

# 基于边界曲线演化模型的生长骨架算法<sup>1)</sup>

刘文予 白翔 朱光喜

(华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)  
(E-mail: bai\_xiang@eyou.com)

**摘要** 基于距离变换的骨架算法往往不能直接用于骨架识别,且骨架的连通性难以保证.本文提出一种新型的骨架算法,由一个初始骨架点开始逐点生长出各骨架分支,同时在骨架生长过程中用离散曲线演化模型消除造成信息冗余的骨架枝,保留视觉上重要的骨架枝,实现了骨架的多尺度控制.实验证明本算法复杂度低,得到的骨架连通性得到保证,能较好地表示图形中视觉重要成分,符合人类视觉习惯,可直接用于图形识别和形状度量.

**关键词** 骨架, 曲线演化, 边界, 多尺度, 视觉重要成分

**中图分类号** TP391.4

## A Skeleton-growing Algorithm Based on Boundary Curve Evolution

LIU Wen-Yu BAI Xiang ZHU Guang-Xi

(Department of Electronics and Information Engineering,  
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(E-mail: bai\_xiang@eyou.com)

**Abstract** Traditional skeletonization algorithm based on the distance transform can not be used for skeleton recognition directly, and the connectivity property of the skeleton is not guaranteed. A novel skeletonization algorithm is presented, in which the whole skeleton is obtained by growing from the original skeleton seed one by one. In the growing process, the redundant skeleton branches are eliminated by the discrete curve evolution model, the visual branches remain completely, and the hierarchical control can be achieved easily. Examples have showed that the complexity of this algorithm is low, the connectivity of the skeleton is guaranteed, and the skeleton can represent the visual parts to satisfy human vision. The algorithm can be used in graphic recognition and shape measurement.

**Key words** Skeleton, curve evolution, boundary, hierarchical, visual parts

## 1 引言

自 1967 年 Blum<sup>[1]</sup> 提出中轴的概念以来,骨架已经成为表示和识别物体的重要手段之一,在医学图像分析、零件检测、三维建模、计算机辅助设计等方面有着广泛的应用<sup>[2]</sup>.骨架组合了目标的轮廓和区域信息,反映了目标的重要视觉线索,因而基于骨架的目标表示和识别技术成为模式识别和计算机视觉的重要研究内容.然而,现有的许多方法得到的骨架往往不能直接用于图形识别<sup>[2,3]</sup>,因此研究者提出了利用各种骨架控制参数对骨架进行剪

1) 国家自然科学基金(60273099)资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60273099)

收稿日期 2004-9-3 收修改稿日期 2005-11-21

Received September 3, 2004; in revised form November 21, 2005

枝、去噪、收缩等操作<sup>[4~7]</sup>,有些情况甚至需要人工干预.为了准确地对物体进行识别,要求骨架具有如下性质:1)保留原物体的拓扑.2)骨架点的位置精确,要靠近物体的中心.3)骨架的连通性.4)获得骨架的半径值.5)骨架能表达物体在人类视觉中的重要部分.

对于以上这些性质,各类骨架算法有着不同的优势和缺陷.现有的离散域骨架算法主要分为三类:一类是拓扑细化的方法<sup>[8,9]</sup>,此类方法得到的骨架可保证连通性,但对边界噪声非常敏感,容易产生冗余的分支,且骨架的位置不是准确地靠近物体的中心.第二类是基于距离变换的方法<sup>[5,6,10,11]</sup>,通过寻找距离梯度脊线来形成骨架,此类方法得到的骨架位置精确,但难以保证骨架的连通性.第三类是基于 Voronoi 图的方法<sup>[7]</sup>.Voronoi 图是中轴的包集,生成的骨架需要剪枝<sup>[7]</sup>,且复杂度很高.针对以上问题,本文提出一种新型骨架算法,选择一个种子点生长出其余的骨架点,根据距离场和边界信息判断八邻域的点是否为骨架点,这是一个深度优先搜索的过程,直到找到所有满足条件的骨架点.搜索过程中,引入离散边界曲线演化模型对骨架加以约束,从而保留视觉上相对重要的骨架枝,去除了噪声引起的造成信息冗余的骨架枝.

## 2 骨架与边界的关系

### 2.1 骨架的基本定义

**定义 1(最大圆).** 设  $D$  是欧式空间  $R^n$  中的一个集合.一个圆(三维时称为球)包含于  $D$  中,当它不是任何其它包含于  $D$  中圆(或球)的真子集时,称其为  $D$  中的一个最大圆(MaxDisk,简称 MD).

**定义 2(骨架和半径函数).** 集合  $D$  的骨架记为  $S(D)$ ,它是所有  $D$  中最大圆的圆心的轨迹. $D$  的骨架对应的最大圆的半径函数  $R$  是一个连续的实函数,它的值等于每个骨架点相应的最大圆的半径长度.这里骨架点  $s$  半径记为  $R(s)$ , $B(p,r)$  表示以  $p$  点为圆心,半径为  $r$  的圆盘.

**定义 3(距离变换).**  $I(m,n,B)$  为离散二值图像, $m$  和  $n$  分别表示图像的高度和宽度, $B$  表示图像中的物体, $\bar{B}$  为背景, $\partial B$  为  $B$  的边界.则  $B$  的距离变换定义为:  $DT(B) = \begin{cases} \min_{q \in \partial B} \{d(p,q)\}, & p \in B \\ 0, & p \notin B \end{cases}$ ,其中  $p$  表示所有二值图像上的点, $q$  表示  $B$  的所有边界点, $d(p,q)$  表示  $p$ 、 $q$  间的距离,可以取不同的计算方法,如欧氏距离<sup>[12]</sup>、棋盘距离<sup>[12]</sup>等.

值得注意的是,距离变换过程中,除了得到物体像素  $p$  到边界的最小距离  $\min\{d(p,q)\}$ (称为  $p$  点的距离场值)之外,切点  $q$  的位置也随之确定.

### 2.2 距离变换下的骨架点的判定定理

**定理 1.** 设集合  $D \subset R^n$ ,点  $p \in D$ ,当  $DT(p) = \max(DT(D))$  时,则  $p \in S(D)$ .

**证明.** 假设存在一个点  $p_1 \in D$ ,满足  $DT(p_1) = \max(DT(D))$  时,且  $p_1 \notin S(D)$ .根据定义 2,由  $p_1 \notin S(D) \Rightarrow B(p_1, DT(p_1))$  不是最大圆.

由定义 1 可知:必然存在一个最大圆  $B(p_2, DT(p_2)) \subset D$ ,有  $B(p_1, DT(p_1)) \subset B(p_2, DT(p_2))$  成立.  $B(p_1, DT(p_1)) \subset B(p_2, DT(p_2)) \Rightarrow DT(p_1) < DT(p_2)$ .

这与  $DT(p_1) = \max(DT(D))$  矛盾,因此假设不成立.  $\square$

**定理 2.** 设集合  $D \subset R^n$ ,点  $p \in D$ ,圆  $B(p,r)$  与边界  $\partial D$  相切于两点  $q_1$ 、 $q_2$ ,当半径  $r = DT(p)$  时,则  $p \in S(D)$ .

**证明.** 如图 1 所示,圆  $B(p_1, DT(p_1))$  与边界  $\partial D$  切于两点  $q_1$ 、 $q_2$ (需要说明的是,除了最大圆半径为 0 这种极限情况,两切点  $q_1$ 、 $q_2$  是不重合的),这里仍然用反证法证明.

圆  $B(p_1, DT(p_1))$  的半径为  $DT(p_1)$ ,说明  $q_1$ 、 $q_2$  是边界  $\partial D$  到  $p_1$  最近的点,所以确定  $B(p_1, DT(p_1))$  是集合  $D$  的内切圆.

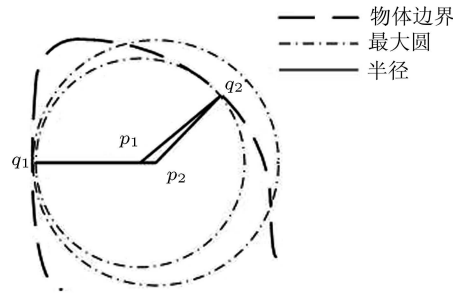


图 1 定理 2 证明的示意图

Fig. 1 Illustration for proving Theorem 2

假设存在一种情况,  $p_1$  不是物体的骨架点, 即  $B(p_1, DT(p_1))$  不是  $D$  内的最大圆, 则必然存在一个最大圆  $B(p_2, DT(p_2))$  与切点  $q_1$  相切, 且  $B(p_1, DT(p_1)) \subset B(p_2, DT(p_2))$ . 切点  $q_1$  的法向是固定的, 因此  $\overline{p_2q_1}$  与  $\overline{p_1q_1}$  在一条直线上, 且  $|p_2q_1| > |p_1q_1|$ . 由平面几何可知:  $\angle p_1q_1q_2 = \angle p_1q_2q_1$ , 而  $\angle p_2q_2q_1 > \angle p_1q_2q_1 + \angle p_2q_2p_1 > \angle p_1q_1q_2$ , 即  $\angle p_2q_2q_1 > \angle p_2q_1q_2 \Rightarrow |p_2q_1| > |p_2q_2|$ , 这说明切点  $q_2$  到圆心  $p_2$  的距离小于其半径, 切点  $q_2$  在最大圆  $B(p_2, DT(p_2))$  内部, 这显然与假设矛盾.  $\square$

定理 1 和 2 给出了距离变换下骨架点的求取方法, 然而在实际数字图像中这种连续的情况的定义不能直接求解.

### 2.3 离散空间下的骨架点判定准则

Wai-Pak Choi 等人在文献 [6] 中提出一种离散情况下基于正方形格子判定骨架点的方法, 其给出的骨架点判定准则如下:

$$\frac{\text{abs}(r_2^2 - r_1^2)}{\max(\text{abs}(x_2 - x_1), \text{abs}(y_2 - y_1))} \leq w \quad (1)$$

该判定公式实际上是定理 2 在离散域下的表达形式, 其中  $r_1$  和  $r_2$  表示相邻骨架点对应最大圆的半径,  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  表示这两个骨架点的坐标,  $w$  表示骨架的宽度. 这是一种在离散图像的骨架宽度约束条件, 公式的含义: 如果点  $(x_1, y_1)$  至少与其八邻域中的一个点  $(x_2, y_2)$  满足不等式 (1), 则点  $(x_1, y_1)$  是一个骨架点. 这是一个近似的计算,  $r_1$  和  $r_2$  在实际求解中用两点的距离场值  $DT(x_1, y_1)$  和  $DT(x_2, y_2)$  代替, 证明过程可参照文献 [6].

## 3 边界曲线演化的方法和意义

### 3.1 离散曲线演化模型

离散曲线演化模型最初由 L.J.Latecki 等提出<sup>[13]</sup>. 数字图像中物体的轮廓线常常带有噪声和分割错误, 忽略边界扰动的影响保留原物体视觉感观上的重要成分是物体识别的要求. 离散曲线的演化实际上是一个轮廓的预处理过程, 这个过程意义主要在两方面: 1) 除去边界噪声. 2) 保留对视觉感官上的重要部分.

由图 2 可知: 演化的过程可以是一系列的多边形, 演化的程度可以参数控制. 文献 [13] 证明了离散曲线演化不但能除去边界噪声, 保留了重要视觉成分, 而且保留了原物体的拓扑. 此后, Latecki 用离散曲线演化模型成功地完成物体形状相似性度量和拓扑匹配, 并将其用于图形检索, 说明了离散曲线演化模型在物体识别和形状度量中的意义.

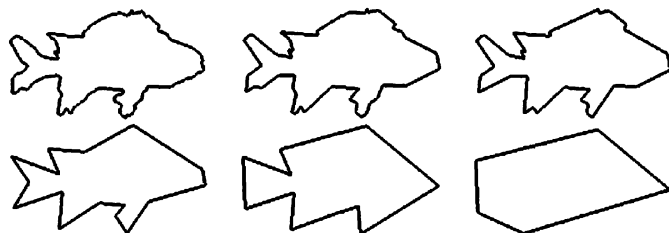


图 2 离散曲线演化过程

Fig. 2 Illustration of the discrete curve evolution process

离散曲线演化实现方法如下: 每一演化步骤中, 轮廓上一对连续两线段  $s_1, s_2$  合并成一条线段, 即删除两条线段的交点, 然后连接  $s_1$  和  $s_2$  的不相邻的端点.

演化的判定公式:

$$K(s_1, s_2) = \frac{\beta(s_1, s_2)l(s_1)l(s_2)}{l(s_1) + l(s_2)} \quad (2)$$

其中  $\beta(s_1, s_2)$  表示线段  $s_1$  和  $s_2$  拐角,  $l$  是线段的长度函数.  $K(s_1, s_2)$  反映了两条连续的线段对物体形状贡献的程度.  $K(s_1, s_2)$  值越大, 线段  $s_1$  和  $s_2$  对形状贡献越大. 在演化过程中, 对具有低  $K(s_1, s_2)$  值的连续线段加以合并, 较高  $K(s_1, s_2)$  值的连续线段保持不变. 图 2 给出一组不同演化程度的多边形.

### 3.2 影响骨架识别的因素

#### 1) 边界噪声

骨架对噪声非常敏感<sup>[2]</sup>, 边界上小的扰动容易产生较大的骨架分支, 造成骨架的拓扑结构复杂和骨架信息冗余. 无论是拓扑细化还是基于距离场的骨架算法都无法避免这样的问题.

#### 2) 绷带骨架点

研究者发现在做骨架的形状度量时, 一种绷带骨架对物体相似性的度量产生很大的影响<sup>[3]</sup>. 如图 3 所示, 粗线表示边界, 细线表示骨架, 边界上一个短的突起部分产生的一条较大的骨架分支 OP 就是绷带骨架. 绷带骨架与拓扑骨架相比, 对视觉的贡献要小得多, 并且绷带骨架的存在严重改变了骨架的拓扑, 造成骨架信息冗余, 对骨架的匹配和度量带来很大困难<sup>[2,3]</sup>.

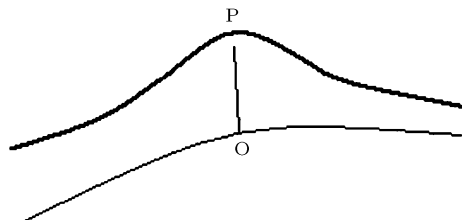


图 3 绷带骨架

Fig. 3 Skeleton branch from ligature

研究者们提出了很多模型来抑制绷带骨架的产生, Choi 用最大圆弦长的大小来控制骨架<sup>[6]</sup>, Malandain 提出骨架方向角的概念<sup>[4]</sup>, Ogniewicz 通过判断最大圆分成的边界线与弦长的比值来判定骨架点重要性<sup>[7]</sup>. 丁颐等人用最大圆分离部分的面积来判定骨架<sup>[5]</sup>. 这些方法, 虽然在一定程度上抑制了绷带骨架的产生, 但是对于视觉贡献大小的骨架无法判断, 难免丢弃了一些视觉贡献较大的骨架, 且容易残留一些较短的分支. 本文引入离散曲线演化模型, 目的在于消除噪声的影响, 抑制绷带骨架的生成, 避免短小的骨架分支产生.

### 3.3 离散边界曲线演化控制骨架生长

简单的拓扑结构和具体的形状细节是一对矛盾, 如何较好地融合拓扑结构和形状特征是图形识别中的重要问题. 离散曲线演化实际上是一个多边形简化的过程, 这样既能消除噪声使边界平滑, 而且保留视觉上的重要部分, 使物体的拓扑结构更加清晰. 如图 4 所

示, (a) 是马的原始边界, (b) 是曲线演化后的边界. A、B 是 (b) 中相邻的两个顶点, 对比 (a) 可以发现点 A 到 B 的一些短的突起部分被除去了, 但这并不影响物体的主要拓扑结构.

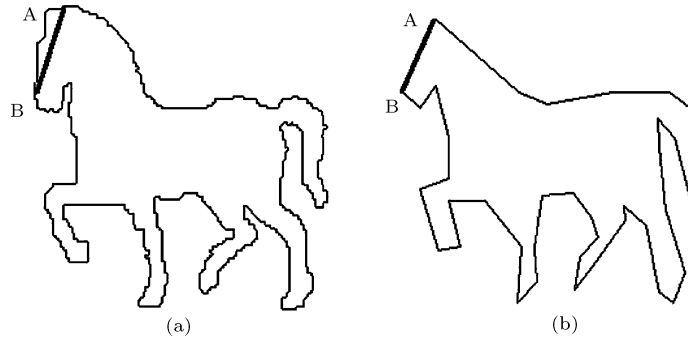


图 4 离散曲线演化保留原物体拓扑

Fig. 4 Discrete curve evolution keeps the original topology

由于确定骨架点是根据与边界两点相切的最大圆, 最大圆的两切点落在图 (a) 点 A 和点 B 间的曲线段上时, 其圆心便是由点 A 和点 B 间的短突起产生的绷带骨架点. 只要增加一个切点的判断: 如果两切点落在 A 和 B 之间, 认为其最大圆圆心不是骨架点. 这样 A 和 B 之间的小突起不会引起骨架点的产生. 总之, 通过曲线离散演化的方法得到多边形顶点, 将原物体边界分成不同的曲线段, 不同曲线段上点加上不同的标记 (称为离散演化标记); 当最大圆两个切点的标记相同时, 判断其不为骨架点. 这样消除原始边界上小突起部分对骨架的影响, 同时保留了表征物体重要部分的骨架枝.

## 4 基于边界曲线演化的种子生长骨架算法

### 4.1 算法的总体流程

本文算法的对象是二值平面图, 其核心在于种子生长骨架算法及生长过程中骨架点的判定算法. 边界曲线演化算法本文不再重述, 骨架点判定算法主要是在离散演化的基础上对骨架点进行判断. 算法主要步骤:

- 1) 对二值图作距离变换 (这里采用欧氏距离变换), 得到图像每一点距离场值和距其最近的边界点坐标.
- 2) 通过离散曲线演化把物体边界分成了很多曲线段, 分别加上离散演化标记对曲线段加以区别.
- 3) 选择距离场值最大的点作为种子点. 然后由种子点生长出其它骨架点, 这个过程是通过对骨架点作八邻域的判定, 判定的条件为当前判断点的距离场值, 距其最近的边界点 (最大圆切点) 坐标和边界曲线标记. 边界曲线标记由步骤 2) 已得到, 用来辨别产生骨架的边界在视觉贡献中的重要性.

下面对该算法进行详细说明.

### 4.2 骨架点的判定准则

本文算法中判断像素是否为骨架点是在公式 (1) 的基础上, 增加了曲线演化的控制. 曲线演化的控制通过判断最大圆切点的标记是否相同. 由于距离变换的同时, 得到了到物体内部每一点最近的边界点坐标, 相当于获知了最大圆的切点. 定理 2 给出了连续域下骨架点在距离场中的定义, 公式 (1) 则是定理 2 在离散域的一种表达形式, 这里作为搜索骨架

点的一个判定依据. 假设点  $p$  是要判断的像素点,  $p_i$  (其中  $i = 1, 2, \dots, 8$ ) 为  $p$  点的八邻域像素点. 当  $p_i$  中至少有一个点和点  $p$  满足公式 (1), 并且这两点的最近边界点的离散演化标记不同, 那么  $p$  点就是一个骨架点.

### 4.3 生长骨架的算法

定理 1 证明距离场值最大的点必为骨架点, 将其设为种子点, 检查其八邻域的像素, 满足公式 (1) 的点坐标进入堆栈, 然后再对栈顶的点做八邻域判断, 已经进栈的点不再进栈. 如果八邻域的点满足 4.2 节中的判定准则返回值为 1 (反之, 返回值为 0), 该八邻域点进栈; 返回值为 0 时, 栈顶的点出栈, 出栈的点即为骨架点, 直到栈内点空为止.

### 4.4 算法的复杂度分析

离散曲线演化是对边界曲线上每点的视觉贡献的判断, 设初始边界上有  $c$  个点, 那么离散曲线演化的时间复杂度应为  $O(c)$ . 距离变换的时间复杂度为  $O(mn)$ , 其中  $m$  和  $n$  分别为二值图像的宽和高. 而种子生长骨架算法, 是从种子点开始对其它骨架点进行深度优先搜索, 八邻域判断的次数只与所有骨架点和与骨架点相邻像素个数  $s$  线性相关, 其计算复杂度  $O(8s)$  远远小于  $O(mn)$ . 综上所述, 本文算法的总的时间复杂度小于细化及其它基于距离场的骨架方法 (复杂度为  $O(n^3)$  或  $O(n^2)$ ,  $n$  为长宽相等的图象宽度).

## 5 实验结果及比较

### 5.1 连通性和可识别性的比较

如图 5, 图 (a) 是采用文献 [6] 增加最大圆弦长约束的方法得到的骨架, 图 (b) 是本文提出的算法结果. 文献 [6] 的结果减小了噪声的影响和绷带骨架的产生, 但在马的腿和尾部发生了骨架的断裂, 并且整个腿部和尾部骨架不能完全保留. 本文的方法用种子生长保证了骨架的连通性, 并且用边界曲线演化较好地控制了骨架. 本文的骨架保留了马的头、颈、四肢、躯干和尾巴这样重要部分, 得到了重要的拓扑关系, 而每个骨架点包含最大圆半径信息, 便于对其形状度量和拓扑匹配.

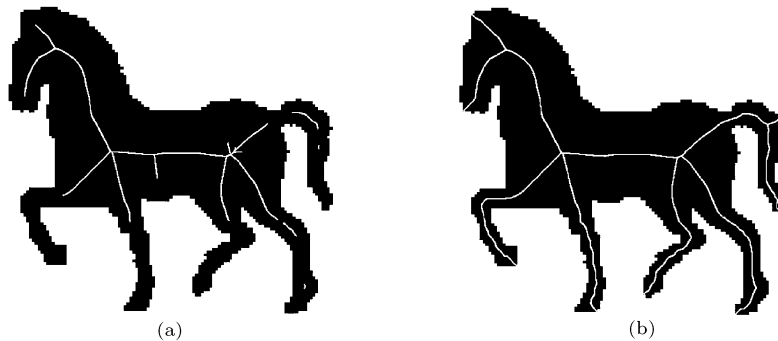


图 5 Choi 的骨架与本文结果的比较

Fig. 5 Comparison between Choi's result in (a) and ours in (b)

如图 6, 图 (a) 是文献 [7] 的算法结果, 图 (b) 是本文算法结果. 图 (a) 采用的算法是一种基于 Voronoi 图剪枝的算法, 需通过各种参数进行不断调整, 图 (b) 中的骨架是在曲线演化约束下直接求解得到的结果. 通过比较可以发现, 本文算法的结果更好地表达了物体的拓扑结构.

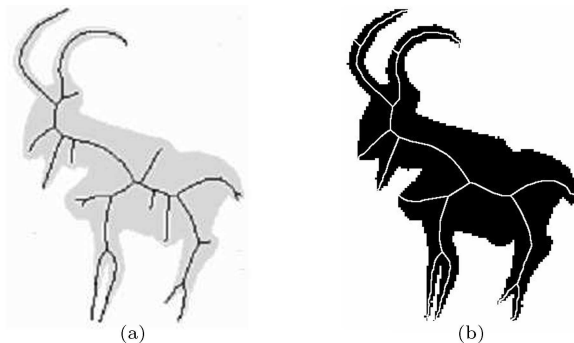


图 6 Ogniewicz 的骨架与本文结果的比较

Fig. 6 Comparison between Ogniewicz's result in (a) and ours in (b)

## 5.2 骨架的多尺度控制及识别信息的提供

本文通过离散演化到不同程度的多边形得到不同尺度的骨架结果, 从图 7 中可以发现, 随着离散曲线演化的程度的变大 (多边形保留的顶点越少), 骨架的抗噪性能越好, 边界小的突起部分引起的骨架随着视觉重要程度的不同被逐级去除 (不会残留小的分支), 拓扑结构也随之更加清楚.

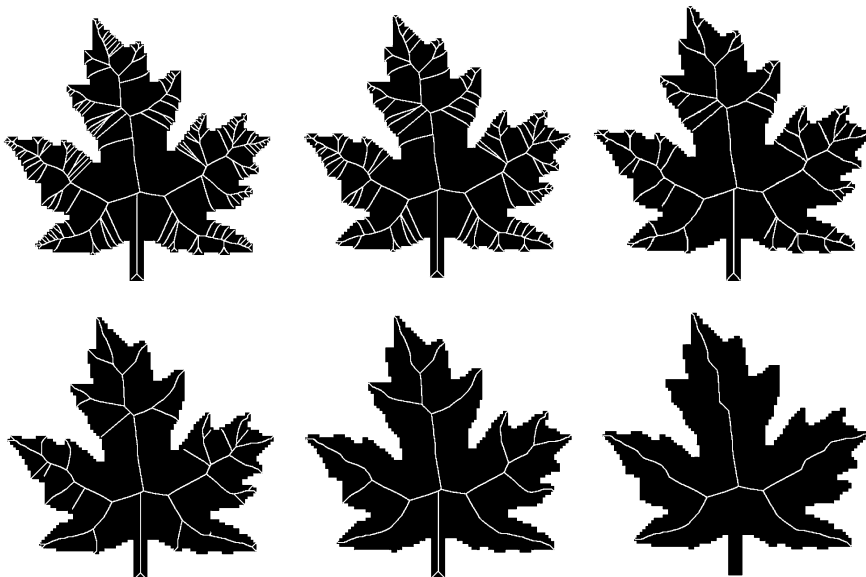


图 7 离散曲线演化对骨架的多尺度控制

Fig. 7 Hierarchical skeleton by discrete curve evolution

## 6 结论

本文提出一种复杂度低的骨架算法, 它克服了噪声和边界突起的影响, 用离散曲线演化较好地实现骨架的多尺度控制, 保留视觉重要的骨架枝, 符合人类视觉感受. 并且得到的骨架连通性好, 位置精度高, 提供了识别信息. 本算法求取的骨架可用于物体的相似性度量的研究, 离散曲线演化模型还可用于固定拓扑骨架的求取, 因为演化得到的多边形顶点本身提供了物体的拓扑知识, 这样固定拓扑骨架无拓扑先验知识也可直接计算骨架. 另

外, 曲线演化可以推广到三维图形的曲面演化, 通过曲面演化模型删除视觉贡献较小的多面体顶点, 这对三维图形的识别和三维骨架的求取有着积极的意义.

### References

- 1 Blum H. Biological shape and visual science (part I). *Journal of Theoretical Biology*, 1973, **38**(2): 205~287
- 2 Liu W Y, Liu J T. Objects similarity measure based on skeleton tree descriptor matching. *Journal Infrared Millimeter and Wave*, 2005, **24**(6): 432~436
- 3 August J, Siddiqi K, Zucker S. Ligature instabilities in the perceptual organization of shape. *Computer Vision and Image Understanding*, 1999, **76**(3): 231~243
- 4 Gregorie Malandain, Sara Fernandez-Vidal. Euclidean skeletons. *Image and Vision Computing*, 1998, **16**(5): 317~327
- 5 Ding Y, Liu W Y. Hierarchical connected skeletonization algorithm based on distance transform. *Journal Infrared Millimeter and Wave*, 2005, **24**(4): 281~285
- 6 Choi W P, Lam K M, Siu W C. Extraction of the Euclidean skeleton based on a connectivity criterion. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(3): 721~729
- 7 Ogniewicz R L, KSubler O. Hierarchic Voronoi skeletons. *Pattern Recognition*, 1995, **28**(3): 343~359
- 8 Xie W J, Robert P. Thompson, Renato Perucchio. A topology-preserving parallel 3D thinning algorithm for extracting the curve skeleton. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(7): 1529~1544
- 9 Che W J, Yang X N, Wang G Z. A dynamic approach to skeletonization. *Journal of Software*, 2003, **14**(4): 818~823
- 10 Leymarie F, Levine M. Simulating the grassfire transaction form using an active contour model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(1): 56~75
- 11 Golland P, Eric W, Grimson L. Fixed topology skeletons. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Vol 1. LosAlamitions, CA: IEEE Computer Society, 2000. 10~17
- 12 Borgfors G. Distance transformations in digital images. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 1986, **34**(3): 344~371
- 13 Latecki L J, Lak' amper R. Shape similarity measure based on correspondence of visual parts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(10): 1185~1190

**刘文予** 华中科技大学电子与信息工程系教授, 博士生导师. 研究领域为计算机图形学、多媒体信息处理、计算机视觉.

(**LIU Wen-Yu** Professor in the Department of Electronics and Information Engineering at Huazhong University of Science and Technology. His research interests include computer graphics, multimedia information processing, and computer vision.)

**白翔** 华中科技大学电子与信息工程系博士研究生. 研究领域为计算机视觉与模式识别、计算机图形学.

(**BAI Xiang** Ph. D. candidate in the Department of Electronics and Information Engineering at Huazhong University of Science and Technology. His research interests include computer vision, pattern recognition, and computer graphics.)

**朱光喜** 现任华中科技大学电子与信息工程系系主任, 教授, 博士生导师. 研究领域为计算机图形学、多媒体通信.

(**ZHU Guang-Xi** Professor and dean of the Department of Electronics and Information Engineering at Huazhong University of Science and Technology. His research interests include computer graphics and multimedia communication.)