第 32 卷 第 2 期 自 动 化 学 报 Vol. 32, No. 2
2006 年 3 月 ACTA AUTOMATICA SINICA March, 2006

一类带未知输入时滞的多时滞非线性系统的对时滞参数的自适应 H^∞ 控制[1)]

柴 琳 费树岷 辛云冰
(东南大学自动控制系自动化研究所 南京 210096)
(E-mail: chailin_1@163.com)

摘 要 针对一类带未知输入时滞参数的非线性时滞系统，基于线性矩阵不等式 LMI 和一种基于 "Descriptor form" 的 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法，设计了一种带未知时滞估计项的记忆型状态反馈控制器，给出了针对该未知输入时滞参数的自适应控制 H^∞ 控制器设计方案，并对闭环系统的稳定性给出了证明.

关键词 输入时滞, 线性矩阵不等式, 基于 "Descriptor form" 的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 自适应控制, H^∞ 控制
中图分类号 TP13

Adaptive H^∞ Control for a Class of Nonlinear Time-delay Systems with Uncertain Input Delay

CHAI Lin FEI Shu-Min XIN Yun-Bing
(*Department of Automation, Southeast University, Nanjing* 210096)
(E-mail: chailin_1@163.com)

Abstract Based on LMI method and "Descriptor form"-based Lyapunov-Krasovskii functional, the problem of H^∞ controller design is discussed for nonlinear time-delay control systems with uncertain input delay. Memoryless and memory state feedback control is designed, in which the estimate of the unknown delay parameter is contained in the memory part. At the same time, an adaptive control strategy for the unknown delay parameter of the input vector is proposed and the sufficient condition of its solution is also presented.

Key words Input delay, LMI, Lyapunov-Krasovskii functional based on "Descriptor form", adaptive control, H^∞ control

1 引言

实际生活生产中时滞系统的稳定性和可镇定性问题的研究已越来越受到广大实际工程师和理论研究者的关注. 近年来, 时滞系统的 H^∞ 控制已经取得了较大发展[1~14], [1~3] 给出了若干线性状态时滞系统 H^∞ 无记忆或带记忆的状态反馈控制. 而线性系统带状态时滞且输入时滞 (输入时滞与系统状态时滞不一定一致) 的问题在 [4] 中初次涉及, 但其所

1) 国家自然科学基金 (69934010) 和博士点基金 (20030286013) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (69934010) and the Specialized Research Fund for Doctoral Program of Higher Education of P. R. China (20030286013)
收稿日期 2005-3-15 收修改稿日期 2005-11-29
Received March 15, 2005; in revised form November 29, 2005

用的是基于传统的 Lyapunov-Krasovskii 函数，因此虽然得到了依赖于时滞的状态反馈控制的解，但在推导过程中多次对矩阵不等式进行放大，增加了结论的保守性．近年来，一种基于 “Descriptor form” 的 Lyapunov-Krasovskii 范函方法在时滞系统的研究上取得了广泛应用[5,10~13]，但有时结论过于复杂[10]，且在自适应 H^∞ 控制的研究上结果甚少．[9] 研究了一类不确定多时滞非线性系统的自适应 H^∞ 控制，但它是以非线性不确定项的范数上界未知为基础而引入自适应控制的，而且需要对系统矩阵进行特定的分解；对于时滞常数未知的情况 [7] 中给出了含一个未知状态时滞参数的线性时滞系统对未知时滞参数的依赖于时滞的自适应控制，但为得到适当形式的自适应控制律在推导过程中运用了过多次数的放大矩阵不等式；[8] 则对 [7] 中的系统进行了不依赖于时滞的对时滞参数的自适应控制，自适应律的形式有所简化、矩阵不等式次数有所减少，但在时滞常数较大的情况下会显出无能为力．因此对于 [7,8] 中的线性时滞系统，既与时滞相关且保守性较小的自适应控制还未有进展，而且对于输入时滞且输入时滞参数未知的情况还未研究，而且还要满足 H^∞ 性能指标的情况就更复杂了．

本文针对一类状态时滞且带未知输入时滞参数的非线性时滞系统，研究对其未知输入时滞参数进行自适应 H^∞ 控制的问题，不仅吸取了 [1~14] 中时滞相关型控制方法的优点，还通过一类基于 “Descriptor form” 的 Lyapunov-Krasovskii 函数，把引入控制后的系统结构充分体现在泛函中，从而克服以往一般 Lyapunov-Krasovskii 函数在推导过程中由于矩阵不等式放大次数较多带来的保守性．最后给出一个仿真例子证实了可行性．

2 问题的提出

考虑如下多时滞非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + \sum\limits_{i=1}^{l} A_i\boldsymbol{x}(t-\tau_i) + \sum\limits_{j=1}^{l} G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t) + B_2\boldsymbol{u}(t-\tau_{l+1}) + B_1\boldsymbol{w}(t) \\ \bar{\boldsymbol{z}}(t) = C\boldsymbol{x}(t) + D\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t),\ \forall t\in[-\tau,0],\ \tau = \max\limits_{i=1,\cdots,l+1}\{\tau_i\} \end{cases} \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$ 是状态向量，$\boldsymbol{w}(t)\in R^{n_1}$ 为干扰输入向量，$\boldsymbol{u}(t)\in R^{n_2}$ 为控制输入向量，$\bar{\boldsymbol{z}}(t)\in R^{n_3}$ 为系统受控向量，A 、A_i 、B_1 、B_2 、C 、D 为具有相应适当维数的矩阵，$\tau_i\geqslant 0, i=1,\cdots,l$ 为系统状态时滞常数，τ_{l+1} 为系统未知的输入时滞常数，但有已知上界最大值记为 τ_{l+1}^*，下界记为 τ_{l+1*}，上界最小值记为 i_{l+1}^* 并能找到正常数 $\bar{\tau}_{l+1}>0, \underline{\tau}_{l+1}>0$ 使得 $0\leqslant\tau_{l+1}^*-\tau_{l+1}\leqslant\bar{\tau}_{l+1}$ 及 $0<\underline{\tau}_{l+1}\leqslant\bar{\tau}_{l+1}^*-\tau_{l+1}$ 成立．$G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)$ 为 n 维非线向量函数，ϕ 为系统初始状态函数．

假设 1. (A,B_2) 可镇定

假设 2. 存在已知的连续有界的向量函数 $\boldsymbol{\delta}_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)\in R^{n_2}$，使得非线性项可表示为 $G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)=B_2\boldsymbol{\delta}_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)$，上界为 $\|\boldsymbol{\delta}_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)\|\leqslant\alpha_j\|\boldsymbol{x}(t-\tau_j)\|$，其中 $\alpha_j\geqslant 0$，$j=1,\cdots,l$，为已知的正常数．该假设中的上界不等式隐含着 $\boldsymbol{\delta}_j(0,t)=0$，$j=1,\cdots,l$，$\forall t$，即 $\boldsymbol{x}(t)=0$ 为自治系统 $(\boldsymbol{u}(t)=0)$ 的一个平衡点．

本文研究的目的是：对于给定的常数 $m>0$，如何设计一个带记忆的时滞相关型状态反馈控制器

$$\boldsymbol{u}(t) = K_1\boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^{l} K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\tau_i) + K_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\hat{\tau}_{l+1}(t)) \tag{2}$$

其中 $\hat{\tau}_{l+1}(t)$ 为 τ_{l+1} 的估计值，$\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t) \leqslant 0$, K_i, $i=1,\cdots,l+2$ 为待求矩阵，使得系统 (1) 是渐近稳定的，且满足 $\|\bar{z}\|_2 < m\|\boldsymbol{w}\|_2$(这里 $\|\bullet\|_2$ 是 L_2 范数), 并定出未知参数 τ_{l+1} 的自适应律.

引理 1[6]**.** 对于适当维数的 X, Y, 有 $X^{\mathrm{T}}Y + Y^{\mathrm{T}}X \leqslant \alpha X^{\mathrm{T}}X + \dfrac{1}{\alpha}Y^{\mathrm{T}}Y$, $\forall \alpha > 0$.

3　主要结果

由 (1) 和 (2) 可得闭环系统如下

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + \displaystyle\sum_{i=1}^{l} A_i\boldsymbol{x}(t-\tau_i) + \sum_{j=1}^{l} G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j), t) + B_1\boldsymbol{w}(t) + B_2K_1\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}) + \\ \qquad B_2\displaystyle\sum_{i=1}^{l} K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\tau_i) + B_2K_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1})) \\ \bar{\boldsymbol{z}}(t) = (C+DK_1)\boldsymbol{x}(t) + D\displaystyle\sum_{i=1}^{l} K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\tau_i) + DK_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\hat{\tau}_{l+1}) \\ \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t),\ \forall t \in [-\tau, 0],\ \tau = \displaystyle\min_{i=1,\cdots,l+1}\{\tau_i\} + \tau_{l+1}^{*} \end{cases} \tag{3}$$

用 [5] 中 "描述形式" 的方法，并把 $\dot{\boldsymbol{x}}$ 分成 $\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})$ 之后的项 $\boldsymbol{y}$ 及 $\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})$ 之前的项 $\boldsymbol{z}$ 两部分，令

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{y}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^{l} A_i\boldsymbol{x}(t-\tau_i) + B_1\boldsymbol{w}(t) + \sum_{j=1}^{l} G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j), t) \\ &\boldsymbol{z} = B_2K_1\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}) + B_2\sum_{i=1}^{l} K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\tau_i) + B_2K_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1})) \end{aligned} \tag{4}$$

对于系统 (4), 并取系统的 Lyapunov-Krasovskii 函数为

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{w}_t) =& V_1(t) + \sum_{i=1}^{2l+2}\int_{-\tau_i}^{0}\int_{t+\theta}^{t}(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s))^{\mathrm{T}}\bar{A}_i^{\mathrm{T}}Q_i^{-1}\bar{A}_i(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s))\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta + \\ &\frac{\gamma}{2}(\tau_{l+1}-\hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1}))^2 \end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\tau_{l+1+i} = \tau_{l+1} + \tau_i$, $i=1,\cdots,l$, $\tau_{2l+2} = \tau_{l+1} + \hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1})$, $\bar{A}_i = A_i$, $\bar{A}_{l+i} = B_2K_i$, $i = 1,2,\cdots,l+2$, $K = \displaystyle\sum_{i=1}^{l+2} K_i$, $V_1(t) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}$, γ 为一正常数, $P > 0$, $Q_i > 0$, $i = 1,2,\cdots,2l+2$. $V_1(t)$ 沿系统 (4) 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}) = 2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix} P & P_1 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \\ 0 \end{bmatrix} = \\ 2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix} P & P_1 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \\ \bar{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}+B_1\boldsymbol{w} \end{bmatrix} - \right. \\ \left. \sum_{i=1}^{2l+2}\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{A}_i \end{bmatrix}\int_{t-\tau_i}^{t}(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s)\mathrm{d}s + \sum_{j=0}^{l}\begin{bmatrix} 0 \\ G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j), t) \end{bmatrix}\right\} = \end{aligned}$$

$$2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix} P & P_1 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \\ \bar{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}+B_1\boldsymbol{w} \end{bmatrix} - \sum_{l=1}^{2l+2}\eta_l + \sum_{j=1}^{l}\rho_j \tag{6}$$

其中 $\bar{A} = A + \sum_{i=1}^{2l+2}\bar{A}_i + B_2K$, 令 $E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{P} = \begin{bmatrix} P & P_1 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$, 且 P_1 、P_2 满足 $E\bar{P}^{\mathrm{T}} = \bar{P}E$. 考虑到 $\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t) \leqslant 0$, 因此 $V(\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{w}_t)$ 沿系统 (4) 的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \leqslant{}& \dot{V}_1(t) + \sum_{i=1}^{2l+2}\int_{-\tau_i}^{0}[(\boldsymbol{y}(t)+\boldsymbol{z}(t))^{\mathrm{T}}\bar{A}_i^{\mathrm{T}}Q_i^{-1}\bar{A}_i(\boldsymbol{y}(t)+\boldsymbol{z}(t)) - (\boldsymbol{y}(t+\theta)+ \\ &\boldsymbol{z}(t+\theta))^{\mathrm{T}}\bar{A}_i^{\mathrm{T}}Q_i^{-1}\bar{A}_{i\bullet}(\boldsymbol{y}(t+\theta)+\boldsymbol{z}(t+\theta))]\mathrm{d}\theta - \gamma(\tau_{l+1}-\hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1}))\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t-\tau_{l+1})\end{aligned}$$

由引理 1 并由 $\eta_i(t) = -2\int_{t-\tau_i}^{t}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}\bar{A}_i(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s))\mathrm{d}s$, 可得

$$\eta_i \leqslant \tau_i[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}R_i[0 \quad I]\bar{P}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \end{bmatrix} + \int_{t-\tau_i}^{t}(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s))^{\mathrm{T}}\bar{A}_i^{\mathrm{T}}R_i^{-1}\bar{A}_i(\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{z}(s))\mathrm{d}s$$

取 $\tau_{2l+3} = 2\tau_{l+1}, \tau_{l+1}(t-\tau_{l+1}) - \tau_{l+1} = \tau_{2l+2} - 2\tau_{l+1} = \tau_{2l+2} - \tau_{2l+3}$, 且

$$\begin{aligned}&[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}R_{2l+2}[0 \quad I]\bar{P}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \end{bmatrix} = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P_1R_{2l+2}P_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+ \\ &2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P_1R_{2l+2}P_2^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}P_2R_{2l+2}P_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + 2\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}P_2R_{2l+2}P_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}P_2R_{2l+2}P_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}\end{aligned} \tag{7}$$

同理对于 $\rho_j = 2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t) \end{bmatrix}$, 并由假设 2 有

$$\begin{aligned}\rho_j \leqslant{}& [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}T_j[0 \quad I]\bar{P}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \end{bmatrix} + G_j^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)T_j^{-1}G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t) \leqslant \\ &[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}]\bar{P}\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}T_j[0 \quad I]\bar{P}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z} \end{bmatrix} + \lambda_{\max}(B_2^{\mathrm{T}}T_j^{-1}B_2)\alpha_j^2\boldsymbol{x}(t-\tau_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t-\tau_j)\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $R_i \in R^{n\times n}$, $i = 1,\cdots,2l+2$, $T_j \in R^{n\times n}$, $j = 1,\cdots,l$, (而 [10~13] 中相应的 R_i 的维数为 $2n$), 取正定矩阵 $R_i = Q_i$, $i = 1,\cdots,2l+2$, $T_j = \bar{\gamma}I_n$, $j = 1,\cdots,l$, 其中 $\bar{\gamma}$ 为一正常数，由 (6~8) 得

$$\begin{aligned}\dot{V}(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{w}_t) \leqslant{}& \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\varXi\tilde{\boldsymbol{x}} + (\hat{\tau}_{l+1}(t-\tau_{l+1}) - \tau_{l+1})[\gamma\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t-\tau_{l+1}) + \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}P_2R_{2l+2}P_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}]+ \\ &\bar{\gamma}^{-1}\sum_{j=1}^{l}\lambda_{\max}(B_2^{\mathrm{T}}B_2)\alpha_j^2\boldsymbol{x}(t-\tau_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t-\tau_j)\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\tilde{x} = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ \varXi_0 = \begin{bmatrix} \varXi_{11} & \varXi_{12} & \varXi_{13} & P_1B_1 \\ * & \varXi_{22} & \varXi_{23} & P_2B_1 \\ * & * & \varXi_{33} & P_2B_1 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varXi_{11} = P_1\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm{T}}P_1 + \sum_{i=1}^{2l+2}\tau_iP_1R_iP_1^{\mathrm{T}} + l\bar{\gamma}P_1P_1^{\mathrm{T}}$$

$$\Xi_{12} = \Xi_{13} = P - P_1 + \bar{A}^{\mathrm{T}} P_2 + \sum_{i=1}^{2l+2} \tau_i P_1 R_i P_2^{\mathrm{T}} + l\bar{\gamma} P_1 P_2^{\mathrm{T}}$$

$$\Xi_{33} = \sum_{i+1}^{2l+2} \tau_i \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Q_i^{-1} \bar{A}_i - P_2 - P_2^{\mathrm{T}} + \sum_{i=1}^{2l+1} \tau_i P_2 R_i P_2^{\mathrm{T}} + l\bar{\gamma} P_2 P_2^{\mathrm{T}} + \tau_{2l+3} P_2 R_{2l+2} P_2^{\mathrm{T}}$$

$$\Xi_{22} = \Xi_{23} = \sum_{i=1}^{2l+2} \tau_i \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Q_i^{-1} \bar{A}_i - P_2 - P_2^{\mathrm{T}} + \sum_{i=1}^{2l+2} \tau_i P_2 R_i P_2^{\mathrm{T}} + l\bar{\gamma} P_2 P_2^{\mathrm{T}}$$

为研究系统 (3) 的 H^{∞} 特性，令初始值 $\phi(t) = 0$, 则对 $T > 0$ 及给定的常数 $m > 0$, 有

$$J_T = \int_0^{\mathrm{T}} (\bar{\boldsymbol{z}}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{z}} - m^2 \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}) \mathrm{d}t \leqslant \int_0^{\mathrm{T}} (\bar{\boldsymbol{z}}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{z}} - m^2 \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w} + \dot{\bar{V}}(\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{w}_t)) \mathrm{d}t =$$
$$\int_0^{\mathrm{T}} \{[(C + DK_1)\boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^{l} DK_{i+1}\boldsymbol{x}(t - \tau_i) + DK_{l+2}\boldsymbol{x}(t - \hat{\tau}_{l+1})]^{\mathrm{T}} [(C + DK_1)\boldsymbol{x}(t) +$$
$$\sum_{i=1}^{l} DK_{i+1}\boldsymbol{x}(t - \tau_i) + DK_{l+2}\boldsymbol{x}(t - \hat{\tau}_{l+1})] - m^2 \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w} + \dot{\bar{V}}(\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{w}_t)\} \mathrm{d}t \leqslant \int_0^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) \tilde{\Xi} \tilde{\boldsymbol{x}}(t) \mathrm{d}t \tag{10}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau_1) \quad \cdots \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau_l) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - \hat{\tau}_{l+1}(t)) \quad \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}]$, 且 $\bar{V} = V + \sum_{i=1}^{l} \int_{t-\tau_i}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) S_i \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s + \int_{t-\hat{\tau}_{l+1}(t)}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) S_{l+1} \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s$, 考虑到 $\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t) \leqslant 0$, 可得

$$\dot{\bar{V}} \leqslant \dot{V} + \sum_{i=1}^{l} [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) S_i \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau_i) S_i \boldsymbol{x}(t-\tau_i)] + \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) S_{l+1} \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - \hat{\tau}_{l+1}(t)) S_{l+1} \boldsymbol{x}(t - \hat{\tau}_{l+1}(t))$$

显然 $\forall \tau_{l+1}$, 有 $\tau_{l+1}^* \geqslant \hat{\tau}_{l+1}(t) \geqslant \tau_{l+1} \geqslant \tau_{l+1*}$, 则有 $\tilde{\Xi} = S(\tau_{l+1}) \leqslant S'(\tau_{l+1}^*)$. $\tilde{\Xi} < 0$ 时可得 $J_T < 0$, 由于 $\tau_{2l+3}^* = 2\tau_{l+1}^* = \tau_{2l+2}^*$, 因此 y, z 在 $\tilde{\Xi} < 0$ 中所对应的各项相同，故将 $\tilde{\Xi} < 0$ 还原为二次型时 $y + z$ 可归为一项，不等式的维数可减一，由 Schur 补引理化简后可得 $\tilde{\Xi} < 0$ 等价于一维数为 $(4l+7)n$ 的不等式 $\widehat{\Xi} < 0$, 再对 $\widehat{\Xi} < 0$ 式两边同乘以矩阵 $\mathrm{diag}(X_1 \cdots X_{4l+7})$, 其中 $X_1 = P_1^{-1}, X_i = X = P^{-1}, i = 2, \cdots, l+2, X_{l+3} = Y = P_2^{-1}, X_j = I, j = l+4, \cdots, 4l+7$. 由于 (6) 中只要求 P_1 、P_2 满足 $E\bar{P}^{\mathrm{T}} = \bar{P}E$, 而没有其他限制，又考虑到要兼顾保守性和运算简便，可借鉴 [10] 中的方法令 $P_1 = n_1/n_2 P$, $P_2 = 1/n_2 P$, 即 $X = n_1/n_2 X_1 = 1/n_2 Y$, 其中 n_1, n_2 为正常数，可得 $\widehat{\Xi} < 0$ 等价于如下不等式 (中间过程略):

$$\breve{\Xi} = \begin{bmatrix} \bar{\Xi}_1 & \bar{\Xi}_2 & \cdots & \bar{\Xi}_{3l+4} \\ \bar{\Xi}_2^{\mathrm{T}} & M_1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \bar{\Xi}_{3l+4}^{\mathrm{T}} & & & M_{3l+3} \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

其中

$$\bar{\Xi}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_1 & 0_1 & \cdots & 0_{l+1} & \tilde{\Sigma}_2 & B_1 \\ 0_1 & -\bar{S}_1 & \cdots & 0 & 0 & 0_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_{l+1} & 0 & \cdots & -\bar{S}_{l+1} & 0 & 0_{l+1} \\ \tilde{\Sigma}_2^{\mathrm{T}} & 0 & \cdots & 0 & \tilde{\Sigma}_3 & B_1 \\ B_1^{\mathrm{T}} & 0_1 & \cdots & 0_{l+1} & B_1^{\mathrm{T}} & -m^2 I \end{bmatrix}$$

$\Xi_{i+1}^{\mathrm{T}} = [0_1 \cdots 0_{l+2} \quad n_2 A_i X \quad 0_1 \quad \cdots \quad 0_i],\ M_i = -\tau_i^{-1} Q_i,\ i = 1, \cdots, l$

$\Xi_{l+i+1}^{\mathrm{T}} = [0_1 \quad \cdots \quad 0_{l+2} \quad n_2 B_2 U_i \quad 0_1 \quad \cdots \quad 0_{l+i}],\ M_{l+i} = -(\tau_{l+i}^*)^{-1} Q_{l+i},\ i = 1, \cdots, l+2$

$\Xi_{2l+4}^{\mathrm{T}} = [n_2/n_1(CX + DU_1) \quad DU_2 \quad \cdots \quad DU_{l+2} \quad 0_1 \quad \cdots \quad 0_{2l+4}],\ M_{2l+3} = -I_n$

$\Xi_{2l+4+i}^{\mathrm{T}} = [0_1 \quad \cdots \quad 0_i \quad X \quad 0_1 \quad \cdots \quad 0_{3l+6}], M_{2l+3+i} = -\bar{\gamma}(\lambda_{\max}(B_2^{\mathrm{T}} B_2)\alpha_i^2)^{-1} I_n, i = 1, \cdots, l$

$$\tilde{\Sigma}_1 = n_2/n_1(A + \sum_{i=1}^{l} A_i)X + n_2/n_1 \sum_{i=1}^{l+2} B_2 U_i + n_2/n_1 X(A + \sum_{i=1}^{l} A_i)^{\mathrm{T}} + n_2/n_1 \sum_{i=1}^{l+2} (B_2 U_i)^{\mathrm{T}} + \sum_{i=1}^{l} \tau_i Q_i + \sum_{i=l+1}^{2l+2} \tau_i^* Q_i + (n_2/n_1)^2 \sum_{i=1}^{l+1} \bar{S}_i + l\bar{\gamma}$$

$$\tilde{\Sigma}_2 = n_2/n_1(n_2 - n_1)X + n_2/n_1 X(A + \sum_{i=1}^{l} A_i)^{\mathrm{T}} + n_2/n_1 \sum_{i=1}^{l+2} (B_2 U_i)^{\mathrm{T}} + \sum_{i=1}^{l} \tau_i Q_i + \sum_{i=l+1}^{2l+2} \tau_i^* Q_i + l\bar{\gamma}$$

$$\tilde{\Sigma}_3 = \sum_{i=1}^{l} \tau_i Q_i + \sum_{i=l+1}^{2l+2} \tau_i^* Q_i - 2n_2 X + l\bar{\gamma}, U_i = K_i X,\ i = 1, \cdots, l+2, \bar{S}_i = X S_i X, \tau_{l+1+i}^* = \tau_{l+1}^* + \tau_i,$$

$i = 1, \cdots, l$. 根据以上推导可得

定理 1. 对于带未知输入时滞参数 τ_{l+1} 的非线性时滞系统 (1), 如果存在矩阵 U_i, $i = 1, \cdots, l+2$, 正定矩阵 X, Q_i, $i = 1, \cdots, 2l+2$, $\bar{S}_i$, $i = 1, \cdots, l+1$, 及正常数 $\bar{\gamma}$ 、n_1 、n_2, 使得线性矩阵不等式 (11) 成立，对 τ_{l+1} 的自适应律可取为

$$\dot{\hat{\tau}}_{l+1} = -\frac{1}{\gamma} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1})^{\mathrm{T}} P_2 Q_{2l+2} P_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1}) \tag{12}$$

选定的常数使得 τ_{l+1} 的估计值 $\hat{\tau}_{l+1}(t)$ 满足 $\tau_{l+1}^* \geqslant \hat{\tau}_{l+1}(t) \geqslant \tau_{l+1} \geqslant \tau_{l+1*}$, $\forall t \geqslant 0$, 则线性时滞系统 (1) 是可镇定的，且 H^∞ 性能指标小于给定的界 m. 控制器取为 (2), 反馈增益矩阵为：

$$K_j = U_j X^{-1}, \quad j = 1, \cdots, l+2$$

证明. 可以看出，若取自适应律式 (12), 且当式 $\Xi < 0$ 成立时系统是可镇定的，进一步，当 $\boldsymbol{w}(t) = 0$ 时，有 $\dot{V}(t) = \dot{V}(\boldsymbol{x}_t, 0) < 0$, 这时时滞系统 (1) 内部是渐近稳定的. 可以看出，如果存在矩阵 $U_i, i = 1, \cdots, l+2$, 正定矩阵 X, Q_i, $i = 1, \cdots, 2l+2$, $\bar{S}_i$, $i = 1, \cdots, l+1$, 及正常数 $\bar{\gamma}$ 、n_1 、 n_2, 使得式 (11) 成立，且对 τ_{l+1} 的自适应律可取为式 (12) 时则 $\widehat{\Xi} < 0$, 线性时滞系统 (1) 是可镇定的 (由 Schur 补引理可知 $\tilde{\Xi} < 0$ 包含着 $\Xi < 0$ 的解), 且 H^∞ 性能指标小于给定的界 m. 用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱可算得矩阵 U_i, 正定矩阵 X, 即可算得 $K_i = U_i X^{-1}$, $i = 1, \cdots, l+2$, $P = X^{-1} = n_2/n_1 P_1 = n_2 P_2$, 由 $\bar{S}_i = X S_i X$ 可得 $S_i = P \bar{S}_i P$, $i = 1, \cdots, l+1$. 根据以上推导可以看出余下只需证明 $\gamma > 0$ 的存在性.

如果闭环系统 (5) 是内部稳定的，则根据 $\boldsymbol{x}(t) \to 0$, $(t \to \infty)$ 以及 (12) 可得 $\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t) \to 0 (t \to \infty)$ 也即当系统稳定 $\hat{\tau}_{l+1}(t)$ 变化率趋于零，且由 (12) 可知 $\dot{\hat{\tau}}_{l+1}(t) \leqslant 0$, 因此 $\hat{\tau}_{l+1}(t)$ 一直下降直至系统稳定，此时其值也达到稳态值，也即 $\lim_{t \to \infty} \hat{\tau}_{l+1}(t) = \tau_\infty$ 存在以及

$$\tau_\infty = \hat{\tau}_{l+1}(0) - \frac{1}{\gamma} \int_0^{+\infty} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1})^{\mathrm{T}} P_2 Q_{2l+2} P_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1}) \mathrm{d}t = \hat{\tau}_{l+1}(0) - \frac{1}{\gamma} N(\phi) \tag{13}$$

因为 $\boldsymbol{x}(t) \to 0$, $\dot{\boldsymbol{x}} \to 0 (t \to \infty)$, 故由 (4) 可知存在正常数 $\bar{M}$, λ, 使 $\|\boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1})\|^2 < \bar{M} e^{-\lambda t}$, $\forall t \geqslant 0$, $\bar{M}$ 是由系统参数确定的常数且与系统的初始函数 ϕ 的选取有关，故可得

$$N(\phi) = \int_0^{+\infty} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1})^{\mathrm{T}} P_2 Q_{2l+2} P_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t + \tau_{l+1}) \mathrm{d}t \leqslant \lambda_{\max}(P_2 Q_{2l+2} P_2^{\mathrm{T}}) \frac{\bar{M}}{\lambda} \tag{14}$$

因此 $N(\phi)$ 就是可估计的. 由 (13) 如果选取 $\gamma^{-1}\leqslant \max\limits_{\varphi\in C_R[-\tau,0]}\{(\hat\tau_{l+1}(0)-\tau_{l+1})/N(\phi)\}$, 则有 $\tau_\infty\geqslant\tau_{l+1}>0$(而 $\hat\tau_{l+1}(t)$ 始终下降，因此 $\hat\tau_{l+1}(t)>0$). 这就表明正常数 $\gamma>0$ 是存在的，且可以从给定的系统及定义在有界集合上的初始函数来进行估计. □

注 1. 由于 $\boldsymbol{z}$ 是 $\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})$ 之前的项，因此 $\boldsymbol{z}(t+\tau_{l+1})$ 是可测量的，此外在对未知参数 τ_{l+1} 引入自适应律时，前面假设 $\hat\tau_{l+1}(t)\geqslant\tau_{l+1}$, 尽管 τ_{l+1} 未知但在实际应用中可以先令 $\hat\tau_{l+1}(0)=\tau^*_{l+1}$, 在正常数 $\gamma>0$ 的选取中有 $\gamma^{-1}\leqslant\max\limits_{\varphi\in C_R[-\tau,0]}\{(\hat\tau_{l+1}(0)-\tau_{l+1})/N(\phi)\}$, 但 τ_{l+1} 是未知的，而 $\{(\hat\tau_{l+1}(0)-\tau_{l+1})/N(\phi)\}\leqslant\{(\hat\tau_{l+1}(0)-\tau_{l+1*})/N(\phi)\}$, 因此在求 γ 的估计值时可以取 $\gamma^{-1}=\max\limits_{\varphi\in C_R[-\tau,0]}\{(\hat\tau_{l+1}(0)-\tau_{l+1*})/N(\phi)\}$. 因此自适应律 (12) 是可实现的.

注 2. 在求解矩阵不等式 (11) 时，为简单起见，可令 $n_1=1$(或其它正值), 而用搜索法求解 n_2: 即对 n_2 设一初值，每经过一微小变化 (如 0.01 为一间隔变化), 直至 LMI(11) 有可行解为止.

当非线性环节包含未知参数 τ_{l+1} 的部分时，即系统状态方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{l}A_i\boldsymbol{x}(t-\tau_i)+\sum\limits_{j=1}^{l+1}G_j(\boldsymbol{x}(t-\tau_j),t)+B_2\boldsymbol{u}(t-\tau_{l+1})+B_1\boldsymbol{w}(t)\\ \bar{\boldsymbol{z}}(t)=C\boldsymbol{x}(t)+D\boldsymbol{u}(t)\\ \boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\phi}(t),\ \forall t\in[-\tau,0],\ \tau=\max\limits_{i=1,\cdots,l+1}\{\tau_i\}\end{cases}\tag{15}$$

如 $G_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}),t)=G_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))$ 即只和 $\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})$ 有关，则 (4) 中 z 变为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}=&B_2K_1\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})+B_2\sum_{i=1}^{l}K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\tau_i)+\\&B_2K_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}-\hat\tau_{l+1}(t-\tau_{l+1}))+G_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))\end{aligned}$$

此时 (8) 中可取 $T^{-1}_{l+1}=\tilde\gamma(\hat\tau_{l+1}(t-\tau_{l+1})-\tau_{l+1})I_n$, 其中 $\tilde\gamma$ 为一正常数， (9) 中的系数为 $l\bar\gamma$ 的部分再加上系数为 $[\tilde\gamma(\hat\tau_{l+1}(t-\tau_{l+1})-\tau_{l+1})]^{-1}$ 的相应部分 (在 (11) 中放大为 $(\tilde\gamma\underline{\tau}_{l+1})^{-1}$), 这样 (12) 中加上 $-\dfrac{\tilde\gamma}{\gamma}\|G_{l+1}(x(t))\|^2$, 即可以少放大一次非线性项，其余证明过程与定理 1 一样.

如 $G_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}),t)$ 还和当前时刻 t 有关，则 (4) 中 z 不变，此外，(8) 也多一项

$$\begin{aligned}G^{\mathrm T}_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))G_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))=\boldsymbol{\delta}_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))^{\mathrm T}B_2^{\mathrm T}B_2\boldsymbol{\delta}_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1}))\leqslant\\ \lambda_{\max}(B_2^{\mathrm T}B_2)\|\boldsymbol{\delta}_{l+1}(\boldsymbol{x}(t-\tau_j))\|^2\leqslant\lambda_{\max}(B_2^{\mathrm T}B_2)\alpha^2_{l+1}\|\boldsymbol{x}(t-\tau_{l+1})\|^2\end{aligned}$$

因此式 (9) 中的 $\bar V=V+\sum\limits_{i=1}^{l+1}\int_{t-\tau_i}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(s)S_i\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\hat\tau_{l+1}(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(s)S_{l+2}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$ 相应 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}=[\boldsymbol{x}^{\mathrm T}\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-\tau_1)\quad\cdots\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-\tau_{l+1})\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-\hat\tau_{l+1}(t))\quad\boldsymbol{y}^{\mathrm T}\quad\boldsymbol{w}^{\mathrm T}]$, 由定理 1 可得

推论 1. 对于系统 (15), 定理 1 仍然成立，除了 $\bar S_i$ 的个数增加至 $l+2$, 最后要求的线性矩阵不等式由 (11) 变为

$$\varGamma=\begin{bmatrix}\breve{\varXi}&\varGamma_1\\ \varGamma_1^{\mathrm T}&\varGamma_2\end{bmatrix}<0\tag{16}$$

其中 $\varGamma_2=-\bar\gamma(\lambda_{\max}(B_2^{\mathrm T}B_2)\alpha^2_{l+1})\bullet I_n$, $\breve{\varXi}$ 中的 $\bar\varXi_1$ 增加对应于 $\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-\tau_{l+1})$ 的一维，$\varGamma_1^{\mathrm T}=[0_1\quad\cdots\quad 0_{l+1}\quad X\quad 0_1\quad\cdots\quad 0_{3l+6}]$, 其余证明过程与定理 1 的一样，这里不再赘述.

注 3. 当状态时知参数 $\tau_i,\ i=1,\cdots,l$ 未知而输入时滞常数 τ_{l+1} 已知时，状态反馈控制器应为 $\boldsymbol{u}=K_1\boldsymbol{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{l}K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\hat{\tau}_i)$. 当状态时知参数 $\tau_i,\ i=1,\cdots,l$ 和输入时滞常数 τ_{l+1} 均未知时，状态反馈控制器应为 $\boldsymbol{u}=K_1\boldsymbol{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{l}K_{i+1}\boldsymbol{x}(t-\hat{\tau}_i)+K_{l+2}\boldsymbol{x}(t-\hat{\tau}_{l+1})$. 这时要采用多参数的自适应律，而本文又加入了非线性环节，如 (3) 中定义的非线性项的上界未知，情况将更加复杂. [9] 中对一类不确定多时滞非线性系统进行了对非线性项的上界的自适应 H^∞ 控制的研究，但采用的是传统的 Lyapunov-Krasovskii 函数，而且要对系统矩阵 A 的进行分解，结果有一定保守性，关于这方面进一步的研究将在其他文章中进行.

4 仿真实例

考虑与 (1) 相符的时滞系统. 其中 $l=1$, τ_2 未知，$\tau_1=0.4$, $A=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$, $A_1=\begin{bmatrix}-1&-1\\0&-0.9\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}0.2\\0.2\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}0\\0.1\end{bmatrix}$, $\tau_2=0.8$, $\tau_2^*=0.999$, $\tau_{2*}=0.6$, $C=[0\quad 1]$, $D=0.1$, $G(\boldsymbol{x}(t-\tau_1))=\sqrt{|\boldsymbol{x}_1(t-\tau_1)\boldsymbol{x}_2(t-\tau_1)|}\leqslant B_2{\bullet}0.4472\|\boldsymbol{x}(t-\tau_1)\|$, 取 $m=1.6$, 把这些数据代入 LMI(12), 令 $n_1=1$, $n_2=0.1$ 按小间隔变化 (0.01) 直到 LMI(11) 有可行解：

$$P=\begin{bmatrix}0.1301&0.0130\\0.0130&2.1896\end{bmatrix},\ \boldsymbol{K}_1=[0.0181\quad -5.3367],\ \boldsymbol{K}_2=[-0.0002\quad -0.0017]$$

$$K_3=1.0e-003*[-0.0417\quad -6755],\ \bar{\gamma}=0.0167,\ Q_4=\begin{bmatrix}0.0220&0.0003\\0.0003&0.0001\end{bmatrix}$$

此时 $n_2=0.71$. 取 $\hat{\tau}_2(0)=\tau_2^*=0.999$, $\begin{bmatrix}\phi_1(t)\\\phi_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\sin[4\pi(t-\tau)/\tau]\\-3\cos[4\pi(t-\tau)/\tau]\end{bmatrix}$, 可得 $\bar{M}=\|z\|_{t=0}=\|\dot{x}-y\|_{t=0}=1.2222$, 取 $\lambda=0.0729$, 则由 (14) 可估算出 $N(\phi)=0.0156$, 因此可取 $\gamma^{-1}=\max\limits_{\varphi\in C_R[-\tau,0]}\{(\hat{\tau}_2(0)-\tau_{2*})/N(\phi)\}=25.5754$ 即 $\gamma=0.0391$. 仿真所得系统状态 $x(t)$ 和参数估计 $\hat{\tau}_2(t)$ 分别见图 1(a) 、(b).

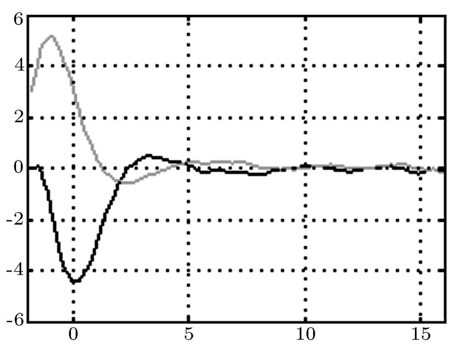

图 1 (a) 系统状态

Fig. 1 (a) State of the system

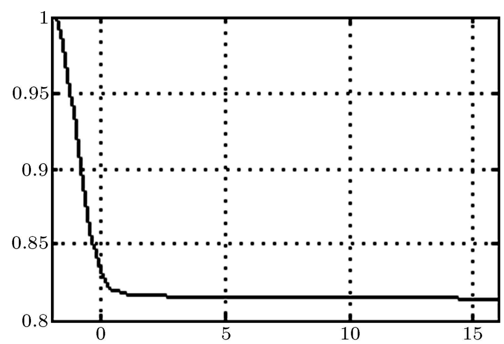

图 1 (b) 未知时滞参数估计

Fig. 1 (b) Estimate of the unknown delay parameter

从图中可清晰看出系统状态在本文所设计的自适应 H^∞ 控制律作用下最终能很好的收敛，τ_2 的估计值 $\hat{\tau}_2(t)$ 从 τ_2^* 单调下降，并能使 $\tau_2(\infty)\geqslant\tau_2$.

5　结语

本文针对一类输入时滞参数不确定的非线性时滞系统，利用 [5] 中提出的一种基于 "Descriptor form" 的 Lyapunov-Krasovskii 泛函和依赖于时滞的线性矩阵不等式 (LMI) 方法，得到了闭环系统稳定且满足 H^∞ 性能指标的充分条件，制定了对未知时滞参数的自适应律.

References

1 Jiang X F, Fei S M, Feng C B. An type of H^∞ control for linear time-delay system: An LMI approach. *Journal of Anqing Teachers College* (*Natural Science*), 1999, **5**(1): 8~11

2 Jiang X F, Fei S M, Feng C B. The H^∞ control of linear time-delay systems. *Control and Decision*, 1999, **14**(6): 712~715

3 Jiang X F, XU W L. Delay-dependent robust H^∞ feedback control for uncertain systems with input delay. *Journal of Tsinghua University* (*Sci & Tech*), 2003, **43**(7): 912~915

4 Jiang X F, Fei S M, Feng C B. Delay-dependent feedback control for linear time-delay system with input delay. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(1): 109~114

5 Fridman E. New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems. *Systems and Control Letters*, 2001, **43**: 309~319

6 Petersen I R, Hollot Christopher V. A Riccati equation to the stabilization of uncertain linear systems. *Automatica*, 1986, **22**(4): 397~411

7 Jiang X F, Fei S M, Feng C B. Adaptive control for linear delay systems to aim directly at delay parameter. *Control Theory and Application*, 2001, **18**(5): 686~690

8 Jiang X F, Fei S M, Feng C B. Memory feedback control for linear time-delay system with adaptation to delay parameter. *Control Theory and Application*, 2002, **19**(5): 704~707

9 Jia Q L, He C A. Adaptive H^∞ robust control for a class of uncertain dynamical nonlinear systems with multiple time delay. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2002, **20**(4): 532~535

10 Shin Kanno, Gan Chen, Hiroshi Shibata, Toru Fujinaka. Stabilization of input delayed systems *via* static state-feedback. In: SICE Annual Conference in Fukui, Fukui University, Japan, 2003. 4-6: 162~166

11 Fridman E, Uri Shaked. A descriptor system approach to H^∞ control of linear time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(2): 253~270

12 Fridman E, Uri Shaked. An improved stabilization method for time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(11): 1931~1937

13 Chen W H, Guan Z H, Lu X M. Delay-dependent guaranteed cost control for uncertain discrete-time systems with both state and input delays. *Journal of the Franklin Institute*, 2004, **341**: 419~430

14 Chen W H, Guan Z H, Lu X M, YANG X F. Delay-dependent absolute stability of uncertain Lur′e systems with time-delays. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(2): 235~238

柴　琳　东南大学自动化研究所博士研究生，研究兴趣为：时滞系统控制，自适应控制，H^∞ 控制.

(**CHAI Lin**　Ph. D. candidate in the Research Institute of Automation at Southeast University. Her research interests include control on retarded systems, adaptive control, and H^∞ control.)

费树岷　1997 年在北京航空航天大学获工学博士，现为东南大学自动控制系教授，博士生导师. 研究兴趣为：非线性控制系统设计与综合，鲁棒控制，自适应控制，时滞系统分析与综合.

(**FEI Shu-Min**　Received his Ph. D. degree in math of automation from Beijing University Aeronautics and Astronautics in 1997. Now he is a professor in the Department of Automation at Southeast University. His research interests include control on nonlinear systems, robust control, and adaptive control.)

辛云冰　现为集美大学理学院副教授. 研究兴趣为：非线形控制系统设计与综合，泛函微分方程.

(**XIN Yun-Bing**　Associate professor in the Science College at Jimei University. His research interests include control on nonlinear systems and functional differental equation.)