短文

基于遗传算法的广义 Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统最优参数辨识[1)]

李合生[1,2]　毛剑琴[1]　代冀阳[1]

[1](北京航空航天大学第七研究室　北京　100083)

[2](中国工程物理研究院电子工程研究所　绵阳　621900)

摘　要　针对 Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统的隶属函数不具有自适应性且模糊规则数的确定带有很大的人为主观性，这里引入了一类广义 Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统；在模型实现上，以广义 Takagi-Sugeno 模型为个体，采用简单、有效的矩阵编码方式，借助遗传算法得到一个次优的广义 Takagi-Sugeno 模糊系统模型，该模型不仅能很好地逼近所要辨识的非线性系统，而且还具有较低的复杂度. 仿真结果表明了广义 Takagi-Sugeno 模型及其参数辨识方法的正确性和有效性.

关键词　模糊逻辑系统，遗传算法，矩阵编码，参数辨识

中图分类号　TP273.4

GENERALIZED TAKAGI-SUGENO FUZZY LOGICAL SYSTEM OPTIMAL PARAMETER IDENTIFICATION BASED ON GENETIC ALGORITHM

LI He-Sheng[1,2]　Mao Jian-Qin[1]　Dai Ji-Yang[1]

[1](*The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing*　100083)

[2](*The Institute of Electric Engineering, Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang*　621900)

Abstract　In Takagi-Sugeno fuzzy logical system, its membership functions have no self-adaptability and the number of fuzzy ruels is defined subjectively. In this paper, a generalized Takagi-Sugeno fuzzy logical system model is quoted. In search of optimal parameters of the generalized Takagi-Sugeno model the matrix coding is adopted. The structure of the generalized Takagi-Sugeno model is evolved by GA and the resulting suboptimal solution can be found quickly, which has lower complexity and approximates to a nonliner system very well. The validity of this method has been demonstrated by a numerical simulation.

Key words　Fuzzy logical system, genetic algorithm, matrix coding, parameter iden-

1) 北京市自然科学基金(4992007)资助

收稿日期　2000-03-22　　收修改稿日期　2001-11-08

tification

1 研究背景

Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统(以下简称 T-S 系统)目前在很多领域得到应用. 对于具有 n 输入单输出、模糊规则数为 M 的 T-S 系统,模糊控制规则具有如下特殊形式[1]

$$R^l\text{: if } x_1 \text{ is } F_1^l,\ x_2 \text{ is } F_2^l,\ \cdots,\ x_n \text{ is } F_n^l \text{ then } y^l = C_0^l + C_1^l x_1 + \cdots + C_n^l x_n$$

其中 $F_i^l(l=1,2,\cdots,M;i=1,2,\cdots,n)$为模糊集合;$C_i^l(l=1,2,\cdots,M;\ i=0,1,2,\cdots,n)$为实数;$y^l(l=1,2,\cdots,M)$为系统根据此条规则得出的相应输出,是一实数. 对于输入向量 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$,T-S 系统的输出 y 定义为

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^l \prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i)} \tag{1}$$

T-S 系统模型算法简单,易于工程化,但该模型中具有如下需要进一步研究的问题

1) 参数 $C_i^l(l=1,2,\cdots,M;i=0,1,2,\cdots,n)$的确定以及是否最优;

2) 隶属函数 $\mu_{F_i^l}(x_i)(l=1,2,\cdots,M;i=1,2,\cdots,n)$的确定以及是否具有自适应功能;

3) T-S 模型中模糊规则数 M 的最佳确定,它关系到模型的复杂程度.

这些参数及隶属函数的确定将直接影响 T-S 模型是否具有较好的自适应性去最佳匹配给定的实际模型,并具有任意精度的有效逼近性和较低的模型复杂度. 为此,本文引入了一类广义 Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统(以下简称广义 T-S 系统),即隶属函数全部采用具有变参数自适应的广义高斯隶属函数(详见定义 1);在模型实现上,本文提出一种基于遗传算法的模型最优参数辨识方法,遗传算法的全局优化群体搜索策略特别适于处理传统寻优方法难以解决的复杂非线性寻优问题[2,3].

2 一类广义 T-S 模糊系统

在模糊控制的工程应用中,模糊集合的隶属函数通常取三角型、梯型、高斯型或其它指数型,这些隶属函数的特点是一旦给定为某种类型就不能改变其大致形状,若存在一种参数化隶属函数,通过改变参数便能自适应地逼近以上所提到的各种隶属函数,这对于模糊控制系统将具有重要意义. 下面将引入这样的隶属函数和相应的模糊系统.

定义 1[4]. 函数 $\mu_F(x)$称为一类广义高斯隶属函数,若 $\mu_F(x)$具有如下表达形式

$$\mu_F(x) = \exp\left(-\left|\frac{x-\beta}{\alpha}\right|^{\gamma}\right),\quad \alpha>0,\ \beta\in R,\ \gamma\geqslant 0 \tag{2}$$

若取 $\alpha=1,\beta=0$,并选择合适的 γ 值,广义高斯隶属函数族 $\mu_F(x)=\exp(-|x|^{\gamma})$就可分别近似于三角形、梯形、高斯型等隶属函数;若进一步改变参数 α,β 的值,还可对隶属函数进行平移、压缩或扩展,更能逼近三角形、梯形、高斯型等其它隶属函数,因而广义高斯隶属函数具有自适应性.

定义 2[4]. 一个模糊逻辑系统称为广义 T-S 模糊逻辑系统,若 T-S 系统中的隶属函数

$\mu_{F_i^l}(x)$均采用广义高斯隶属函数族形式，即

$$\mu_{F_i^l}(x)=\exp\left(-\left|\frac{x-\beta_i^l}{\alpha_i^l}\right|^{\gamma_i^l}\right) \tag{3}$$

其中 $\alpha_i^l>0$；$\beta_i^l\in R$；$\gamma_i^l\geqslant 0$；$(l=1,2,\cdots,M;i=1,2,\cdots,n)$. 由式(1)，(3)可导出具有 n 输入单输出，模糊规则数为 M 的广义 T-S 系统的输出为

$$y=\frac{\sum_{l=1}^{M}y^l\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M}\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^l}(x_i)}=\frac{\sum_{l=1}^{M}y^l\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left|\frac{x_i-\beta_i^l}{\alpha_i^l}\right|^{\gamma_i^l}\right)}{\sum_{l=1}^{M}\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left|\frac{x_i-\beta_i^l}{\alpha_i^l}\right|^{\gamma_i^l}\right)}=$$

$$\frac{\sum_{l=1}^{M}\left[\left(c_0^l+\sum_{k=1}^{n}c_k^lx_k\right)\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left|\frac{x_i-\beta_i^l}{\alpha_i^l}\right|^{\gamma_i^l}\right)\right]}{\sum_{l=1}^{M}\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left|\frac{x_i-\beta_i^l}{\alpha_i^l}\right|^{\gamma_i^l}\right)} \tag{4}$$

广义 T-S 系统能进行实际建模的充分必要条件是：该系统能以任意精度逼近实际模型，也即是该系统能否具有全局逼近性. 根据 Stone-Weirstrass 定理[5]，可对广义 T-S 模糊系统的全局逼近性理论给出分析证明. 限于篇幅，仅给出如下定理，证明略.

定理 1. 广义 T-S 模糊逻辑系统具有全局逼近性.

3　基于遗传算法的广义 T-S 模糊系统参数辨识

下面讨论利用遗传算法搜索广义 T-S 模糊系统最优参数的方法和步骤.

1）编码：由式(4)知该模型共有$(4n+1)M$ 个变量有待确定，特别是 n，M 较大时，独立变量个数非常大，采用常规二进制编码方式，则一个完整的染色体编码就会过长，将导致遗传算法搜索过程的时间过长. 本文拟对广义 T-S 模型采用二进制编码与实数编码并存的矩阵编码方式. 广义 T-S 模型个体的矩阵编码如图 1 所示：其中第一行为规则 1 的编码，第二行为规则 2 的编码，…，第 M 行为规则 M 的编码；开关参数 $\delta_i(i=1,2,\cdots,M)$为一位二进制编码，当 $\delta_i=1$ 时表示规则 i 存在，当 $\delta_i=0$ 时表示规则 i 不存在；除 $\delta_i(i=1,2,\cdots,M)$外，其余各参数均采用实数编码.

$$\begin{bmatrix}\delta_1 & \alpha_1^1 & \beta_1^1 & \gamma_1^1 & \cdots & \alpha_n^1 & \beta_n^1 & \gamma_n^1 & C_0^1 & C_1^1 & \cdots & C_n^1\\ \delta_2 & \alpha_1^2 & \beta_1^2 & \gamma_1^2 & \cdots & \alpha_n^2 & \beta_n^2 & \gamma_n^2 & C_0^2 & C_1^2 & \cdots & C_n^2\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \delta_M & \alpha_1^M & \beta_1^M & \gamma_1^M & \cdots & \alpha_n^M & \beta_n^M & \gamma_n^M & C_0^M & C_1^M & \cdots & C_n^M\end{bmatrix}$$

图 1　广义 T-S 模型的矩阵编码

2）群体初始化：群体规模是一个重要参数，直接影响遗传优化的最终结果及遗传算法的执行效率[6]. 本文将群体规模取为 40，采用递归循环算法随机产生初始群个体.

3）模型评价：广义 T-S 模型的优劣可从精度和复杂度两方面衡量，模型精度由各样本的累积平方误差 e 刻划，e 越小则精度越高；模型复杂度由模型实际存在的规则数 M_{TS} 来反映，M_{TS} 越小则复杂度越低. 广义 T-S 模型染色体个体适应度可定义为

$$g(T)=\omega_e\times\frac{1}{e}+\omega_M\times\frac{1}{M_{TS}} \tag{5}$$

式中 $g(T)$ 表示广义 T-S 模型个体 T 的适应度；ω_e,ω_M 为权值；规则数 $M_{TS}=\sum_i\delta_i$.

4）复制或选择：采用遗传算法中最常用的适应度比例选择或赌轮选择方法，选择概率为 $p_s=1$，则个体被选中的概率为

$$p(T)=g(T)/\sum_T g(T) \tag{6}$$

5）交叉：个体交叉操作是否进行由交叉概率 ρ_c 决定，一旦要进行交叉，则从当前代群体中随机选取两个广义 T-S 模型个体作为父代，从两父代上随机产生两个相同位置的矩阵子式并相互交换各自的矩阵子式，这样就产生了新的一代，如图 2 所示.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 & \alpha_1^1 & \beta_1^1 & \gamma_1^1 & \alpha_2^1 & \beta_2^1 & \gamma_2^1 & c_0^1 & c_1^1 & c_2^1 \\ \delta_2 & \alpha_1^2 & \beta_1^2 & \gamma_1^2 & \alpha_2^2 & \beta_2^2 & \gamma_2^2 & c_0^2 & c_1^2 & c_2^2 \\ \delta_3 & \alpha_1^3 & \beta_1^3 & \gamma_1^3 & \alpha_2^3 & \beta_2^3 & \gamma_2^3 & c_0^3 & c_1^3 & c_2^3 \\ \delta_4 & \alpha_1^4 & \beta_1^4 & \gamma_1^4 & \alpha_2^4 & \beta_2^4 & \gamma_2^4 & c_0^4 & c_1^4 & c_2^4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde\delta_1 & \tilde\alpha_1^1 & \tilde\beta_1^1 & \tilde\gamma_1^1 & \tilde\alpha_2^1 & \tilde\beta_2^1 & \tilde\gamma_2^1 & \tilde c_0^1 & \tilde c_1^1 & \tilde c_2^1 \\ \tilde\delta_2 & \tilde\alpha_1^2 & \tilde\beta_1^2 & \tilde\gamma_1^2 & \tilde\alpha_2^2 & \tilde\beta_2^2 & \tilde\gamma_2^2 & \tilde c_0^2 & \tilde c_1^2 & \tilde c_2^2 \\ \tilde\delta_3 & \tilde\alpha_1^3 & \tilde\beta_1^3 & \tilde\gamma_1^3 & \tilde\alpha_2^3 & \tilde\beta_2^3 & \tilde\gamma_2^3 & \tilde c_0^3 & \tilde c_1^3 & \tilde c_2^3 \\ \tilde\delta_4 & \tilde\alpha_1^4 & \tilde\beta_1^4 & \tilde\gamma_1^4 & \tilde\alpha_2^4 & \tilde\beta_2^4 & \tilde\gamma_2^4 & \tilde c_0^4 & \tilde c_1^4 & \tilde c_2^4 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} \delta_1 & \alpha_1^1 & \beta_1^1 & \gamma_1^1 & \alpha_2^1 & \beta_2^1 & \gamma_2^1 & c_0^1 & c_1^1 & c_2^1 \\ \delta_2 & \alpha_1^2 & \beta_1^2 & \gamma_1^2 & \alpha_2^2 & \tilde\beta_2^2 & \tilde\gamma_2^2 & \tilde c_0^2 & c_1^2 & c_2^2 \\ \delta_3 & \alpha_1^3 & \beta_1^3 & \gamma_1^3 & \alpha_2^3 & \tilde\beta_2^3 & \tilde\gamma_2^3 & \tilde c_0^3 & c_1^3 & c_2^3 \\ \delta_4 & \alpha_1^4 & \beta_1^4 & \gamma_1^4 & \alpha_2^4 & \beta_2^4 & \gamma_2^4 & c_0^4 & c_1^4 & c_2^4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde\delta_1 & \tilde\alpha_1^1 & \tilde\beta_1^1 & \tilde\gamma_1^1 & \tilde\alpha_2^1 & \tilde\beta_2^1 & \tilde\gamma_2^1 & \tilde c_0^1 & \tilde c_1^1 & \tilde c_2^1 \\ \tilde\delta_2 & \tilde\alpha_1^2 & \tilde\beta_1^2 & \tilde\gamma_1^2 & \tilde\alpha_2^2 & \beta_2^2 & \gamma_2^2 & c_0^2 & \tilde c_1^2 & \tilde c_2^2 \\ \tilde\delta_3 & \tilde\alpha_1^3 & \tilde\beta_1^3 & \tilde\gamma_1^3 & \tilde\alpha_2^3 & \beta_2^3 & \gamma_2^3 & c_0^3 & \tilde c_1^3 & \tilde c_2^3 \\ \tilde\delta_4 & \tilde\alpha_1^4 & \tilde\beta_1^4 & \tilde\gamma_1^4 & \tilde\alpha_2^4 & \tilde\beta_2^4 & \tilde\gamma_2^4 & \tilde c_0^4 & \tilde c_1^4 & \tilde c_2^4 \end{bmatrix}$$

图 2　仅以 $n=2,M=4$ 为例的广义 T-S 模型个体进行交叉操作的示意图

6）变异：个体是否变异由变异概率 p_m 决定，本文采用自适应多点变异. 通过蒙特卡罗实验，得到合理的变异因子 a_m 的范围是 0.5～1.0. 变异模型如下

Ⅰ）对于二进制编码 $\delta_i(i=1,2,\cdots,M)$：在满足变异概率 p_m 前提下

$$1\rightarrow 0 \text{ 或 } 0\rightarrow 1 \tag{7}$$

Ⅱ）对于实数编码 x_k：在满足变异概率 p_m 前提下

$$\tilde{x}_k=x_k+(p_k-0.5)E(a_{\max}^{\mathrm{T}})a_m \tag{8}$$

其中 x_i 是染色体中的实数编码，即 x_k 为 $C_i^l,\alpha_i^l,\beta_i^l,r_i^l$；$\tilde{x}_k$ 是 x_k 的相应变异；随机数 $p_k\in[0,1]$；$E(a_{\max}^{\mathrm{T}})$ 为第 T 代群体中具有最大适应度的最佳个体所对应的累积平方误差；a_m 为变异因子.

7）结束条件：当迭代次数超过给定代数或最优个体误差低于给定值时，结束算法.

8）系统参数的确定：找出适应度最高个体，该个体各位数值即对应为广义 T-S 模糊系统的最优参数设置. 若 $\delta_i=0$，则表示模型的第 i 条规则不存在；若 $\delta_i=1$，则表示模型的第 i

条规则存在；$M_{TS}=\sum_i \delta_i$ 表示广义 T-S 模型的最优规则数.

4　仿真算例

仿真实验采用文献[2]给出的一个例题，即考虑两输入单输出的高度非线性静态系统

$$y = x_1 e^{-(x_1^2+x_2^2)}, \quad -2 \leqslant x_1,\ x_2 \leqslant 2 \tag{9}$$

仿真实验中，在输入空间内产生 100 对独立均匀分布的随机数$\{(x_1(k), x_2(k)),\ k=1, 2, \cdots, 100\}$，加上它们的函数值 y 构成训练样本集. 仿真实验中遗传算法各参数的选取为：群体规模 $N=40$；选择概率 $p_s=1$；交叉概率 $p_c=0.77$；变异概率 $p_m=0.01$；适应度权值 $\omega_e=1$；适应度权值 $\omega_M=10$；变异因子 $a_m=0.65$.

遗传算法寻优过程总共进行 200 代，每一代最佳个体适应度随演化代数变化的曲线如图 3 所示. 在整个搜索过程中，第 146 代出现最大适应度，即 $g_{\max}=g(146)=39.6614$，第 146 代后的每代最佳个体之间差别不大，故将第 146 代中的最佳个体作为最优广义 T-S 模型，对应的参数即为广义 T-S 模型的最优参数辨识结果，$M_{TS}=\sum_i \delta_i=4$，即采用 4 条模糊规则，将该模型估计(9)式中非线性函数的误差曲线如图 4 所示，最大误差为

$$\max_{1\leq k\leq 100}\{|\hat{y}_{TS}(k)-y(k)|\}=0.04023 \tag{10}$$

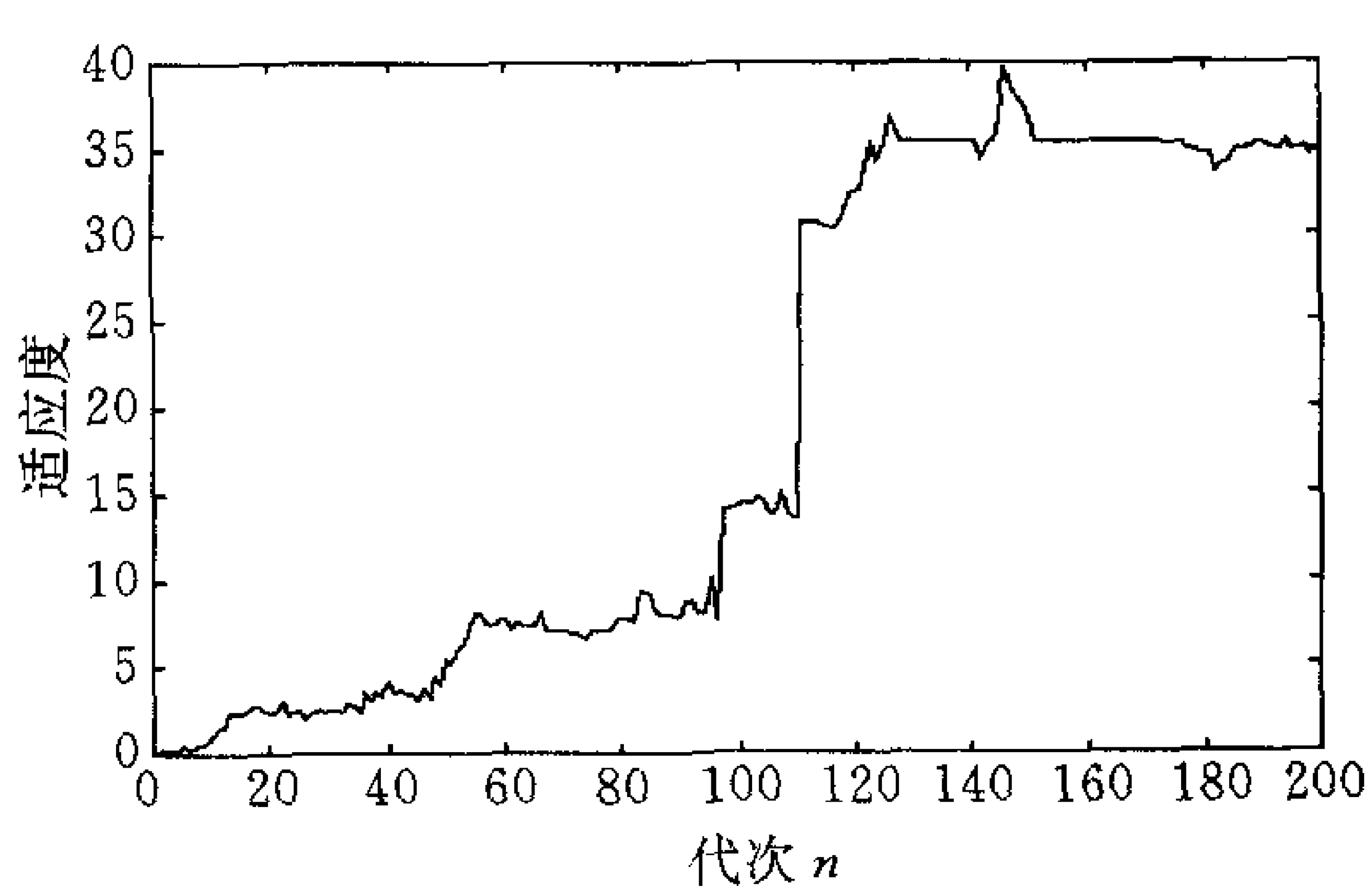

图 3　最佳个体适应度变化曲线

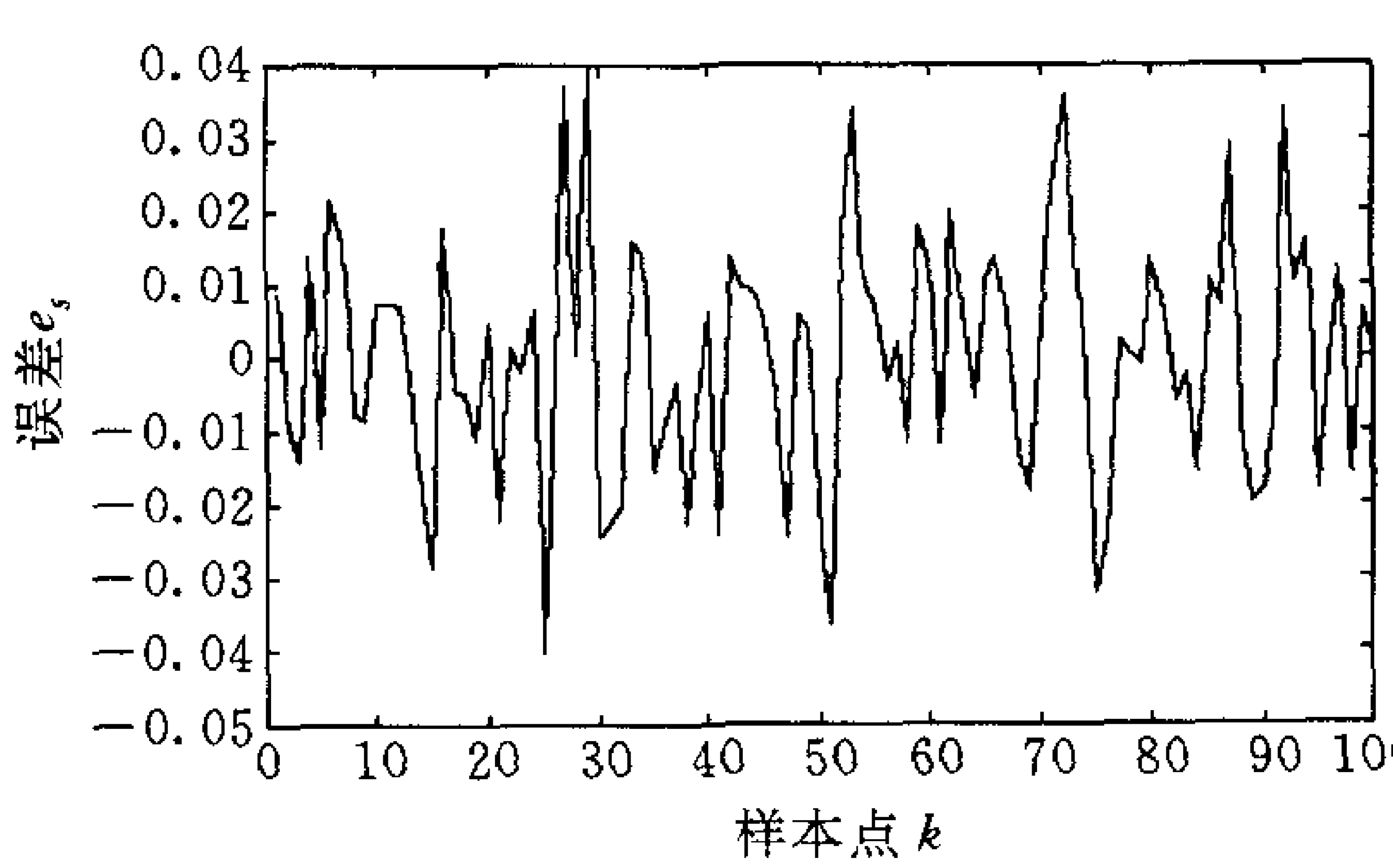

图 4　广义 T-S 模型对非线性函数的估计误差

仿真算例表明，以广义 T-S 模型为个体，采用二进制编码与实数编码并存的矩阵方式，遗传算法在一定代次内能较好地对广义 T-S 模型进行参数辨识. 对同样例子，本文提出的方法与 Tanaka 等人在文献[2]中给出的方法及结果作比较如表 1 所示.

表 1　本文与文献[2]方法及结果比较

方法 \ 属性	输入空间划分	模糊区域（隶属度函数）	GA 编码方式	规则数	精　度（最大误差）
Tanaka 等的方法[2]	按某个变量划分	形状相对固定的梯形函数	LISP 语言中的 S 表达式	22	0.090 3
广义 T-S 模型方法	不同变量的自适应划分	自适应的广义高斯函数	二进制编码与实数编码并存矩阵方式	4	0.040 23

5 结论

本文提出了一种隶属函数形状可调的广义 T-S 模糊逻辑系统，在实际建模中能较好地与实际模型匹配，同时给出了基于遗传算法的广义 T-S 模型的系统参数辨识方法. 算例仿真证实了广义 T-S 模型能通过遗传算法得到进化，在一定代次内得到该模型的一组次优参数，该次优模型不但能以较高精度逼近一个高度非线性系统，而且具有非常低的复杂度，这在工程实现上具有一定的实用价值.

参 考 文 献

1 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, **15**(1):116～132

2 Masahiro Tanaka, Ju Ye, Tetsuzo Tanino. Fuzzy modeling by genetic algorithm with tree-structured individuals. *International Journal of Systems Science*, 1996, **27**(2):261～268

3 Daihee Park Abraham, Kandel & Gideon Langhola. Genetic-based new fuzzy reasoning models with application to fuzzy control. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, **24**(1):39～47

4 王士同. 模糊系统、模糊神经网络及应用程序设计. 上海：上海科学技术文献出版社

5 Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. New York: McGraw-Hill. Inc., 1976

6 陈国良，王煦法，庄镇泉，王东生. 遗传算法及其应用. 北京：人民邮电出版社，1996

李合生 雷达信号处理工程师，1997 年于西南交通大学获得硕士学位，现为北京航空航天大学博士研究生. 主要研究领域为智能化辨识与建模、小波变换理论、大地回波信号分析与检测.

毛剑琴 博士、教授、博士生导师、中国自动化学会理事、IEEE 控制系统学会北京分会主席. 研究领域是控制理论与控制工程、智能控制及应用、鲁棒控制及应用、智能化辨识与建模、控制系统的计算机辅助设计等.

代冀阳 南昌航空工业学院讲师，现为北京航空航天大学博士研究生. 主要研究领域是鲁棒控制理论及其在直升机飞行控制中的应用、智能控制、遗传算法及其在自动控制系统中的应用.