

基于小波的医学图像插值¹⁾

黄海赞¹ 戚飞虎¹ 陈剑¹ 姚志洪²

¹(上海交通大学计算机科学与工程系 上海 200030)

²(上海第二医科大学附属瑞金医院计算中心 上海 200025)

(E-mail: hhyun@263.net)

摘 要 现有插值方法在进行医学断层图像插值时,不能兼顾灰度和形状的变化.为解决这一问题,文中提出一种基于小波的医学图像插值算法.通过对原图进行小波变换,获得图像边缘对应小波系数的位置信息,在断层图像的相应小波系数之间进行强度和位置插值,使新的图像不仅在灰度上,而且在组织形状上,介于原来的断层图像之间,满足了医学图像插值的要求.与线性插值、克里格插值相比,新算法的视觉效果好,计算误差小,插值结果可有效地应用于构建三维体模型.

关键词 插值,小波,医学图像

中图分类号 TP391.4

A WAVELET-BASED INTERPOLATION OF MEDICAL IMAGES

HUANG Hai-Yun¹ QI Fei-Hu¹ CHEN Jian¹ YAO Zhi-Hong²

¹(Department of Computer Science & Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

²(Computer Center, Rui Jin Hospital, Shanghai No. 2 Medical University, Shanghai 200025)

(E-mail: hhyun@263.net)

Abstract In the case of medical image interpolation for 3D volume models, present methods lack the capability of interpolating gray levels and shapes at the same time. In order to solve the problem, the paper introduces a wavelet-based medical image interpolation algorithm. Firstly, the algorithm decomposes the original images with wavelet analysis and obtains the positions of wavelet coefficients that belong to the edges. Then, the algorithm interpolates intensities and positions of those wavelet coefficients between corresponding wavelet sub-images. So that the new image basically satisfies the requirements of medical image interpolation. Compared with linear interpolation and Kriging interpolation, the new algorithm has a good visual effect and the squared error is small. The interpolation can be effectively used to construct 3D-volume models.

1) 卫生部 B 类研究项目“人工膝关节置换虚拟手术”(98-2-315)及国家自然科学基金(60072029)资助

收稿日期 2000-08-20 收修改稿日期 2001-11-01

Key words Interpolation, wavelet, medical image

1 引言

在数字医学研究中,往往希望根据断层图像恢复物体三维形状,建立虚拟的器官和组织,以便进行医学分析和诊断.一般而言,在建立体视三维模型时,断层图像的层间分辨率较低,层与层的间距太大,需要通过插值生成新的断面,而常用的断层图像插值方法有线性插值、样条插值和克立格(Kriging)插值等等^[1].本质上说,它们都是计算采样点灰度的加权平均,并且都根据插值点和采样点之间的相对距离来调整权值的大小.

线性插值是样条插值的特例.假定灰度在三个正交方向上都按样条曲线的趋势变化,用三元三次样条张量积的形式来估计插值点的灰度^[2,3].由于样条插值预先假定了数据按某种样条曲线变化,当数据的实际变化规律与此有较大偏差时,则会产生不可忽略的错误.近几年来部分学者提出用统计学的克立格(Kriging)方法进行灰度插值,成为医学图像插值的研究热点^[4,5].克立格插值基于数据的空间分布规律,进行统计意义上的最优无偏估计.

线性插值、样条插值和克立格插值为医学图像处理提供了不同复杂程度的有效的插值算法,但是它们只能对图像的灰度进行插值,而不能反映断层图像中组织轮廓从一幅图像逐渐变化到另一幅图像的中间状态.在建立三维体视模型时,往往希望插值得到的断层图像不仅在灰度上,而且在组织轮廓形状上介于原始图像之间.为解决这一问题,Grevera 等人提出了基于形状插值的灰度插值算法^[6],利用形态学方法将二维灰度图像转化为三维二值图,然后进行形状插值.但要使三维二值图的形状变化反映二维灰度图中边缘的移动,还需要恰当选择形状插值的策略,是包含旋转、平移,还是简单的线性插值,这使算法的复杂性有所增加.本文从另一个角度提出一种基于小波的断层图像插值算法,通过改变边缘点对应小波系数的位置和强度,对灰度和形状同时插值,充分模拟了生理组织从一幅图像变化到另一幅图像的中间状态,取得了较好的实验结果.

2 小波变换与滤波器

小波变换不仅反映了原图的频域信息,而且反映了各频率分量的位置信息.图像的边缘在小波变换后变得更加明显,其位置也更容易确定,这是因为小波变换与分组滤波器之间有着内在的必然联系.设 $\psi(x, y)$ 是满足可容许条件的小波基函数,在大多数情况下,基函数 $\psi(x, y)$ 只含有实部,且是偶对称的,此时图像 $f(x, y)$ 的连续小波变换为

$$W_f(a_x, b_y, b_x, b_y) = \iint f(x, y) \frac{1}{\sqrt{a_x a_y}} \psi\left(\frac{b_x - x}{a_x}, \frac{b_y - y}{a_y}\right) dx dy = f(x, y) \otimes \psi_{a_x, a_y}^* \quad (1)$$

其中 $\psi_{a_x, a_y}^* = \frac{1}{\sqrt{a_x a_y}} \psi\left(\frac{x}{a_x}, \frac{y}{a_y}\right)$.

由式(1)可知,小波变换可以看作是用一组带通滤波器对原图进行滤波,而利用滤波器进行小波变换实际上是数字图像处理中最常用的小波变换方法,其快速算法得益于 Mallat 引入的多尺度分析概念^[7].多尺度分析用一个平移正交的尺度函数 $\phi(t)$,经过缩放和平移,张成一系列不同尺度的尺度空间 V_j ,且各尺度空间向下包容.两个相邻尺度空间 V_{j-1}, V_j 的

差构成一个小波空间 W_j . 设 $c_{j,k}$ 表示函数 $f(t)$ 在尺度空间 V_j 中的展开系数, $d_{j,k}$ 表示其在小波空间 W_j 中的小波系数, 则有

$$\begin{cases} d_{j,k} = \sum_m h_1(m - 2k)c_{j-1,m} \\ c_{j,k} = \sum_m h_0(m - 2k)c_{j-1,m} \end{cases} \quad (2)$$

其中 h_1 是高通滤波器的脉冲响应函数, h_0 是低通滤波器的脉冲响应函数. 对于二维数字图像的小波变换, 可以看作是将原图在行列方向上通过高低通滤波器得到的子图, 即在行上高通滤波, 列上低通滤波的子图 α , 它反映了图像水平方向的细节在垂直方向的概貌; 在行上低通滤波, 在列上高通滤波的子图 β , 它反映了图像垂直方向的细节在水平方向的概貌; 在行列上均高通滤波的子图 γ , 它反映了图像对角线方向的细节; 最后还有在行列上均低通滤波的子图 s , 它是尺度空间的展开系数, 反映了图像在某一尺度滤去高频信号以后的概貌. 对 s 继续滤波可以得到更大尺度的小波系数.

3 基于小波的插值算法

由于 α, β, γ 三个小波子图是用不同方向的高通滤波器对原图进行滤波后得到的, 而医学图像中组织边缘对应高频分量, 所以在小波子图中系数大的地方对应了组织的边缘, 而且这些系数既反映了边缘的强度, 又反映了边缘的位置. 基于小波插值算法的基本思想是, 首先对变换得到的较大的小波系数在强度和位置上进行插值, 而后对变换得到的低频分量进行线性插值, 最后经过逆变换得到新的插值图像. 此时插值图像的灰度和生理组织的轮廓形状都介于两幅原始图像之间.

设 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 是两幅断层图像, 为在 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 之间位置 p ($0 < p < 1$) 处, 得到新的断层图像 $f_p(x, y)$, 首先需要确定对哪些小波系数进行位置插值以及如何度量小波系数的相对位置.

3.1 小波系数的选取及其相对位置

设 λ_1 和 λ_2 分别是 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 在同等尺度下, 相同方向上的小波子图. 为了对边缘位置进行插值, 需要选取 λ_1 和 λ_2 中较大的小波系数. 设 th_1 和 th_2 分别是 λ_1 和 λ_2 的选择阈值. 对于 λ_1 , 随着阈值的增加, 绝对值小于此阈值的小波系数逐渐增加, 记此变化曲线为 l_1 ,

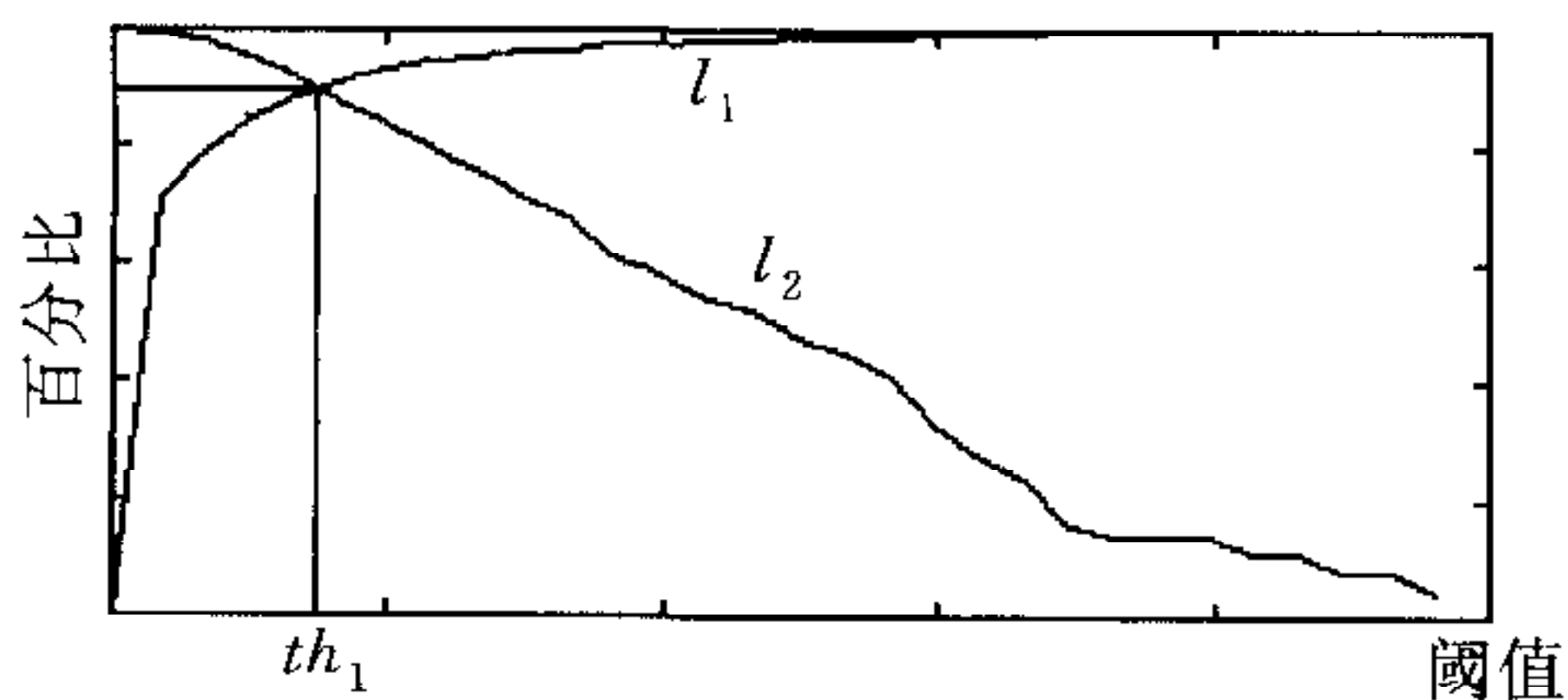


图 1 阈值选取示意图

而绝对值大于此阈值的小波系数所占的能量, 即小波系数的平方和逐渐减少, 记此变化曲线为 l_2 . 如图 1 所示, 两条曲线的交点即是 λ_1 的最佳阈值. 其意义是, 在尽可能多地舍弃小波系数的同时, 保留尽可能多的能量. 同理得到 λ_2 的最佳阈值.

选取了合适的小波系数后, 还要确定这些系数的位置应该如何变化, 也就是说 f_1 中的边缘可能经过哪些中间位置变化为 f_2 中的相应边缘; 反之 f_2 中的边缘又可能经过哪些中间位置变化为 f_1 中的相应边缘. 为实现这一目标, 可以设想 λ_1 中较大小波系数向离其最近的 λ_2 中较大小波系数的位置逐步运动, 反之亦然. 考虑到小波系数的极性, 需要对正负系数分别处理. 以正系数为例, 在 λ_1 中选择幅值大于

th_1 的正系数,将它们所在的位置标记为0,即设为特征点,其它位置标记为无穷大,形成 λ_1 的正系数模板 M_{1+} .对 M_{1+} 进行距离变换可得到距离图 D_{1+} ,图中各点的值表示该点至 λ_1 中较大正系数的相对距离.距离变换的常用算法包括城市街区距离、棋盘距离、斜切距离和D-Euclidean距离等等.本文采用斜切距离以求准确与简便的平衡.同理,得到 λ_1 的负系数模板 M_{1-} 和距离图 D_{1-} , λ_2 的正负系数模板 M_{2+}, M_{2-} 和距离图 D_{2+}, D_{2-} .为模拟图像边缘或小波系数的位置变化过程, λ_1 中较大的小波系数可依据 D_{2+} 和 D_{2-} 逐步运动;同样, λ_2 中较大的小波系数亦可依据 D_{1+} 和 D_{1-} 逐步运动;从而得到 λ_1 和 λ_2 之间的边缘位置变化序列.

3.2 小波系数插值

小波系数位置插值能够反映图像边缘的变迁.由于本文采用的位置插值算法是一种非线性寻优过程,所以从 λ_1 变化到 λ_2 的插值序列一般不等同于从 λ_2 变化到 λ_1 的插值序列.本文算法首先分别计算两种情况的插值序列,再对两个插值序列进行线性插值,得到 λ_1 和 λ_2 之间的小波子图.以 λ_1 变化到 λ_2 为例,将 λ_1 存入中间变量 T ,令 T 中幅值小于 th_1 的点等于零,重复进行下述计算过程.

1) 将 T 存入计算变量 C ,根据 C 中负小波系数的位置,在距离图 D_{2+} 中临时置相应点的距离值为无穷大,其目的是避免在以下运动过程中正负小波系数相互重合.令 C 中除正小波系数以外的其它点等于零,根据正小波系数的位置,在距离图 D_{2+} 中找到它们距特征点即 λ_2 中幅值大于 th_2 的正小波系数的相对距离.若距离不为零,则在八邻域范围内查找距特征点最近的位置作为它们的新位置;若有几个点落在同一位置,则小波幅值取它们的算术平均值.由此得到经过一次运动后的正小波系数图 P_i .

2) 将 T 存入计算变量 C ,令 C 中除负小波系数以外的其它点等于零,而后根据 P_i 中正小波系数的位置,在距离图 D_{2-} 中临时置相应点的距离值为无穷大,以避免运动过程中正负小波系数相互重合.根据距离图 D_{2-} 移动 C 中的负小波系数,相应地计算出经过一次运动后的负小波系数图 N_i .

3) 将 P_i 与 N_i 相加,存入变量 T 和 U_i ,并令 U_i 中幅值为零的点按以下原则取值:

a) 若该点对应 λ_1 中幅值小于 th_1 的点,则令其等于 λ_1 中的相应点;

b) 若该点对应 λ_1 中幅值大于 th_1 的点,则令其等于零. U_i 即是从 λ_1 变化到 λ_2 的一个中间图.

根据新的中间变量 T ,重复上述计算过程,直至正负系数都不再运动,得到从 λ_1 变化到 λ_2 的小波系数位置变化序列 $U_1, U_2, \dots, U_s, U_{s+1}$.序列的最后一项 U_{s+1} 反映了 λ_1 向 λ_2 逐步变化最终所达到的状态,它与 λ_2 相互对应.出于下面构造等长序列的需要,先不考虑 U_{s+1} ,而在最后构造完整序列时再将其计入.与此类似,计算从 λ_2 变化到 λ_1 的小波系数位置变化序列 $V_1, V_2, \dots, V_t, V_{t+1}$,且暂不考虑 V_{t+1} .下面仅考虑序列 U_1, U_2, \dots, U_s 和 V_1, V_2, \dots, V_t ,进一步构造从 λ_1 到 λ_2 以及从 λ_2 到 λ_1 的完整变化序列.

一般而言,从 λ_1 变化到 λ_2 的序列长度 s 并不等于从 λ_2 变化到 λ_1 的序列长度 t ,而序列的末端在多数情况下仅反映了个别系数的运动情况,因此可以将长序列截短.设 $s < t$,将 $V_1, V_2, \dots, V_s, \dots, V_t$ 截短为 V_1, V_2, \dots, V_s .为了在两个序列之间进行插值,将 V_1, V_2, \dots, V_s 倒置为新序列 H_1, H_2, \dots, H_s ,其中 $H_1 = V_s, H_2 = V_{s-1}, \dots, H_s = V_1$.此时 U_1, U_2, \dots, U_s 与 H_1, H_2, \dots, H_s 一一对应,是 λ_1 和 λ_2 之间的两组变化序列.考虑到序列变化的起点和终点, λ_1 对应 V_{t+1} , λ_2 对应 U_{s+1} ,我们重新构造 λ_1 和 λ_2 之间的两组完整变化序列

$$U_0, U_1, \dots, U_i, \dots, U_s, U_{s+1}, \quad U_0 = \lambda_1 \quad (3)$$

和

$$H_0, H_1, \dots, H_i, \dots, H_s, H_{s+1}, \quad H_0 = V_{t+1}, H_{s+1} = \lambda_2 \quad (4)$$

以上两组序列以离散形式反映了 λ_1 和 λ_2 之间小波系数位置的变化情况. 为了对小波系数不仅在位置上, 而且在强度上进行插值, 首先从上述序列中选出位置一一对应的两个中间图, 而后进行线性插值. 设 λ_1 和 λ_2 之间的距离为 1, 要在位置 p ($0 < p < 1$) 处进行插值, 可以令 $m = p(s+1)$, 并将 m 归整到离其最近的整数, 从序列(3)和(4)中选取相应的中间图 U_m 和 H_m , 由下式计算新的小波子图

$$\lambda_p = U_m + (H_m - U_m) \cdot p \quad (5)$$

插值得到的的小波子图 λ_p 不仅反映了较大的小波系数的位置变迁, 而且反映了小波系数幅值的变化.

3.3 基于小波的医学图像插值

根据以上分析, 要在断层图像 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 之间, 位置 p ($0 < p < 1$) 处进行插值, 可以采取下述步骤:

- 1) 对 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 进行小波变换, 得到一系列小波子图 $\alpha_{1j}, \beta_{1j}, \gamma_{1j}$ 和 $\alpha_{2j}, \beta_{2j}, \gamma_{2j}$ 以及低频子图 s_{1n} 和 s_{2n} , 下标 $j=1, 2, \dots, n$ 表示不同的尺度;
- 2) 在相同尺度、相同方向的小波子图之间按 3.1 和 3.2 所述的过程进行插值, 得到一系列新的小波子图 $\alpha_{pj}, \beta_{pj}, \gamma_{pj}$;
- 3) 在 s_{1n} 和 s_{2n} 之间, 位置 p 处, 进行点对点的线性插值, 得到新的低频子图 s_{pn} ;
- 4) 对新的小波子图序列 $\alpha_{pj}, \beta_{pj}, \gamma_{pj}$ ($j=1, 2, \dots, n$) 和低频子图 s_{pn} 进行小波逆变换, 得到新的断层图像 $f_p(x, y)$, $f_p(x, y)$ 即为 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 之间位置 p 处的插值图像.

上述算法将小波子图中系数较大的点选择出来, 它们代表了图像的边缘, 然后让这些点从原始位置逐步运动到另一幅图像中它们应有的位置. 这样, 在从第一幅图像过渡到第二幅图像的时候, 物体的轮廓形状也发生了变化, 最终实现对灰度和形状同时插值的目的. 需要说明的是, 算法仅适用于医学断层图像, 而且首尾两幅图像之间的差别不能太大. 在进行小波变换时, 应选用正交小波基, 以保证各个小波系数之间互不相关, 且每个小波系数都可以被单独地改变.

4 实验与分析

为验证基于小波的断层图像插值算法的有效性, 我们采用美国国立医学图书馆¹⁾提供的一组人体膝关节切片图像进行实验. 从这组切片中选取 3 片, 切片间距 1mm, 图像大小 280×300 , 分别标记为 I_1, I_2 和 I_3 . 如图 2 所示, 在 I_1 中只有一个关节横截面, 而在 I_3 中则有两个关节横截面, 说明关节从 I_1 到 I_3 发生了分叉. 我们以 I_2 为参考图像, 对 I_1 和 I_3 进行插值, 以便比较各种插值算法的效果.

图 3(a) 是参考图像 I_2 , 图 3(b) 是对原图进行二次小波分解后插值的结果, 图 3(c) 则是进行三次小波分解后插值的结果. 图 3(b) 和图 3(c) 均选用“Daubechies2”正交小波基. 从图中可以看出图 3(c) 的效果比图 3(b) 的效果略好, 这是因为图 3(c) 处理了更多的图像细节,

¹⁾ <http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible-human.html>

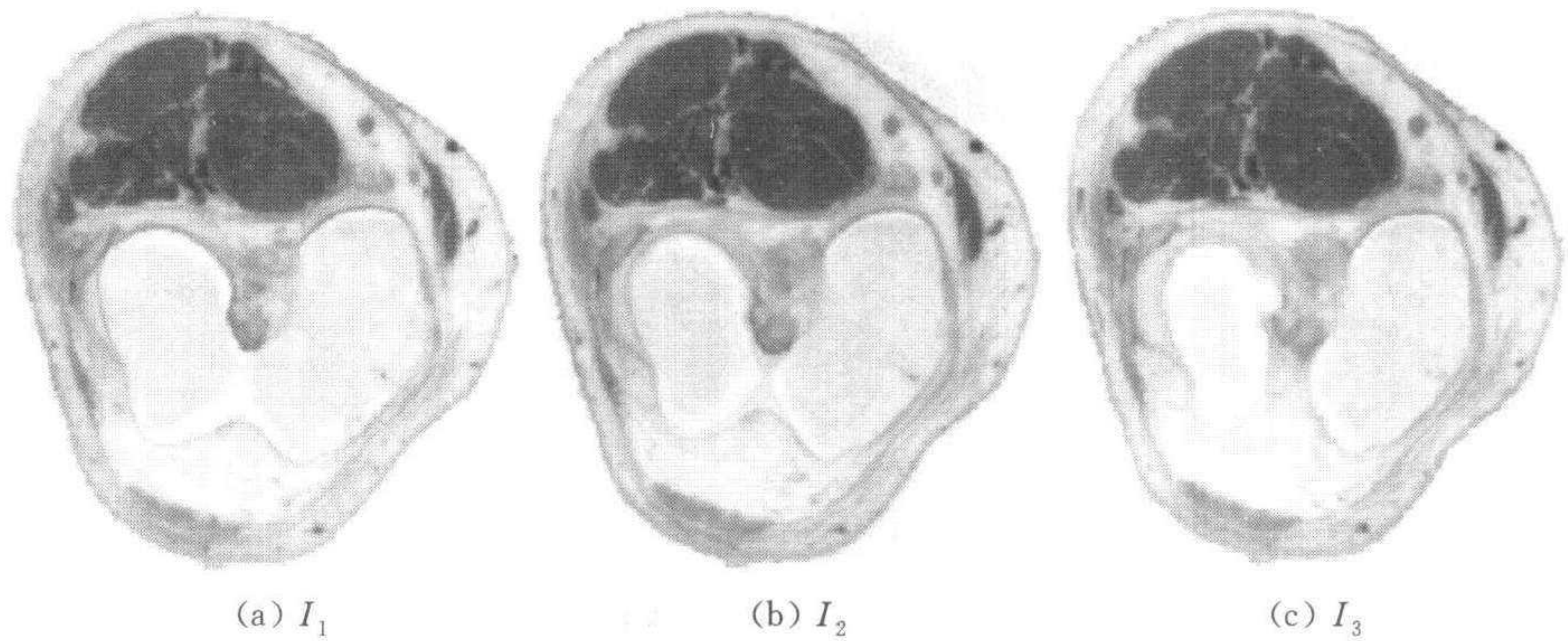


图 2 原断层图像

能更好地描述轮廓变化,而且经过多次小波分解以后, I_1 与 I_3 的剩余部分已非常相似,对剩余部分进行线性插值,基本上不会对重构图像的边缘细节产生影响.但这并不是说小波分解的层次越多越好.分解的层次越多,计算量也越大,而插值图像的质量却不一定有明显改善.这一点亦可从表 1 的实验结果中看出.从目前的实验来看,对 256×256 左右的图像进行三次分解后插值是比较合适的.实验也曾采用其它正交小波基,但结果差别不大.

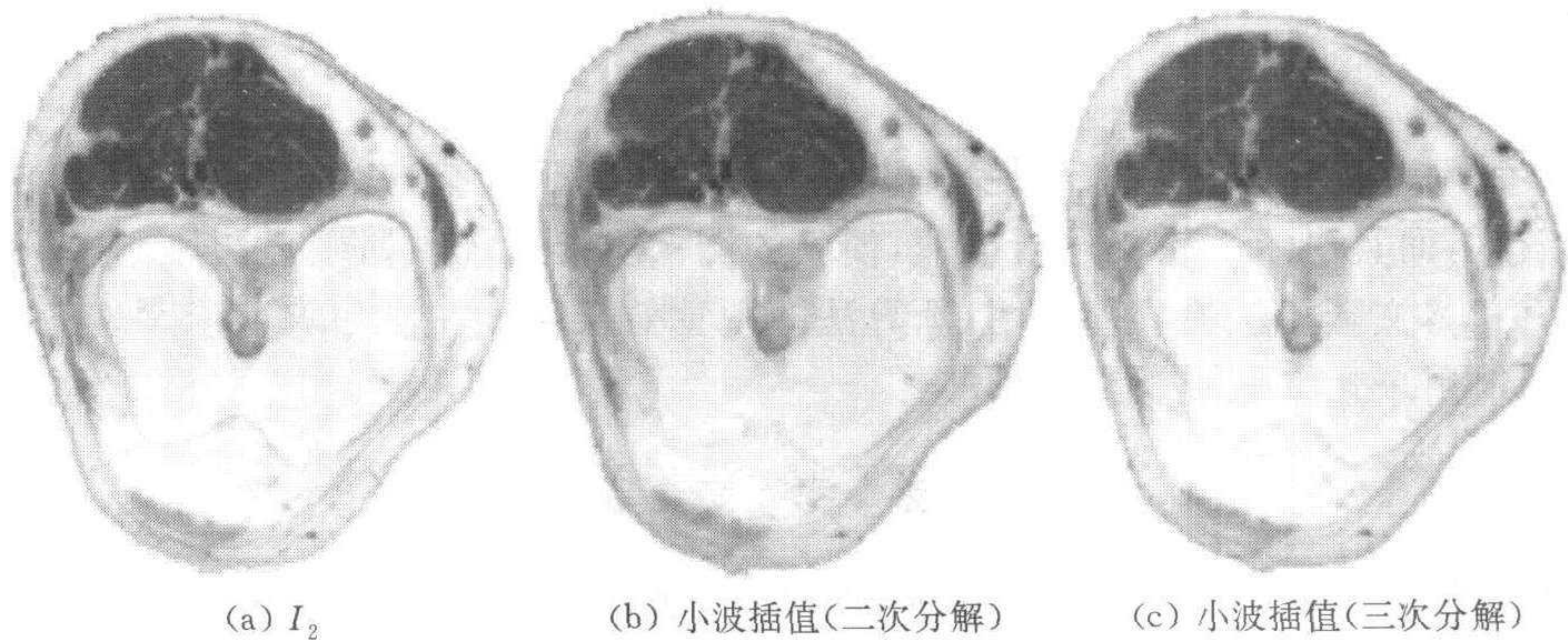


图 3 基于小波的切片图像插值

图 4 是三种不同算法的插值图像比较,其中图 4(c)是本文的新算法,且采用三层小波分解.一般用均方误差 $\sigma^2 = \sum (v' - v)^2 / N$ 来衡量插值结果的好坏,其中 v' 和 v 分别是估计值与真值, N 为总点数.三种算法的均方误差见表 1.与图 4 中看到的一样,克立格与线性插值的误差非常接近,但在所耗时间上却大大多于线性插值,因此基本上没有什么优势.这是因为在规则数据空间中,许多采样点距插值点的距离相等,被赋予的权值也相等,本质上已经是线性插值.本文提出的基于小波的医学图像插值与前两种算法相比,性能有较大的提高.首先,在图 4(c)中膝关节截面不再具有双重轮廓,其形状更接近于参考关节图像的横截面;其次,图 4(c)的均方误差还不及前两种算法的 $2/3$.虽然图 4(c)的计算时间较长,但这并不是三维建模的关键问题.由于实验程序用 matlab 编写,且未经优化,所以实验只反映了各算法所用时间的大致情况,而线性插值之所以会比其它算法明显快几个数量级,也正是因为 matlab 对矩阵线性运算作了特别优化的结果.

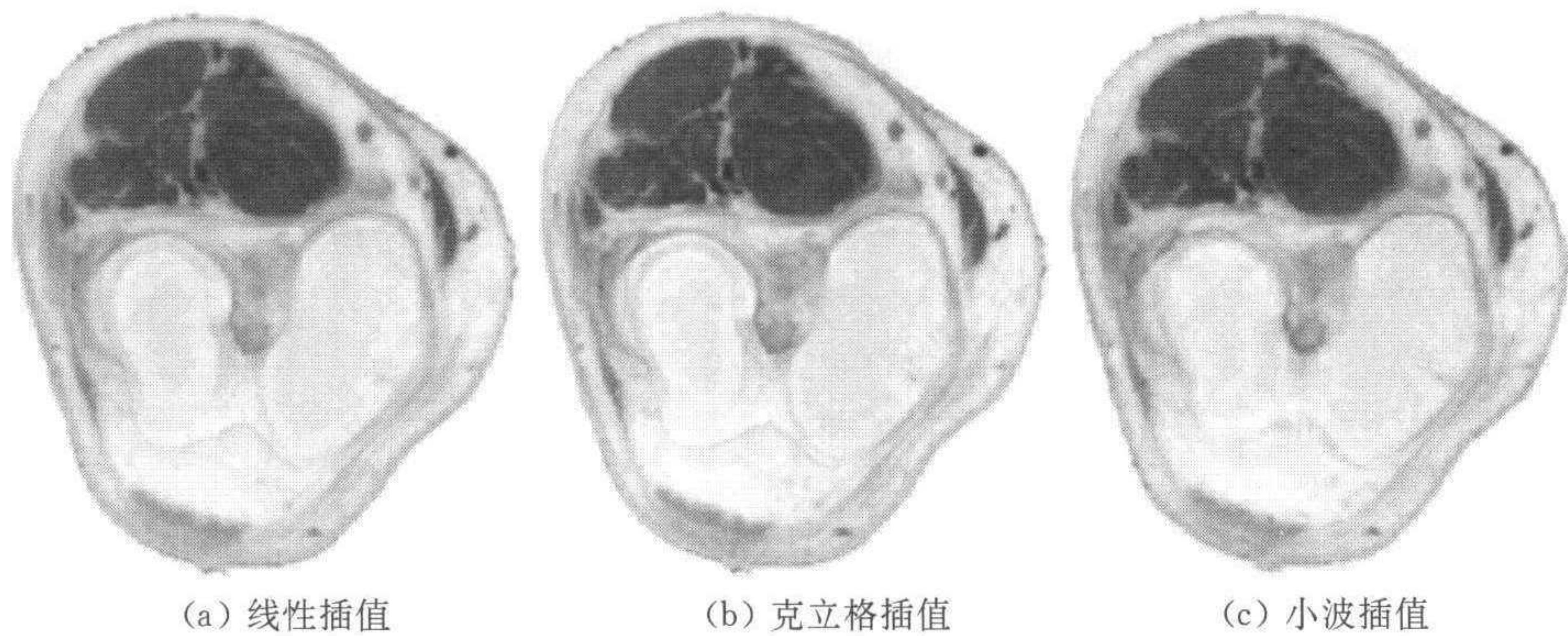


图 4 三种插值方法之比较

表 1 误差与计算时间

	线性插值	普通克里格	小波插值 (二次分解)	小波插值 (三次分解)	小波插值 (四次分解)
均方误差 $\sigma^2(\text{graylevel}^2)$	72.2407	72.1074	56.2923	41.1928	39.8672
相对计算时间 t	1	799.7	1902.1	1983.4	2046.5

5 结论

本文针对目前插值方法的不足,提出了一种新的基于小波的医学图像插值算法.该算法不仅对灰度,而且对组织轮廓进行插值,使新的图像更接近于原始生理切片.对线性插值、克里格插值和本文新算法的实验表明,新算法的视觉效果和计算误差均有较大改进,其插值结果可有效地用于建立体视三维模型.

参 考 文 献

- 1 Grevera G J, Udupa J K. An objective comparison of 3-D image interpolation methods. *IEEE Tran. on Medical Imaging*, 1998, **17**(4):642~652
- 2 Carr J C, Fright W R, Beatson R K. Surface interpolation with radial basis functions for medical imaging. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1997, **16**(1):96~107
- 3 KoKaram A C, Morris R D, Fitzgerald W J *et al.* Interpolation of missing data in image sequences. *IEEE Trans. on Image Processing*, **1995**, **4**(11): 1509~1519
- 4 Parrott R W, Stylz M R, Amburn P *et al.* Towards statistically optimal interpolation for 3-D medical imaging. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 1993, **12**(3):49~59
- 5 Stylz M R, Parrott R W. Using kriging for 3-D medical imaging. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 1993, **17**(6):421~442
- 6 Grevera G J, Udupa J K. Shape-based interpolation of multidimensional gray-level images. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1996, **15**(6):881~892
- 7 彭玉华. 小波变换与工程应用. 北京: 科学出版社, 1999. 38~51

黄海赞 博士研究生,研究方向为计算机视觉及数字图像处理.

戚飞虎 教授,博士生导师,研究方向为计算机视觉及数字图像处理.

陈 剑 硕士研究生,研究方向为计算机视觉及数字图像处理.

姚志洪 副教授,研究方向为生物医学工程.