

滤波器组合设计与参数优化¹⁾

张良仪 吴敏金

(华东师范大学华大集团科技部 上海 200062)

(E-mail: mjwu@citiz.net)

摘 要 综合考察了信号的分析与综合系统,即滤波器组合;从分解与合成滤波器组合系统构成及其时域和变换域特性出发,对滤波器组合加以分类,导出有限基上滤波器组合设计的迭代算法;并给出不同类型的滤波器组合的参数优化方法,扩展了 Daubechies 与 Antonini 的滤波器系列,供信号处理的各种场合选择使用.

关键词 滤波器组合,滤波参数优化

中图分类号 TN919.3

DESIGN OF FILTER BANK AND PARAMETER OPTIMIZATION

ZHANG Liang-Yi WU Min-Jin

(Department of Science and Technology Development, HuaDa Group(Co.))

East China Normal University, Shanghai 200062)

(E-mail: mjwu@citiz.net)

Abstract In this paper, the analysis and synthetic system of signals, i. e. , filter bank system, are investigated completely. From the construction of the filter bank system and its features in time-domain and frequency-domain, we classify filter banks, propose the iterative algorithms of filter bank design on finite base, and give the parameter optimization methods for various kinds of filter banks. The filter series of I. Daubechies and M. Antonini are extended for signal processing and application.

Key words Filter bank, parameter optimization of filters

1 引言

无论是子带编码,还是小波变换,都涉及一族分解与合成滤波器.它们相互配合,相互制约,构成了信号的分解与合成系统.在无失真传输条件下,实现信号的完全重构.滤波器组合业已成功地应用到信号处理、语音压缩与图象变换等许多领域^[1].特别是 Daubechies 的共轭滤波器系列^[2]与 Antonini 的不等长双正交小波滤波器^[3],应用更为方便,在小波的实际

1) 国家自然科学基金(69372032)资助

收稿日期 2000-03-29 收修改稿日期 2000-11-20

应用中发挥重要作用. 然而, Daubechies 与 Antonini 的滤波器系列都是从小波变换^[4]角度导出, 推导颇费周折, 过程较复杂^[5]; 而且, Daubechies 共轭滤波器欠对称性, 无线性相位; Antonini 双正交小波滤波器缺正则性, 信号分解功率不守恒, 难以满足实际需要. 对此, 本文将从分解与合成滤波器组合系统的构成和意义出发, 对非奇异匹配的分解与合成滤波器组合加以系统考察与分类, 给出其不同类型滤波器组合的时域和频域特性; 导出有限基上的滤波器组合设计的迭代解法; 提出基于功率谱的零导数阶数的参数优化方法, 扩展 Daubechies 与 Antonini 的滤波器组合系列, 供信号处理的各种实际应用. 最后, 对不同的分解与合成滤波器组合应用于 EGG (Eletrogastrogram) 信号处理与分析的实例加以扼要说明与比较.

2 非奇异的分解与合成滤波器组合的构成、性质与分类

双通道的分解与合成滤波器组合系统构成如图 1 所示 (多通道滤波器组合见文献 [6, 7]). 系统由分解部分与合成部分组成. 分解部分由分解滤波器 $H(Z), G(Z)$ 与两个 2:1 采样器所构成, 而合成部分则由合成滤波器 $\tilde{H}(Z), \tilde{G}(Z)$ 与两个 1:2 插值器所构成. 图 1 中的 P 是对两个分解序列 $y_n^{(0)}, y_n^{(1)}$ 的传输或处理, 其中 h_n, \tilde{h}_n 与 g_n, \tilde{g}_n 分别为低通滤波器 $H(Z), \tilde{H}(Z)$ 与高通滤波器 $G(Z), \tilde{G}(Z)$ 的脉冲响应序列.

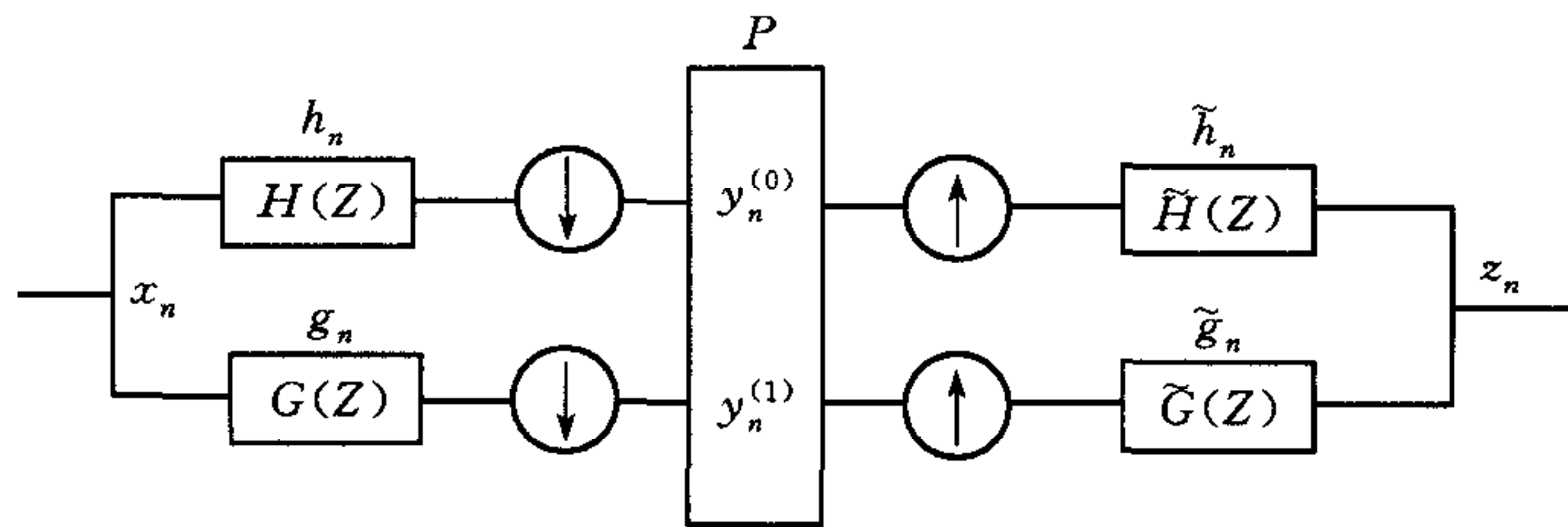


图 1 双通道的分解与合成滤波器组合系统

在无失真传输条件下, 匹配的滤波器组合系统 ($x_n = z_n$) 满足其完全重构方程如下^[6]

$$1) \text{ 频域形式: } \begin{cases} H(Z)\tilde{H}(Z) + G(Z)\tilde{G}(Z) = 2 \\ H(-Z)\tilde{H}(Z) + G(-Z)\tilde{G}(Z) = 0 \end{cases}, \quad |Z| = 1 \quad (1)$$

$$2) \text{ 时域形式: } \begin{cases} h_n * \tilde{h}_n + g_n * \tilde{g}_n = 2\delta_n \\ (-1)^n h_n * \tilde{h}_n + (-1)^n g_n * \tilde{g}_n = 0 \end{cases} \quad (2)$$

在方程组 (1) 中, 令 $\tilde{H}(Z)$ 与 $\tilde{G}(Z)$ 的系数行列式为

$$\Delta(Z) = H(Z)G(-Z) - G(Z)H(-Z) \quad (3)$$

如果 $\Delta(Z)$ 在 $|Z|=1$ 上解析且无零点, 那么称此滤波器组合为非奇异滤波器组合系统. 本文讨论限于非奇异滤波器组合. $\Delta(Z) = -\Delta(-Z)$, 其罗朗级数展开仅包含奇数项, 可表示为

$$\Delta(Z) = 2f(Z^2)/Z \quad (f(Z) \text{ 在 } |Z|=1 \text{ 上也解析且无零点}) \quad (4)$$

而合成滤波器可由分解滤波器唯一地加以确定

$$\tilde{H}(Z) = Z \cdot G(-Z)/f(Z^2), \quad \tilde{G}(Z) = -Z \cdot H(-Z)/f(Z^2) \quad (5)$$

非奇异滤波器组合系统的完全重构方程可由低通滤波器 $H(Z), \tilde{H}(Z)$ (或高通滤波器 $G(Z), \tilde{G}(Z)$) 来表示, 形式更简单, 使用更方便. 其时频域形式分别如下

$$\begin{cases} H(Z)\tilde{H}(Z) + H(-Z)\tilde{H}(-Z) = 2 \\ G(Z) = -Z^{-1}\tilde{H}(-Z)f(Z^2), \quad \tilde{G}(Z) = -ZH(-Z)/f(Z^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} = \delta_k \\ g_n = (-1)^n \sum_k \tilde{h}_{n-2k-1} f_k, \quad \tilde{g}_n = (-1)^n \sum_k h_{n-2k+1} \tilde{f}_k, \quad (f_k \cdot \tilde{f}_k = \delta_k) \end{cases} \quad (7)$$

其中 f_k 与 \tilde{f}_k 互为反信号($f(Z)$ 与 $\tilde{f}(Z)$ 互为倒数)^[8].

显然,全面完整地求解完全重构方程既无必要也不可能.对分解滤波器与合成滤波器稍加限制,可得不同类别的滤波器组合:如规范型、正规型、共轭型、正交镜像型与正规共轭(正交镜像)型等滤波器组合.其约束条件及完全重构方程的时域形式分别列于表 1. 各类非奇异匹配滤波器组合的相互关系如图 2 所示.

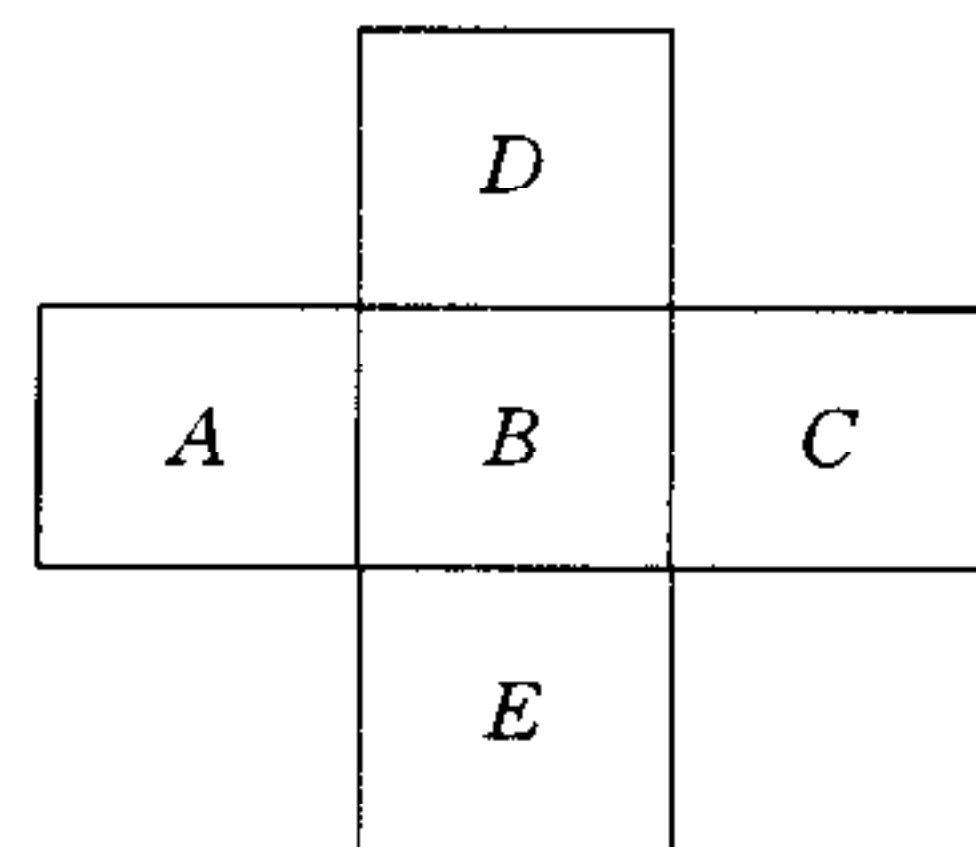


图 2 各类非奇异匹配滤波器组合的相互关系

注. $A+B+C+E$:规范型; $A+B$:正规型; $B+C$:共轭型; $D+B$:正交镜像型; B :正规共轭(正交镜像)型.

表 1 各类非奇异滤波器组合的约束条件及其完全重构方程的时域形式

类型	约束条件(在 $ Z =1$)	完全重构方程的时域形式
规范型	$f(Z)$ 满足模归一的规范条件: $ f(Z) ^2=1$; 即 $f_k \cdot \tilde{f}_{-k} = \delta_k$	$\sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} = \delta_k$ $g_n = (-1)^n \sum_k \tilde{h}_{n-2k-1} f_k, \quad \tilde{g}_n = (-1)^n \sum_k h_{n+2k+1} \tilde{f}_k$
正规型	$f(Z)$ 为单项式: $f(Z) = Z^{-l}$, 即 $f_k = \delta_{k-l}$	$\sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} = \delta_k$ $g_n = (-1)^n \tilde{h}_{n-d}, \quad \tilde{g}_n = (-1)^n h_{n+d}, \quad d=2l+1$
共轭型	分解滤波器与合成滤波器互为共轭: $\tilde{H}(Z) = \overline{H(Z)}, \quad \tilde{G}(Z) = \overline{G(Z)}$	$\sum_i h_i h_{i+2k} = \delta_k$ $g_n = (-1)^n \sum_k h_{1+2k-n} f_k, \quad (f_n \cdot \tilde{f}_{-n} = \delta_n)$ $\tilde{g}_n = g_{-n}, \quad \tilde{h}_n = h_{-n}$
正交镜像型	分解滤波器与合成滤波器分别满足正交镜像条件: $g_n = (-1)^n h_{d-n}, \quad \tilde{g}_n = (-1)^n \tilde{h}_{-d-n}$	$\sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} = \delta_k$ $g_n = (-1)^n h_{d-n}, \quad \tilde{g}_n = (-1)^n \tilde{h}_{-d-n}, \quad (d=2l+1)$
正规共轭(正交镜像)型	正规型滤波器组合满足共轭条件(此时等价于满足正交镜像条件).	$\sum_i h_i h_{i+2k} = \delta_k$ $g_n = (-1)^n h_{d-n}, \quad (d=2l+1), \quad \tilde{h}_n = h_{-n}, \quad \tilde{g}_n = g_{-n}$

3 有限基上的滤波器组合的迭代解法与参数优化

1) 有限基上的正规型滤波器组合的完全重构方程与自由参数

对于有限基上的非奇异滤波器组合系统,由其完全重构方程(7)可知, f_k 及其反信号 \tilde{f}_k 必同时为有限长度. 因此, $f(Z)$ 只能取单项式形式, 即 $f(Z) = Z^{-l}$, $f_k = \delta_{k-l}$. 所以有限基上的非奇异滤波器组合系统必定是正规型的. 其完全重构方程即为如下的二次方程组

$$\sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} = \delta_k, \quad (N_0 \leq i \leq N_1, \tilde{N}_0 \leq 2k - i \leq \tilde{N}_1, K_0 \leq k \leq K_1) \quad (8)$$

其中滤波器的脉冲响应均为有限长度, $h_n, N_0 \leq n \leq N_1$; $\tilde{h}_n, \tilde{N}_0 \leq n \leq \tilde{N}_1$. 可以验证, N_0 与 \tilde{N}_0 (N_1 与 \tilde{N}_1) 有相反的奇偶性, 滤波器的长度 Lh 有和 $L\tilde{h}$ 相同的奇偶性. 而 $K_0 = (N_0 + \tilde{N}_0 + 1)/2$, $K_1 = (N_1 + \tilde{N}_1 - 1)/2$. 所以方程组(8)中的有效方程个数为 $(N_1 + \tilde{N}_1 - N_0 - \tilde{N}_0)/2$; 其自由参数个数为 $(N_1 + \tilde{N}_1 - N_0 - \tilde{N}_0)/2 + 2$.

2) 基于最小平方和的迭代算法如下

Step1. 适当地选取初值 $h_n, N_0 \leq n \leq N_1$ 及 $\tilde{h}_n, \tilde{N}_0 \leq n \leq \tilde{N}_1$;

Step2. 计算
$$u_k = \sum_i h_i \tilde{h}_{2k-i} - \delta_k, \quad s = \sum_{k=K_0}^{K_1} u_k^2; \quad (9)$$

Step3. 如 $s < \epsilon$, ($\epsilon = 10^{-24}$), 则结束, 否则 Step4;

Step4. 计算
$$\frac{ds}{dh_n} = \sum_k 2u_k \tilde{h}_{2k-n}, \quad \frac{ds}{d\tilde{h}_n} = \sum_k 2u_k h_{2k-n}, \quad (10)$$

迭代
$$h_n \leftarrow h_n - \frac{\frac{ds}{d\tilde{h}_n}}{\sum_n \left(\frac{ds}{d\tilde{h}_n}\right)^2} s, \quad \tilde{h}_n \leftarrow \tilde{h}_n - \frac{\frac{ds}{dh_n}}{\sum_n \left(\frac{ds}{dh_n}\right)^2} s; \quad (11)$$

Step5. 优化过程(自由参数的优化约束, 见下一节);

Step6. 返回 Step2.

3) 自由参数的约束与滤波器优化

a. 归一化. 为了使滤波器 $H(Z), G(Z)$ 分别呈低通与高通属性, 以便于实现信号的频域分割, 归一化约束定义为: $H(1) = \tilde{H}(1) = \sqrt{2}$, $H(-1) = \tilde{H}(-1) = 0$, 即

$$\sum h_{2n} = \sum \tilde{h}_{2n} = \sum h_{2n+1} = \sum \tilde{h}_{2n+1} = \sqrt{2}/2. \quad (12)$$

b. 对称化. 为了使滤波器具有线性相位特性, 对称化约束定义之一为

$$h_n = h_{N_1+N_0-n}, \quad \tilde{h}_n = \tilde{h}_{\tilde{N}_1+\tilde{N}_0-n} \quad (13)$$

分析与实验表明

i) 当 h_n 的中心与 \tilde{h}_n 的中心关于原点对称时, 即 $N_1 + N_0 + \tilde{N}_1 + \tilde{N}_0 = 0$, 正规型滤波器组合的完全重构方程有对称解; 否则无对称解.

ii) 当 Lh 与 $L\tilde{h}$ 为偶长度时, 其长度差为 2 的偶数倍(如 0, 4, ...); 当 Lh 与 $L\tilde{h}$ 为奇长度时, 其长度差为 2 的奇数倍(如 2, 6, ...).

iii) 当 Lh 与 $L\tilde{h}$ 为奇长度时, $Lg = L\tilde{h}$ 与 $L\tilde{g} = Lh$ 为奇长度, h_n 与 \tilde{g}_n 正交, g_n 与 \tilde{h}_n 正交, 故称为双正交解; 而当 Lh 与 $L\tilde{h}$ 为偶长度时, $Lg = L\tilde{h}$ 与 $L\tilde{g} = Lh$ 为偶长度, 它们常不正交.

iv) g_n 与 \tilde{g}_n 也呈对称性: $g_n = (-1)^{M_1+M_0} g_{M_1+M_0-n}$, $\tilde{g}_n = (-1)^{\tilde{M}_1+\tilde{M}_0} \tilde{g}_{\tilde{M}_1+\tilde{M}_0-n}$, 其中, $g_n, M_0 \leq n \leq M_1$, $\tilde{g}_n, \tilde{M}_0 \leq n \leq \tilde{M}_1$ ($M_{0,1} = \tilde{N}_{0,1} + d$, $\tilde{M}_{0,1} = N_{0,1} - d$). 当 Lg, Lh 为奇长度时, g_n 与 \tilde{g}_n 为对称; 当 Lg, Lh 为偶长度时, g_n 与 \tilde{g}_n 为反对称.

c. 功率谱的优化及其零导数阶数. 在小波变换与分析的研究中, 为了考察小波函数 $\psi(x)$ 衰减特性, 人们常用正则度 r , $\psi(x)$ 的 K 阶消失距. 其作用在正规共轭(正交镜象)型中等价于高通滤波器 g_n 的 K 阶消失距; 它仅表明高通滤波器的频响 $G(\omega)$ 在 $\omega=0$ 处(正交镜

象时,对应于低通 $H(\omega)$ 在 $\omega=\pi$ 处)有 K 阶零点,而不能全面反映滤波器的频响特性.在实际应用中,人们希望滤波器 $H(Z), G(Z)$ 尽可能地分别接近理想低通与理想高通滤波器,以便实现较优的频带分割.对此,我们将引进基于功率谱的零导数阶数的滤波器优化方法,并以低通分析滤波器 h_n 为例说明如下.

设低通滤波器脉冲响应序列 h_n 的富里埃变换即功率谱为 $P_h(\omega) = |H(e^{-i\omega})|^2$. 人们希望 $P_h(\omega)$ 尽可能接近理想低通滤波器(理想低通滤波器 $P(\omega)$ 定义为:在 $0 \leq \omega < \pi/2$, $P(\omega) = 2$; 在 $\pi/2 < \omega \leq \pi$, $P(\omega) = 0$; 而 $P(\pi/2) = 1$). 因此 $P_h(\omega)$ 应有如下特性:在 $\omega=0$ 与 $\omega=\pi$ 近旁,充分平滑;即 $P_h(\omega)$ 在 $\omega=0$ 与 $\omega=\pi$ 处的零导数阶数 I_0 与 I_1 应分别尽可能地高(所谓零导数阶数 I 是指:导数 $P_h^{(i)}(\omega) = 0, 1 \leq i \leq I; P_h^{(i)}(\omega) \neq 0, i = I + 1$). 而在 $\omega = \pi/2$ 处,尽可能陡峭; $|P_h'(\omega)|$ 越大越好. 此外, $P_h(\omega)$ 归一化约定 ($P_h(0) = 2, P_h(\pi) = 0$) 等价于归一化条件式(11). 通常在 $\omega = \pi/2$ 处,还应考虑正则性条件: $P_h(\omega) + P_g(\omega) = 2, (P_g(\omega) = P_h(\omega + \pi))$.

对功率谱 $P_h(\omega)$ 的优化要求表明:在 $\omega=0$ 处零导数阶数 I_0 越高越好, $P_h(\omega)$ 低端平滑性越好; $2 - P_h(\omega)$ 在 $\omega=0$ 处有 $I_0 + 1$ 阶零点. 在 $\omega = \pi$ 处零导数阶数 I_1 越高越好, $P_h(\omega)$ 高端平滑性越好; 此时 $P_h(\omega)$ 在 $\omega = \pi$ 处有 $I_1 + 1$ 阶零点(注:此要求包含了在正规共轭(正交镜象)型滤波器组合中的 g_n 的消失距). 实验与分析表明,功率谱的零导数阶数 I_0 与 I_1 受到滤波器组合长度的限制;通常可取为 $I_0 = I_1, I_0 + I_1 = (Lh + L\tilde{h})/2$ 以保证功率谱在低端与高端有均衡的平滑度,较好地接近正则性条件. 对于低通合成滤波器 \tilde{h}_n 的优化与此相同.

注意到,在有限基上的正规型滤波器组合中求解的完全重构方程是一个多元二次方程组. 方程组的未知数个数、有效方程个数与约束优化方程个数相互制约(详细分析从略). 分析与实验表明,归一化约束、对称化约束与功率谱优化(含消失距)约束是不可能同时满足的. 一般地讲,有限基上的正规型滤波器有多重解. 而不等长的 Antonini 滤波器系列^[3]为此有限基上的正规型滤波器组合之特解.

4) 有限基上的正交镜象(共轭)型滤波器组合的迭代解法与参数优化.

不难得知,有限基上的正交镜象型滤波器组合不仅是正规型,而且是共轭型. 因此,有限基上的正交镜象(共轭)型滤波器组合 ($h_n, 0 \leq n \leq N-1$) 可采用上述的正规型滤波器组合迭代法求解,也可由其完全重构方程(见表 1)直接求解. 而基于功率谱的零导数阶数的滤波器优化可转为消失距约束方程: $\sum_n g_n n^k = \sum_n (-1)^n h_{d-n} n^k = 0, k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$.

可以验证,此时功率谱的零导数阶数 I_0, I_1 均为 $N-1$, 高低端平滑性均衡,满足正则性要求;功率谱图形关于 $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ 中心对称. 消失距约束包含了归一化约束. 其独立的约束方程个数为 $N/2$. 因而,有限基上的满足消失距约束的正规正交镜象(共轭)型滤波器组合常有唯一解;此即 Daubechies 共轭滤波器系列^[2].

对于有限基上的正交镜象(共轭)型滤波器组合而言,由于对称化约束方程的独立个数为 $N/2$, 因而不存在满足消失距约束又对称化的归一化正规正交镜象(共轭)型滤波器组合,只能有近似解.

一般的有限基上的奇、偶长度的对称与反对称(或近似对称或非对称)的、达到或接近于功率谱优化(含消失距)约束、满足(或接近)正则性条件的归一化正规型滤波器系列与正交

镜像型滤波器组合解已由作者编制了专用软件,构造了滤波器组合数据库.人们可结合实际需要,确定优化约束条件,或运行迭代解法程序以获得滤波器组合解,或在滤波器组合数据库中直接查找接近于优化条件的滤波器组合数据.

4 滤波器组合优化的应用示例与比较

如前所述,本文拓展了 Daubechies 与 Antonini 滤波器系列,为最佳滤波器组合提供了更多的选择余地与择优空间.下面以胃电图(Eletrogastrogram, EGG)的信号处理为例说明如何结合实际需要,确定滤波器组合的优化要求,选取滤波器组合类别.

EGG 是由胃电控制活动(ECA)引起的一种慢波.由于 EGG 为器官性信号,采样时间较长,极易为多种噪声干扰.传统的 EGG 分析采用人工选段,用短时富里埃变换(SFFT)来提取主频率与主功率效率低、重复性差.我们用多重迭代滤波器组合系统^[6]来进行 EGG 信号处理,对分解与合成滤波器组合的要求是逼近理想低通与理想高通.因此,采用基于功率谱的零导数阶数的优化方法是合适的.同时,考虑到多极采样信号的分析,应保证线性相位,滤波器系数的对称化是必需的.

在本示例中,取一段 EGG 信号 $x_n(n=0, \dots, N-1)$,实验数据来自 Baptist Healthcare Center. OK, USA, 样本文件为 lina. dis. 将其输入到 6 层单分叉滤波器组合迭代系统^[6],得个不同频段的分解序列 $\{y_n^{(m)}\}$, $m=0, \dots, 6$,其平均功率由下式计算, $P(m) = \frac{1}{N_m} \sum_n |y_n^{(m)}|^2$, 其中 N_m 为分解序列 $y_n^{(m)}$ 的点数.实验采用了两种不同的滤波器组合.一种是文献[6]的 Antonini 的长度为 9-7 的滤波器组合(代号 A9-7),另一种是本文所述的功率谱优化的长度为 7-5 的对称滤波器组合解(代号 W7-5).两种滤波器组合的时域响应系数列于表 2;它们的属性比较及其在 EGG 信号分析中的应用误差比较列于表 3.

表 2 奇长度对称的双正交滤波器组合解

代号	A9-7		W7-5	
	h_n	\tilde{h}_n	h_n	\tilde{h}_n
0	0.852 698 678 39	0.788 485 616 37	0.824 952 911 38	0.883 883 476 48
±1	0.377 402 855 55	0.418 092 273 14	0.368 284 781 86	0.353 553 390 59
±2	-0.110 624 403 95	-0.040 689 417 59	-0.058 925 565 10	-0.088 388 347 65
±3	-0.023 849 464 96	-0.064 538 882 55	-0.014 731 391 27	
±4	0.037 828 455 49			

注. $g_n = (-1)^n \tilde{h}_{n-1}$, $\tilde{g}_n = (-1)^n h_{n+1}$.

表 3 两种不同滤波器组合的属性比较与在 EGG 信号分析中的应用误差

滤波器组合代号	总长度	功率谱属性			正则性条件		一次分解的功率误差(%)	合成重构误差
		I_0	I_1	$\left P'_h \left(\frac{\pi}{2} \right) \right $	在 $\omega = \pi/2$	平均误差		
A9-7	16	1-1	7-7	2.06-2.12	2.108 2	0.052 3	5.237	4.5×10^{-8}
W7-5	12	3-3	3-3	1.55-1.50	2.000 0	0.004 1	0.002	3.0×10^{-8}

注.表中 X-X 表示 h_n 与 \tilde{h}_n 的零导数阶数或导数模.

从表 2,3 的比较中可见,采用本文方法设计的 W7-5 滤波器组合,功率谱的零导数阶数

在高端与低端相同,具有较为均衡的平滑度;满足正则性条件,分解时的功率守恒不变(数值误差较小),此滤波器组合迭代系统具有保持总功率不变之特性.而对 A9-7 滤波器组合来说,仅用消失矩,高端平滑度优于低端,而低端的平滑度不足,缺乏正则性,分解时的功率不守恒,误差太大.通过 6 层滤波器组合迭代系统的实验表明,这个胃电信号有多频峰.对分解序列 $y_n^{(m)}$ 适当加权,可对原信号去除噪声,提取特征,分类识别与相位分析等.如取 $w(2)=1$,其它的 $w(m)=0$;输入到滤波器组合迭代系统的合成部分,可获得主频段合成信号 z_n .进而可统计 z_n 的过零数,并得主频率(Dominant Frequency),为胃电图的进一步分析与处理提供方便.

参 考 文 献

- 1 Jayant W S, Noll P. Digital Coding for Waveforms. New Jersey: Prentice-Hall, 1985
- 2 Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1988, **41**:909~996
- 3 Antonini M *et al.* Image coding using wavelet transform. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 1992, **1**(2):68~87
- 4 Mallat S G. A theory for multi-resolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans. on Pattern Recognition and Machine Intelligence*, 1989, **11**(7):674~693
- 5 张贤达. 现代信号处理. 北京:清华大学出版社, 1995
- 6 吴敏金. 匹配滤波器组合与子带分割. 华东师范大学学报, 1999, (2):41~48
- 7 Saghizadeh P, Willson A N. A new approach to design of critically sampled M-channel uniform band filter banks. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, **46**(6):1544~1557
- 8 程乾生. 信号的数字处理. 北京:地震出版社, 1978

张良仪 高级工程师、华东师范大学上海华大集团公司总裁. 研究领域包括:语音信号处理、信息技术和产业开发与研究.

吴敏金 教授、上海图象图形学会副理事长、《中国图象图形学报》编委. 从事信号与图象处理、多媒体通信、非线性科学研究.