值作为故障特征向量，并进一步根据支持向量机分类器的输出结果来判断旋转机械的工作状态和故障类型。对齿轮振动信号的分析结果表明，即使在小样本情况下，基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的故障诊断方法仍能有效地识别齿轮的工作状态和故障类型。

**关键词** 旋转机械，故障诊断，经验模态分解，内禀模态函数，奇异值分解，支持向量机

**中图分类号** TH133

## Fault Diagnosis Approach Based on Intrinsic Mode Singular Value Decomposition and Support Vector Machines

CHENG Jun-Sheng YU De-Jie YANG Yu

(College of Mechanical and Automotive Engineering, Hunan University, Changsha 410082)  
(E-mail: signalp@tom.com)

**Abstract** A fault diagnosis approach based on intrinsic mode singular value decomposition and support vector machines is put forward. Firstly, the EMD method is used to decompose the rotating machinery vibration signals into a number of intrinsic mode functions by which the initial feature vector matrixes are formed automatically. Secondly, by applying the singular value decomposition technique to the initial feature vector matrixes, the singular values are obtained. Finally, the singular values serve as the fault characteristic vectors to be input to the support vector machine classifier and the work conditions and fault patterns are identified by the output of the classifier. The analysis results from gear vibration signals show that the fault diagnosis method based on intrinsic mode singular value decomposition and support vector machines can extract fault features effectively and classify working conditions and fault patterns of gears accurately even when the number of samples is small.

**Key words** Rotating machinery, fault diagnosis, empirical mode decomposition (EMD), intrinsic mode function (IMF), singular value decomposition (SVD), support vector machine (SVM)

1) 国家自然科学基金(50275050)和高等学校博士点专项科研基金(20020532024)资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (50275050), Special Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20020532024)

收稿日期 2005-5-30 收修改稿日期 2005-12-6

Received May 15, 2005; in revised form December 6, 2005

## 1 引言

旋转机械故障诊断实际上是一个模式识别的过程，其关键在于故障特征提取和状态识别，一方面，信号分析和处理是故障特征提取最常用的方法，目前常用于信号分析和处理的傅里叶变换、窗口傅里叶变换、小波变换等数学方法都有各自的局限性<sup>[1]</sup>。近年来，一种被称为 EMD(Empirical mode decomposition, 简称 EMD) 的信号处理方法<sup>[1]</sup> 提出来后，经验证在很多方面的应用效果都优于其它的信号处理方法<sup>[2]</sup>，该方法基于信号的局部特征，能把复杂的信号分解为有限的内禀模态分量 (Intrinsic mode function, IMF) 之和，是一种自适应的信号处理方法，非常适合处理非线性和非平稳过程<sup>[3]</sup>。另一方面，基于人工神经网络分类器的模式识别方法以其较强的自组织、自学习能力和非线性模式分类性能在机械故障诊断中得到了广泛应用<sup>[4,5]</sup>。但人工神经网络需要大量的典型故障数据样本或经验知识<sup>[6]</sup>，而在工程实际当中，一般来讲很难获得大量典型的故障样本。支持向量机在解决模式识别的小样本问题中表现出了独特的优势和良好的应用前景<sup>[7]</sup>，已用于模式识别和特征提取等领域<sup>[8,9]</sup>。针对这些问题，本文提出了基于内禀模态奇异值分解技术和支持向量机的旋转机械故障诊断方法，采用 EMD 方法对旋转机械振动信号进行分解，得到若干个 IMF 分量，然后将这些 IMF 分量组成初始特征向量矩阵。初始特征向量矩阵是对原始振动信号特征的完整刻画，对初始特征向量矩阵进行奇异值分解，采用初始特征向量矩阵的奇异值作为特征向量，并进一步根据支持向量机分类器的输出结果来判断旋转机械的工作状态和故障类型。对齿轮振动信号的分析结果表明，该方法在小样本情况下仍可以有效地提取振动信号的故障特征，并能成功地对齿轮的工作状态和故障类型进行分类。

## 2 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的旋转机械故障诊断方法

### 2.1 内禀模态奇异值分解技术

EMD 方法可以自适应地将任何一个信号  $x(t)$  分解为有限个内禀模态函数 IMF 之和<sup>[1]</sup>

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

式中， $r_n(t)$  为残余函数，代表信号的平均趋势。而各 IMF 分量  $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$  分别包含了信号从高到低不同频率段的成分。

由于 EMD 方法的分解过程是自适应的，因而更能反映振动信号的本质特征。在采用 EMD 方法对旋转机械振动信号  $x(t)$  进行分解后，可以将得到的  $n$  个 IMF 分量形成初始特征向量矩阵，表示为

$$A = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n]^T \quad (2)$$

因此通过对初始特征向量矩阵  $A$  的特征提取，就可以得到原始振动信号的特征。

在矩阵理论中，矩阵的奇异值是矩阵的固有特征，它具有较好的稳定性，即当矩阵元素发生小的变动时，矩阵奇异值变化很小，同时矩阵奇异值还具有比例不变性和旋转不变性。因此，矩阵奇异值符合模式识别中特征提取所要求的稳定性及旋转、比例不变性，它能有效地刻画初始特征向量矩阵的特征<sup>[10]</sup>。因此可提取初始特征向量矩阵的奇异值作为故障特征向量，进一步采用支持向量机就可以识别旋转机械的工作状态和故障类型。

### 2.2 SVM 原理

SVM 是从线性可分情况下的最优分类面发展而来的，基本思想可用图 1 的两维情况说明<sup>[8]</sup>。图中，五角星和圆圈分别代表两类样本， $H$  为分类线， $H_1$ 、 $H_2$  分别为过各类中离分类线最近的样本且平行于分类线的直线，它们之间的距离叫做分类间隔 (margin)。所谓

最优分类线就是要求分类线不但能将两类正确分开(训练错误率为0),而且使分类间隔最大。分类线方程为 $x \cdot \omega + b = 0$ ,我们可以对它进行归一化,使得对线性可分的样本集 $(x_i, y_i), i = 1, \dots, l, x \in R^d, y \in \{+1, -1\}$ ,满足

$$y_i[(\omega \cdot x_i) + b] - 1 \geq 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (3)$$

此时分类间隔等于 $2/\|\omega\|$ ,使间隔最大等价于使 $\|\omega\|^2$ 最小。满足条件(3)且使 $\frac{1}{2}\|\omega\|^2$ 最小的分类面就叫做最优分类面, $H_1$ 、 $H_2$ 上的训练样本点就称作支持向量(Support vector)。

Vapnik给出了求该最优分类面问题的解,即分类函数<sup>[11]</sup>为

$$f_\alpha(x) = \operatorname{sgn}[\sum_{i=1}^l y_i \alpha_i (x_i \cdot x) + b] \quad (4)$$

其中乘子 $\alpha_i$ 为目标函数

$$W(\alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j (x_i \cdot x_j) \quad (5)$$

在约束

$$\alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0 \quad (7)$$

下的极大值点,非零 $\alpha_i$ 对应的样本点 $x_i$ 为支持向量,阈值

$$b = y_i - \omega \cdot x_i \quad (8)$$

$$\omega = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i x_i \quad (9)$$

### 2.3 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的旋转机械故障诊断方法步骤

基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的旋转机械故障诊断方法具体步骤如下:

- 1) 分别在各种不同状态下,按一定的采样频率 $f_s$ 进行 $N$ 次采样,作为样本信号;
- 2) 对每一种状态下的每个振动信号进行EMD分解,不同的振动信号的IMF分量的个数不等,设其中的最大值为 $n$ ,如果某个样本的IMF个数 $n_k < n$ ,则补充零向量使其具有 $n$ 个分量 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$ ,即令 $c_i(t) = \{0\}(i = n_k + 1, n_k + 2, \dots, n)$ ;
- 3) 按照式(2),对每一种状态下的每个振动信号形成初始特征向量矩阵 $A$ ,然后对矩阵 $A$ 进行奇异值分解,求出奇异值 $\sigma_j$

$$\sigma_j = [\sigma_j^1, \sigma_j^2, \dots, \sigma_j^n] \quad (10)$$

式中,  $\sigma_j^1 \geq \sigma_j^2 \geq \dots \geq \sigma_j^n$ ,  $j$ 代表不同的工作状态;

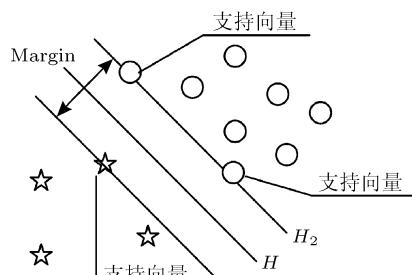


图1 最优分类线  
Fig. 1 Optimal separating line

4) 选择支持向量机作为分类器, 将  $\sigma_j$  作为样本的特征向量, 输入支持向量机, 对支持向量机进行训练.

5) 采集被测试信号, 按照步骤 2)、3) 形成初始特征向量矩阵  $A_x$ , 计算其特征向量  $\sigma_{A,x}$ , 并将它作为 SVM 分类器的输入, 以 SVM 分类器的输出来确定旋转机械的工作状态和故障类型.

### 3 在齿轮故障诊断中的应用

齿轮常见的故障是裂纹和断齿. 本文采用三个齿轮进行实验, 其中一个为正常齿轮, 另两个分别被设置有裂纹和断齿故障. 故障是通过激光切割来设置的, 齿轮裂纹槽宽为 0.15mm, 槽深为 0.13mm. 分别采集三类状态下的齿轮振动信号各 20 组数据, 转频为 7Hz, 采样频率为 1024Hz. 图 2 为断齿齿轮的振动加速度信号, 图 3 为它的 EMD 分解图, 共有 5 个 IMF 分量. 从图中可以看出, EMD 把非平稳的齿轮故障振动信号分解成了若干个 IMF 分量之和, 不同的 IMF 分量包含了不同的时间尺度, 前 3 个 IMF 分量包含了主要的故障信息, 因此, 经过比较和分析后, 选取前 3 个 IMF 分量来形成初始特征向量矩阵  $A$ .

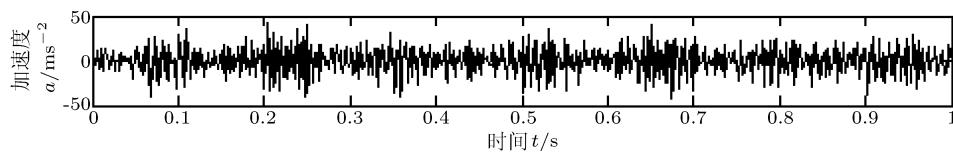


图 2 具有断齿故障的齿轮振动加速度信号

Fig. 2 The vibration acceleration signal of the gear with broken teeth

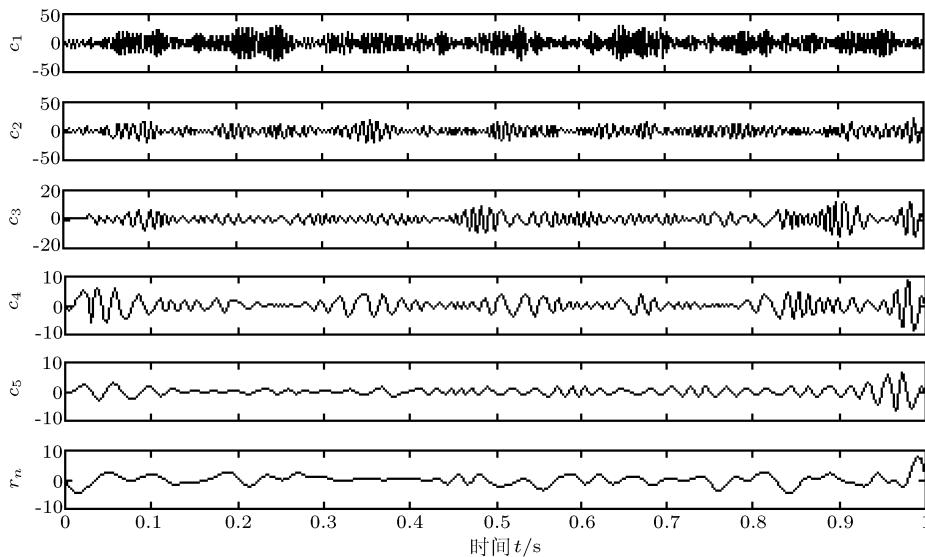


图 3 具有断齿故障的齿轮故障振动信号的 EMD 分解结果

Fig. 3 The EMD decomposition results of the vibration signal of the gear with broken teeth

首先考虑两类状况的模式识别问题, 即区分正常状态和裂纹故障. 在两类数据中分别随机抽取 5 组数据作为训练样本, 其余数据作为测试样本. 对初始特征向量矩阵  $A_x$  进行奇异值分解, 将得到的奇异值  $\sigma_{A,x}$  作为被诊断信号  $x(t)$  的特征向量. 定义正常状态  $y = -1$ , 有裂纹故障时  $y = +1$ , 采用线性核函数进行计算, 由式 (5)~(9) 可得到 SVM 分类器各参数

$\alpha = [0.0040, 0, 0.0076, 0, 0, 0, 0, 0, 0.0116, 0]^T$ ,  $\|\omega\| = 0.1523$ ,  $b = -8.1416$ , 进而根据式(4)可得到各测试样本的分类结果. 表1给出了6组测试样本(随机抽取的3组正常状态、3组裂纹故障样本)的识别结果.

表1 基于内禀模态奇异值分解和SVM的齿轮故障识别结果

Table 1 The identified results of gear fault based on intrinsic mode singular value decomposition and support vector machines

被测试信号及其状态	特征向量		样本到H的距离		分类结果
	奇异值 $\sigma_{A,x}$	10组训练样本	6组训练样本		
①裂纹故障	57.7139	29.6136	25.4805	2.0577	+1
②裂纹故障	65.9089	34.9811	19.3663	3.1017	+1
③裂纹故障	54.0604	30.3268	23.4564	1.4636	+1
④正常状态	33.3163	19.3193	9.9242	-2.4079	-1
⑤正常状态	33.2064	19.2429	9.6941	-2.4360	-1
⑥正常状态	43.2514	23.2916	15.4972	-0.6295	-1

显然, 分类结果与实际情况完全一致, 为了进一步研究SVM在小样本识别中的应用情况, 将训练样本减少至6组(两类数据各3组), 计算方法同上, 此时SVM分类器各参数为 $\alpha = [0.0070, 0, 0, 0, 0.0070, 0]^T$ ,  $\|\omega\| = 0.1183$ ,  $b = -6.2941$ . 对相同测试样本的分类结果亦见表1.

从表中可知, 减少训练样本数后, SVM分类器仍然能够准确地对齿轮两种状态进行分类, 这充分证明SVM分类器可成功应用于小样本识别中. 比较训练样本数不同时测试样本到最优分类面H的距离可发现, 虽然减少训练样本数后, SVM仍然能对齿轮进行分类, 但样本到分类面的距离减小了, 说明此时分类器的总体分类性能有所降低.

如果要对齿轮多故障情况(如: 裂纹、断齿等)进行分类, 即多类问题, 则可采用扩展的方法把多类问题分解为两类问题, 然后用SVM进行训练. 例如要识别齿轮正常、裂纹和断齿三种状态时, 需设计3个SVM分类器. 首先定义 $y = +1$ 表示断齿故障,  $y = -1$ 表示其余状态, 即用SVM1将断齿故障区分出来; 再用SVM2来识别裂纹故障, 此时 $y = +1$ 表示裂纹故障,  $y = -1$ 表示其余状态; 最后用SVM3将正常状态区分出来, 此时 $y = +1$ 表示正常状态,  $y = -1$ 表示其余状态. 由于此次实验我们已预知只有三类状态, 不存在第四种状态, 所以只采用两个分类器就可完成模式识别任务. 实验方法同前, 在三类数据中分别随机抽取4组训练样本, 其余作为测试样本, 部分识别结果见表2. 在表中给出了6组测试样本(随机抽取的2组正常、2组裂纹故障、2组断齿故障测试样本)的识别结果. 从表2可知, 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的故障诊断方法能准确识别齿轮的工作状态和故障类型.

表2 基于内禀模态奇异值分解和多SVM的齿轮故障识别结果

Table 2 The identified results of gear fault based on intrinsic mode singular value decomposition and multi-support vector machines

测试信号及其状态	SVM分类器		分类结果
	距离(SVM1分类结果)	距离(SVM2分类结果)	
①断齿故障	1.1692(+1)		断齿故障
②断齿故障	1.0531(+1)		断齿故障
③裂纹故障	-0.9828(-1)	2.7193(+1)	裂纹故障
④裂纹故障	-1.0428(-1)	1.3412(+1)	裂纹故障
⑤正常状态	-1.1905(-1)	-1.6916(-1)	正常状态
⑥正常状态	-1.1243(-1)	-0.3004(-1)	正常状态

## 4 结论

本文采用 EMD 方法对旋转机械振动信号进行分解, 将得到的 IMF 分量形成初始特征向量矩阵, 然后对初始特征向量矩阵进行奇异值分解, 将振动信号的特征提取出来, 获得了能够充分刻画振动信号的特征向量。最后选取初始特征向量矩阵的奇异值作为支持向量机分类器的输入参数来对振动信号进行分类。对齿轮振动信号的分析结果表明, 即使在小样本情况下, 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的诊断方法仍然可以有效识别齿轮的工作状态和故障类型。

### References

- 1 Huang N E, Shen Z, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London, A*, 1998, **454**(1971): 903~995
- 2 Huang N E, Shen Z, Long S R. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999, **31**: 417~457
- 3 Xu Y L, Chen J. Characterizing nonstationary wind speed using empirical mode decomposition. *Journal of Structural Engineering*, 2004, **130**(6): 912~920
- 4 Paya B A, Esat I I, Badi M N M. Artificial neural network based fault diagnosis of rotating machinery using wavelet transforms as processor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1997, **11**(5): 751~765
- 5 Dellomo M R. Helicopter gearbox fault detection: A neural network based approach. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1999, **121**(3): 265~272
- 6 Qu L S, Zhang H J. Some basic problems in machinery diagnostics. *China Mechanical Engineering*, 2000, **10**(1-2): 211~216
- 7 Fan J S, Tao Q, Fang T J. Genetic algorithm of optimizing perception based on statistical learning theory. *Pattern Recognition & Artificial Intelligence*, 2001, **14**(2): 211~215
- 8 Zhang X G. Introduction to statistical learning theory and support vector machines. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(1): 32~42
- 9 Hu S S, Wang Y. Support vector machine based fault diagnosis for nonlinear dynamic systems. 2001, **16**(5): 617~620
- 10 Jiang Z X, Shi G L. Matrix Theory and Its Application. Beijing: Peking Aviation College Publishing House, 1988. 87~95
- 11 Vapnik V N. An overview of statistical learning theory. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, **10**(5): 988~999

**程军圣** 湖南大学机械与汽车工程学院副教授, 博士, 从事机械故障诊断、振动信号分析与处理等研究。

(**CHENG Jun-Sheng** Associate professor in College Mechanics at Hunan University, China. He received his Ph. D. degree from the Department of Mechanical Engineering of Hunan University. His research interests include mechanical fault diagnosis and vibration signal analysis and processing.)

**于德介** 湖南大学机械与汽车工程学院教授, 博导, 博士, 主要从事机械故障诊断、振动控制等研究。

(**YU De-Jie** Ph. D., professor in College of Mechanical and Automotive Engineering at Hunan University. His research interests include mechanical fault diagnosis and vibration control.)

**杨宇** 湖南大学机械与汽车工程学院副教授, 博士, 主要从事机械故障诊断、振动信号分析与处理等研究。

(**YANG Yu** Ph. D., associate professor in College of Mechanical and Automotive Engineering at Hunan University. Her research interests include mechanical fault diagnosis and vibration signal analysis and processing.)