基于 Prandtl-Ishlinskii 模型的一类回滞非线性系统自适应控制[1)]

冯 颖[1] 胡跃明[1] 苏春翌[2]

[1](华南理工大学自动化科学与工程学院 广州 510640)
[2](肯考迪娅大学机械工程系 蒙特利尔 QC H3G 1M8 加拿大)
(E-mail: zhdfengying@zuaa.zju.edu.cn)

摘 要 对带回滞驱动的一类单输入单输出的非线性不确定系统, 本文采用 Prandtl-Ishlinskii 模型描述回滞特性, 采用反步递推设计方法, 实现自适应控制器的设计. 仿真结果说明控制方法的有效性.

关键词 自适应控制, 回滞, 反步法
中图分类号 TP273

Adaptive Control of a Class of Nonlinear Systems with Prandtl-Ishlinskii Hysteresis

FENG Ying[1] HU Yue-Ming[1] SU Chun-Yi[2]

[1](*College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou* 510640)
[2](*Department of Mechanical Engineering, Concordia University, Montreal, QC H3G 1M8, Canada*)
(E-mail: zhdfengying@zuaa.zju.edu.cn)

Abstract For a class of single-input-single-output (SISO) nonlinear uncertain systems proceeded with unknown hysteresis represented by the Prandtl-Ishlinskii model, an adaptive control algorithm is developed by using the backstepping technique. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through a simulation example.

Key words Adaptive control, hysteresis, backstepping

1 引言

随着各种精密加工和生产设备等对控制精度和速度的不断提高, 近年来以压电陶瓷等功能材料为核心的先进传感和驱动技术以及由此而产生的回滞现象成为一个新的研究方向. 回滞现象广泛存在于许多物理系统和设备中, 它描述了各类系统中输入与输出之间一种特殊的性质[1]: 对相同的输入 $x(t)$, 其输出 $f(t)$ 可以为多值, 即输出 $f(t)$ 从某初始时刻开始, 不仅依赖于输入 $x(t)$ $(t > t_*)$, 还依赖于系统以前的状态. 回滞现象的不可积性, 严重影响实际系统的性能, 并可能引起系统振荡, 造成系统不稳定. 目前, 研究回滞对非线性系统性能的影响以及消除回滞的控制策略已引起国内外控制界的高度重视.

1) 国家自然科学基金 (60374016) 和广东省自然科学基金 (020848) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60374016), Natural Science Foundation of Guangdong Province (020848)
收稿日期 2005-5-30 收修改稿日期 2005-12-12
Received May 30, 2005; in revised form December 12, 2005

为了消除回滞的影响，首先需要确定描述回滞的模型．回滞模型不仅要实现对回滞特性的精确表征，同时还要便于控制设计和实时应用．目前描述回滞的模型，主要有 Preisach 模型，E-J 模型、Duhem 模型、Prandtl-Ishlinskii 模型等等[1~4]，其应用场合各不相同．

针对带有回滞特性的非线性系统，传统的控制策略是建立逆回滞模型来抵消回滞的影响[5]，但该种策略对模型参数的依赖性较强，使得在实际应用中受到限制．同时由于逆回滞的建立依赖于系统回滞特性和未知参数的变化，使其在特定情况下很难分析系统稳定性．针对带有回滞特性的非线性系统的控制问题，将不确定非线性动态系统的鲁棒自适应控制策略与回滞模型相结合[6]，实现对系统稳定性分析，并削弱回滞对系统的影响，是本文研究的主要目标．

本文就一类带回滞驱动的不确定非线性系统，用 Prandtl-Ishlinskii 模型表征回滞系统，采用基于 Lyapunov 函数的反步递推方法实现控制器设计[7]，使其能够证明闭环非线性系统的全局稳定性，通过仿真结果表明该种控制方法有效削弱回滞的影响，并保证期望的跟踪精度．

2　问题提出

考虑如下带回滞驱动的一类非线性系统

$$x^{(n)}(t)+\sum_{i=1}^{r}a_iY_i(x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t))=bw(t) \tag{1}$$

式中 Y_i 为已知的线性或者非线性函数，参数 a_i 为未知的常数，控制增益 b 为未知的有界常数．系统 (1) 可分解为如下形式

$$\dot{x}_1=x_2,\cdots,\dot{x}_{n-1}=x_n,\quad \dot{x}_n=-\sum_{i=1}^{r}a_iY_i(x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t))+bw(t)=\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+bw(t) \tag{2}$$

其中

$$x_1=x,\ x_2=\dot{x},\cdots,\ x_n=x^{(n-1)},\ \boldsymbol{a}=[-a_1,-a_2,\cdots,-a_r]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{Y}=[Y_1,Y_2,\cdots,Y_r]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$w(t)$ 作为非线性系统的输入，用回滞算子表示为

$$w(t)=p[v](t) \tag{4}$$

其中 v 为回滞输入,w 为回滞输出. 针对上述带有回滞驱动的非线性系统, 控制目标是采用反步递推法设计自适应控制器使得闭环系统保证全局稳定, 同时, 通过调整控制参数实现跟踪误差 $x(t)-y_d(t)$ 满足 $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)-y_d(t)=0$ 或对任意确定的界限 δ_1, 实现 $\lim\limits_{t\to\infty}|x(t)-y_d(t)|\leqslant\delta_1$.

3　回滞模型

在本文中，采用 Prandtl-Ishlinskii 模型[4] 来表示回滞非线性， Prandtl-Ishlinskii 模型是 Preisach 模型的一个子集，由 stop 算子和 play 算子组成．该模型的优势主要是便于实现控制器的设计和实时控制．

类似 Preisach 模型， Prandtl-Ishlinskii 模型定义为

$$w(t)=\int_0^R p(r)E_r[v](t)\mathrm{d}r \tag{5}$$

其中 E_r 是 stop 算子[3,4], $p(r)$ 是其密度函数，满足 $p(r) \geqslant 0$ 且 $\int_0^\infty rp(r)\mathrm{d}r < \infty$, 密度函数 $p(r)$ 可通过实验辨识得到．用该定义的回滞方程，实现从 $C[t_0, \infty)$ 到 $C[t_0, \infty)$ 的算子变换，当 r 趋向无穷时，则密度函数 $p(r)$ 趋向于 0.

由于 play 算子 F_r[3,4] 是 stop 算子 E_r 的补，Prandtl-Ishlinskii 模型又可以表示为

$$w(t) = p_0 v(t) - \int_0^R p(r) F_r[v](t)\mathrm{d}r \tag{6}$$

其中 $p_0 = \int_0^R p(r)\mathrm{d}r$ 为常数，其值的大小依赖于密度函数.

在本文中，回滞输出表示为

$$w(t) = p_0 v(t) - d[v](t) \tag{7}$$

其中 $d[v](t) = \int_0^R p(r) F_r[v](t)\mathrm{d}r$.

将回滞输出 (7) 代入系统 (2), 则系统方程可以表示为

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2, \cdots, \dot{x}_{n-1} = x_n \\ &\dot{x}_n = -\sum_{i=1}^r a_i Y_i(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)) + bw(t) = \boldsymbol{a}^\mathrm{T}\boldsymbol{Y} + b(p_0 v(t) - d[v](t)) \end{aligned} \tag{8}$$

4 控制器设计

为了实现控制器的设计，就系统 (8) 作如下基本假设.

假设 1. 参考信号 $y_d(t)$ 是光滑有界的信号，其时间导数 $y_d^{(i)}(t), 1 \leqslant i \leqslant n$, 有界.

假设 2. 存在已知常数 $0 < b_{\min} \leqslant b_{\max}$, 使得在 (1) 中的控制增益 b 满足 $b \in [b_{\min}, b_{\max}]$.

假设 3. 存在已知常数 $p_{0\min}$ 和 $p_{\max}$, 满足 $p_0 > p_{0\min}$, 对任意 $r \in [0, R]$ 满足 $p(r) \leqslant p_{\max}$.

在本节中，采用反步递推法，且控制律和自适应律的设计基于以下坐标变换.

$$z_1 = x_1 - y_d, \quad z_i = x_i - y_d^{(i-1)} - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \cdots, n \tag{9}$$

其中 α_{i-1} 是第 i 步的虚拟控制.

第 1 步. 根据 (9), 可得到 $\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1$. 选取虚拟控制 $\alpha_1 = -c_1 z_1$, c_1 为正设计参数，可得

$$z_1 \dot{z}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2$$

第 $\boldsymbol{i}$ ($\boldsymbol{i = 2, \cdots, n-1}$) 步. 同理选取

$$\alpha_i = -c_i z_i - z_{i-1} + \dot{\alpha}_{i-1}(x_1, \cdots, x_{i-1}, y_d, \cdots, y_d^{(i-1)}) \tag{10}$$

其中 c_i $(i = 2, \cdots, n-1)$ 为正参数，可得 $z_i \dot{z}_i = -z_{i-1} z_i - c_i z_i^2 + z_i z_{i+1}$.

第 $\boldsymbol{n}$ 步. 根据 (8) 和 (9) 可得

$$\dot{z}_n = \boldsymbol{a}^\mathrm{T}\boldsymbol{Y} + b(p_0 v(t) - d[v](t)) - y_d^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1} \tag{11}$$

为了设计自适应控制律，定义如下变量 $e \triangleq (bp_0)^{-1}$, $\hat{e}$ 为 e 的估计值，$\hat{\boldsymbol{a}}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 的估计值，$\hat{p}(t, r)$ 为回滞密度函数 $p(r)$ 的估计值．且 $\tilde{e} = \hat{e} - e$, $\tilde{a} = \hat{a} - a$, $\tilde{p}(t, r) = \hat{p}(t, r) - p(r)$,

$\forall r \in [0,R]$, 取 $B(v(t)) \triangleq \int_0^R p(r)|F_r[v](t)|\mathrm{d}r$, 其估计值 $\hat{B}(t)$ 为 $\hat{B}(t) = \int_0^R \hat{p}(t,r)|F_r[v](t)|\mathrm{d}r$. 则可得其误差为

$$\tilde{B}(t) = \int_0^R (\hat{p}(t,r) - p(r))|F_r[v](r)|\mathrm{d}r \tag{12}$$

在本文中，采用如下控制律和自适应律

$$v(t) = \hat{e}\bar{v}(t) \tag{13}$$

其中

$$\bar{v}(t) = -c_n z_n - z_{n-1} - \hat{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{Y} + v_h(t) + y_d^{(n)} + \dot{\alpha}_{n-1} \tag{14}$$

$$v_h(t) = -\mathrm{sgn}(z_n) b_{\max} \hat{B}(t) \tag{15}$$

$$\dot{\hat{e}} = -\gamma \bar{v}(t) z_n \tag{16}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{a}}} = \varGamma \boldsymbol{Y} z_n \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{p}(t,r) = \mathrm{Pro}j(\hat{p}(t,r), |z_n| q b_{\min} |F_r[v](t)|),\ \forall r \in [0,R] \tag{18}$$

$$\mathrm{Pro}j(\hat{p}(t,r), |z_n| q b_{\min} |F_r[v](t)|) = \begin{cases} 0, \text{if } \hat{p}(t,r) = p_{\max} \\ |z_n| q b_{\min} |F_r[v](t)|, \text{if } 0 \leqslant \hat{p}(t,r) < p_{\max} \end{cases} \tag{19}$$

其中 c_n, γ 和 q 是正设计参数，$\varGamma$ 为正定矩阵.

定理. 考虑一类单输入单输出的回滞非线性系统，满足假设 1∼3, 在 (8), (13) 定义的闭环系统和误差系统 (16)∼(18) 能够实现其全局稳定，并能够实现对回滞的削弱，得到预期的控制精度.

证明. 选取 Lyapunov 函数 V

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}} \varGamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{a}} + \frac{1}{2r}\tilde{e}^2 + \frac{1}{2q}\int_0^R \tilde{p}^2(t,r)\mathrm{d}r \tag{20}$$

代入虚拟控制 (10), 控制律 (13) 和自适应律 (16)∼(17), 可得 V 则的时间导数为

$$\dot{V} \leqslant -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 - |z_n| b \int_0^R \hat{p}(t,r)|F_r[v](t)|\mathrm{d}r - z_n b \int_0^R p(r) F_r[v](t)\mathrm{d}r + \frac{1}{q}\int_0^R \tilde{p}(t,r)\frac{\partial}{\partial t}\tilde{p}(t,r)\mathrm{d}r \tag{21}$$

根据自适应律 (18), (19) 可推导得到

$$\dot{V} \leqslant -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 \tag{22}$$

由 (22) 可知，V 是一个非增函数，根据设计过程可得 z_i, $i = 1, \cdots, n$, $\hat{e}, \hat{a}$ 和 $\hat{p}(t,r)$ 有界. 根据 LaSalle-Yoshizawa 原理可知，当 $t \to \infty$ 时，$z_i(t) \to 0$, $i = 1, \cdots, n-1$. □

5 仿真实例

考虑满足 (2) 的一个非线性系统

$$\dot{x}=a\frac{1-e^{-x(t)}}{1+e^{-x(t)}}+bw(t)$$

其中 $w(t)=p_0v(t)-\int_0^R p(r)F_r[v](t)\mathrm{d}r$.

在此仿真模型中, 设实际参数值 $b=1, a=1$. 密度函数为 $p(r)=\lambda e^{-\beta(r-\sigma)^2}$. 设 $\lambda=0.5$, $\beta=0.00105$, $\sigma=2$. 在本文中，仅为了方便，选取 $R=100$ 作为积分上限. 根据回滞的密度函数，可得 $p_0=\int_0^{100}p(r)\mathrm{d}r=14.662$. 为了消除抖振，将控制器设计中的符号函数用饱和函数代替. 选取仿真步长为 0.001, $x(0)=-1$, $q=0.95$, $b_{\min}=b_{\max}=1$, $c_1=0.97$, $\gamma=\mathit{\Gamma}=0.01$.

设计目标为实现系统状态 x 跟踪理想的轨迹 $y_d=12.5\sin(2.3t)+0.1\cos(6.7t)$. 仿真结果见图 1 和图 2. 图 1 为系统的跟踪误差 e. 图 2 为系统的控制输入信号 $v(t)$. 从图 1 和图 2 中可以看出，设计的自适应控制器实现系统稳定，有效抑制回滞的影响，并保证期望的跟踪效果.

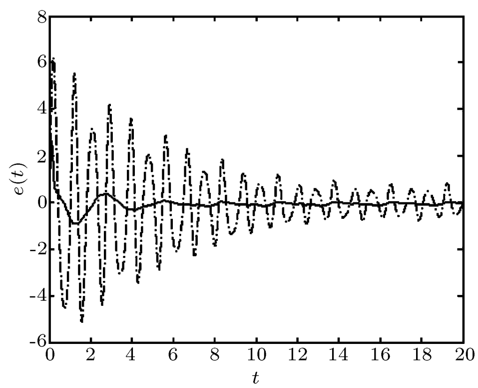

图 1 系统跟踪误差 e 带控制项 $v_h\neq 0$(实线) 和不带控制项 $v_h=0$ ('-. -' 线)

Fig. 1 The system tracking error e with control term $v_h\neq 0$ (solid line) and $v_h=0$ ('-. -'line)

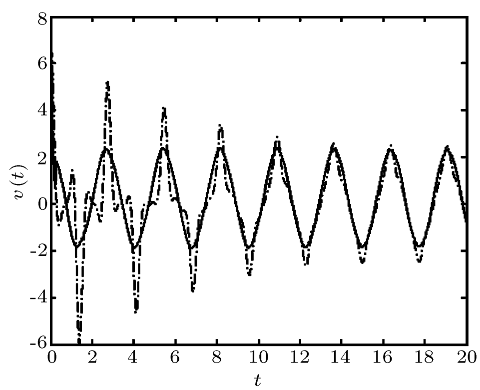

图 2 控制信号 v 带控制项 $v_h\neq 0$(实线) 和不带控制项 $v_h=0$ ('-. -' 线)

Fig. 2 The control signals v with control term $v_h\neq 0$ (solid line) and $v_h=0$ ('-. -'line)

6 结束语

目前，带有回滞特性非线性系统的研究已经得到越来越多的重视，如何设计适当的控制器使得非线性系统保证全局稳定，并保证具有期望的动态特性是目前对回滞控制研究的主要目标. 本文针对基于 Prandtl-Ishlinskii 模型表征回滞的一类非线性系统，采用反步递推设计方法，实现对回滞的削弱，提高了系统性能，该种控制思路为进一步推广回滞系统的控制奠定了基础.

References

1 Mayergoyz I D. Mathematical Models of Hysteresis. New York: Springer-Verlag, 1991. 1∼63
2 Krasnosel′skii M A, Pokrovskii A V. Systems with Hysteresis. New York: Springer-Verlag, 1989. 6∼39
3 Augusto Visintin. Differential Models of Hysteresis. New York: Springer-Verlag, 1994. 59∼96
4 Martin Brokate, Jurgen Sprekels. Hysteresis and Phase Transitions. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1996. 22∼107
5 Tao G, Kokotovic P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**: 200∼212
6 Su C Y, Stepanenko Y, Svoboda J, Leung T P. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**: 2427∼2432
7 Zhou J, Wen C Y, Zhang Y. Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(10): 1751∼1757
8 Hu H, Ben Mrad R. On the classical Preisach model for hysteresis in piezoceramic actuators, *Journal of Mechatronics*, 2003, **12**(2): 85∼94
9 Krsić M, Kanellakopoulos I, Kokotović P V. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: John Wiley and Sons Ltd, 1995. 87∼121
10 Pare T E, How J P. Robust stability and performance analysis of systems with hysteresis nonlinearities, In: Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania: IEEE, 1998. **3**: 1904∼1908
11 Slotine J J E, Li W. Applied Nonlinear Control. Beijing: China Mechanical Press, 2004. 101∼154

冯　颖　华南理工大学自动化学院博士研究生，研究方向为回滞非线性系统控制.

(**FENG Ying**　Ph. D. candidate in College of Automation Science and Engineering at South China University of Technology. Her research interest includes hysteresis nonlinear systems control.)

胡跃明 华南理工大学自动化学院教授，研究方向为非线性控制理论及应用、机器人控制、模式识别与智能控制等.

(**HU Yue-Ming**　Professor in College of Automation Science and Engineering at South China University of Technology. His research interests include nonlinear control theory and application, robot control, pattern recognition, and intelligent control.)

苏春翌　肯考迪娅大学机械工程系副教授及研究主席，研究方向为非线性系统控制及高精度控制系统.

(**SU Chun-Yi**　Associate professor in Mechanical Engineering Department and research chairman at Concordia University. His research interests include nonlinear system control and high precision control system.)