



基于状态观测器的鲁棒故障诊断 滤波器设计 LMI 方法¹⁾

钟麦英¹ 汤兵勇² Steven X. Ding³

¹(山东大学控制科学与工程学院 济南 250061)

²(东华大学工商管理学院 上海 200051)

³(Lausitz University of Applied Sciences, Senftenberg, Germany)

(E-mail: myzhong@sdu.edu.cn)

摘要 研究受不确定性扰动影响情况下线性时不变连续时间系统的鲁棒故障诊断滤波器设计问题. 引入一种新的体现残差对于故障信号灵敏度和不确定性扰动鲁棒性的性能指标, 从系统的 L_2 增益角度出发, 将基于状态观测器的鲁棒故障诊断滤波器设计问题形成为 H_∞ 优化问题. 然后应用线性矩阵不等式技术, 给出并证明了该设计问题的解存在条件和求解方法. 并通过简例说明了算法的有效性.

关键词 故障诊断滤波器, 残差信号, H_∞ 优化, L_2 增益, 线性矩阵不等式 (LMI)

中图分类号 TP273

AN LMI APPROACH TO DESIGN ROBUST OBSERVER-BASED FD FILTER

ZHONG Mai-Ying¹ TANG Bing-Yong² Steven X. DING³

¹(Control Science and Engineering School of Shandong University, Jinan 250061)

²(Business and Administration School of Donghua University, Shanghai 200051)

³(Lausitz University of Applied Sciences, Senftenberg, Germany)

(E-mail: myzhong@sdu.edu.cn)

Abstract The robust fault detection filter design problem for linear time invariant continuous-time systems is studied in this paper. By introducing a new performance index which expresses the robustness issue of the generated residual, and from the viewpoint of L_2 -gain, the observer-based robust fault detection filter design problem is formulated as an H_∞ optimization problem. Then the solvable condition of this optimization problem and further the solutions are derived by employing linear matrix inequality techniques. A numerical example illustrates the proposed approach.

Key words Fault detection filter, residual signal, H_∞ -optimization, L_2 -gain, LMI

1) 上海博士后基金(2000478)资助

收稿日期 2000-11-27 收修改稿日期 2001-09-17

1 引言

近年来,基于模型的鲁棒故障诊断(Fault Detection,FD),特别是有关鲁棒故障诊断滤波器的设计问题,引起了许多学者的研究兴趣并取得了大量的研究成果^[1~8].常用的设计方法有未知输入观测器方法,特征结构配置方法, H_∞ 方法,以及近期发展的LMI方法等^[3~5,8].但是基于状态观测器的鲁棒故障诊断滤波器设计时域 H_∞ 方法研究还很不深入.本文将给出一种新的系统设计性能指标,研究基于状态观测器的鲁棒FD滤波器设计问题,并给出问题的LMI求解方法.

2 问题描述

考虑如下由状态方程描述的被控系统

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_f f + B_d d \quad (1)$$

$$y = Cx + Du + D_f f + D_d d \quad (2)$$

其中, $x \in R^n$ 为状态向量, $u \in R^p$ 为控制输入向量, $y \in R^q$ 为测量输出向量, $f \in R^l$ 是要诊断和分离的故障信号向量, $d \in R^m$ 为不确定性扰动信号(包括建模误差信号、外部扰动和影响不大的小故障信号等),且不失一般性设 d 为 L_2 范数有界信号. $A, B, C, D, B_f, B_d, D_f$ 和 D_d 为适当维数的已知矩阵或向量.

本文使用如下基于状态观测器的故障诊断滤波器

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + H(y - \hat{y}) \quad (3)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} + Du, r = V(y - \hat{y}) \quad (4)$$

其中 \hat{x}, \hat{y} 分别表示状态和输出估计值.定义 $e = x - \hat{x}$,得残差系统方程

$$\dot{e} = (A - HC)e + (B_f - HD_f)f + (B_d - HD_d)d \quad (5)$$

$$r = V(Ce + D_f f + D_d d) \quad (6)$$

本文研究的主要问题是:选择适当的稳定加权矩阵函数 $W_f(s)$ ^[6~8],求状态观测器增益矩阵 H 、矩阵 V ,使 $A-HC$ 渐近稳定且最小化如下性能指标

$$J = \frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|W_f\|_\infty - \|W_f - T_{rf}\|_\infty} \quad (7)$$

事实上,由于

$$\frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|W_f\|_\infty + \|W_f - T_{rf}\|_\infty} \leq \frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|T_{rf}\|_\infty} \leq \frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|W_f\|_\infty - \|W_f - T_{rf}\|_\infty}$$

所以对于任意给定 $\|T_{rd}\|_\infty < \gamma (\gamma > 0)$,由 $\|W_f - T_{rf}\|_\infty \rightarrow \min$ 可得

$$\frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|W_f\|_\infty - \|W_f - T_{rf}\|_\infty} \rightarrow \min \text{ 和 } \frac{\|T_{rd}\|_\infty}{\|W_f\|_\infty + \|W_f - T_{rf}\|_\infty} \rightarrow \max$$

因此,取式(7)作为鲁棒故障诊断器设计优化性能指标,可以使产生的残差信号 r 与要检测的故障信号 $W_f f$ 的偏差最小化,同时确保残差信号对扰动信号 d 的鲁棒性.

3 主要结论

3.1 问题求解的基本思想

设 $\|W_f(s)\|_\infty = \alpha$,且 $W_f(s)$ 的状态空间实现为

$$\dot{\mathbf{x}}_f = A_w \mathbf{x}_f + B_w \mathbf{f} \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_f = C_w \mathbf{x}_f + D_w \mathbf{f} \quad (9)$$

对于线性时不变控制系统来讲,具有不大于 γ 或 β 的 H_∞ 范数意味着其 L_2 增益不大于 γ 或 β . 定义

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{r} - \mathbf{r}_f \mathbf{f} \quad (10)$$

则有

$$\int_0^{+\infty} \mathbf{r}_e^T \mathbf{r}_e dt < \gamma^2 \int_0^{+\infty} \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt + \beta^2 \int_0^{+\infty} \mathbf{f}^T \mathbf{f} dt \Rightarrow \quad (11)$$

$$\|T_{r_e d}\|_\infty < \gamma, \quad \|T_{r_e f}\|_\infty = \|T_{r_f} - W_f\|_\infty < \beta$$

从而该故障诊断滤波器设计可以通过求解如下的最优化问题完成

$$\min_{\gamma, H, V} \frac{\gamma}{\alpha - \beta} \quad (7)$$

约束条件:(5) ~ (6) 和(8) ~ (11)

在 $\int_0^{+\infty} \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt \leq M$ (M 为已知正数) 条件下,可选择阈值为 $J_{th} = \gamma_{opt}^2 M$ (γ_{opt} 为对应的 γ 最优值),并基于以下逻辑关系诊断故障的发生

$$\int_0^{+\infty} \mathbf{r}^T \mathbf{r} dt > J_{th} \Rightarrow \text{故障信号被检测到} \Rightarrow \text{报警}; \text{否则,无故障信号被检测到.}$$

3.2 鲁棒 FD 问题 LMI 方法

下面讨论求解鲁棒 FD 问题的 LMI 方法.

引理 1. 给定 $\gamma > 0$, 对于系统

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{w}, \quad \mathbf{z} = C\mathbf{x} + D\mathbf{w}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{0},$$

如果存在正定矩阵 P 满足 LMI

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C & PB + C^T D \\ B^T P + D^T C & -\gamma^2 I + D^T D \end{bmatrix} < 0,$$

则

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma \text{ 或 } \int_0^{+\infty} \mathbf{z}^T \mathbf{z} dt < \gamma^2 \int_0^{+\infty} \mathbf{w}^T \mathbf{w} dt.$$

本文的主要结论如下.

定理 1. 对于被控系统(1)~(2)和故障诊断滤波器(3)~(4). 任意给定 $\gamma > 0, \beta > 0$ 和稳定加权传递函数矩阵 $W_f(s)$, 如果存在矩阵 Y_1 和正定矩阵 P

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$$

使 LMI

$$\begin{bmatrix} \omega_{11} & -C^T V^T C_w & \omega_{13} & \omega_{14} & C^T V^T \\ -C_w^T V C & \omega_{22} & \omega_{23} & -\gamma^{-1} C_w^T D_d & 0 \\ \omega_{13}^T & \omega_{23}^T & \omega_{33} & \omega_{34} & \beta^{-1} D_f^T V^T \\ \omega_{14}^T & -\gamma^{-1} D_d^T C_w & \omega_{34}^T & -I & \gamma^{-1} D_d^T V^T \\ VC & 0 & \beta^{-1} V D_f & \gamma^{-1} V D_d & -I \end{bmatrix} < 0$$

成立,其中

$$\begin{aligned}\omega_{11} &= A^T P_1 + P_1 A - C^T Y_1^T - Y_1 C, \quad \omega_{13} = (P_1 B_f - Y_1 D_f - C^T V^T D_w) \beta^{-1}, \\ \omega_{14} &= P_1 B_d \gamma^{-1}, \quad \omega_{22} = A_w^T P_2 + P_2 A_w + C_w^T C_w, \quad \omega_{23} = (P_2 B_w - C_w^T V D_f + C_w^T D_w) \beta^{-1}, \\ \omega_{33} &= -I - \beta^{-2} (D_w^T V D_f + D_f^T V^T D_w - D_w^T D_w), \quad \omega_{34} = -\gamma^{-1} \beta^{-1} D_w^T V D_d,\end{aligned}$$

I 为相应维数的单位矩阵. 则该鲁棒故障诊断滤波器设计问题可解且对应的观测器增益阵为

$$H = P_1^{-1} Y_1$$

证明. 利用引理 1 和适当的变量代换可进一步得到定理 1 的证明,从略.

注. 在加权函数矩阵 $W_f(s)$, $\gamma > 0$ 和 $\beta > 0$ 给定条件下,定理 1 给出了基于状态观测器的鲁棒故障诊断滤波器解存在的条件以及增益矩阵 H 和矩阵 V 的求解方法,要得到问题的最优解可重复迭代调用定理 1 的结果.

4 算例

考虑如下被控系统

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} -3.370 & 1.636 \\ -0.325 & -1.896 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0.586 & 0 \\ 0.410 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{f} + \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.267 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.267 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{f} + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} \mathbf{d}\end{aligned}$$

取 $W_f(s) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 \\ s+1 & s+0.1 \end{bmatrix}$, 则 $\|W_f\|_\infty = 4.9964$. 设定 $\gamma \in [0.05, 1]$, $\Delta\gamma = 0.05$, $\Delta\beta = 0.001$, 借助 Matlab LMI 工具箱仿真计算得故障诊断问题(12)的最优解为

$$H = \begin{bmatrix} 0.0006 & 1.6935 \\ 0.0006 & 1.0343 \end{bmatrix}, \quad V = [2.5011 \quad -2.3317], \quad \gamma_{opt} = 0.05.$$

在外部扰动信号 \mathbf{d} 满足 $\int_0^{+\infty} \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt \leq M$ 的条件下,故障诊断器的阈值可以选择为

$$J_{th} = 2.5 \times 10^{-4} M.$$

5 结束语

通过引入一种新的性能指标,并从系统 L_2 增益角度出发将故障诊断滤波器设计问题转化成为 H_∞ 优化问题,给出了 FD 系统设计的 LMI 方法. 本文提出的鲁棒 FD 滤波器设计 LMI 方法,对于时间窗口为有限以及时变系统、时滞系统等的鲁棒故障诊断问题具有潜在的应用价值.

参 考 文 献

- 1 Ding S X, Frank P M, Ding E L *et al.* A unified approach to the optimization of fault detection systems. *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, 2000, **14**(5):725~745
- 2 Frank P M, Ding S X, Koppen-Seliger B. Current developments in the theory of FDI. In: Proc. of IFAC-Symposium SAFPROCESS'2000, Oxford; Elsevier Science Ltd. 2000, part 1: 16~27
- 3 Frank P M, Ding S X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection

- systems. *Int. J. Process Control*, 1997, 7(6):403~424
- 4 Patton R J, Chen J. Robust fault detection and isolation (FDI) systems. *Control and Dynamic Systems*, 1996, 74: 171~224
- 5 Chen J, Patton R J. H_∞ Formulation and solution for robust fault diagnosis. In: Proc. of 14th IFAC World Congress Conference, New York: Elsevier Science Inc., 1999. 127~132
- 6 Niemann H, Saberi A, Stoorvogel A A *et al.* Exact, almost and delayed fault detection: An observer based approach. *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, 1999, 9(2):215~238
- 7 Rank M L, Niemann H. Norm based design of fault detectors. *Int. J. Control*, 1999, 72(9):773~783
- 8 Rambeaux F, Hamelin F, Sauter D. Robust residual generation via LMI. In: Proc. of 14th IFAC World Congress Conference, New York: Elsevier Science Inc., 1999. 241~246

钟麦英 1989年于山东工业大学电机系工业自动化专业获硕士学位,1999年9月于东北大学控制理论与控制工程专业获博士学位,现为山东大学教授。目前主要研究兴趣为鲁棒故障诊断理论与应用。

汤兵勇 见本刊第26卷第2期。

Steven X. Ding 德国 Lausitz 应用科技大学电气工程系教授。目前主要研究兴趣为鲁棒故障诊断理论与应用。

(上接第 973 页)

2001 年审稿者名单

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 陈兆乾 | 陈阳舟 | 陈启军 | 陈来九 | 陈宗基 | 陈树中 | 陈禹六 | 陈彭年 | 陈森发 | 陈辉堂 |
| 陈增强 | 周 彤 | 周 杰 | 周东华 | 周兆英 | 周志华 | 周洪兴 | 孟庆春 | 宗光华 | 屈卫东 |
| 易克初 | 林行刚 | 林作铨 | 林学闯 | 武玉强 | 苗夺谦 | 范玉顺 | 郑大钟 | 郑石星 | 郑君里 |
| 郑应平 | 郑南宁 | 金 芝 | 金以慧 | 侯忠生 | 侯增广 | 俞 立 | 南余荣 | 姚天任 | 姜齐荣 |
| 封举富 | 施颂椒 | 施鹏飞 | 查红彬 | 段志生 | 段志辉 | 洪炳熔 | 洪继光 | 胡 宏 | 胡卫明 |
| 胡包钢 | 胡占义 | 胡正名 | 胡光锐 | 胡寿松 | 胡昌华 | 胡跃明 | 胡德文 | 胥布工 | 费树岷 |
| 贺立湘 | 贺思敏 | 赵 军 | 赵 凯 | 赵 晨 | 赵千川 | 赵沁平 | 郝 飞 | 钟宜生 | 闻 新 |
| 原 魁 | 唐 明 | 唐加福 | 席裕庚 | 徐 波 | 徐 雷 | 徐心和 | 徐文立 | 徐宁寿 | 徐立鸿 |
| 徐光佑 | 徐扬生 | 徐建闽 | 徐金梧 | 徐德民 | 徐燕侯 | 柴天佑 | 涂序彦 | 涂葦生 | 秦化淑 |
| 秦世引 | 袁 璞 | 袁保宗 | 袁著祉 | 袁震东 | 贾云得 | 贾利民 | 贾沛璋 | 贾英民 | 贾春福 |
| 贾新章 | 郭 晨 | 郭 雷 | 郭田德 | 钱积新 | 钱敏平 | 陶 卿 | 陶化成 | 顾国昌 | 顾宜群 |
| 顾树生 | 顾新建 | 高 文 | 高大志 | 高东杰 | 高自友 | 高志伟 | 屠善澄 | 常文森 | 康景利 |
| 曹日东 | 曹存根 | 梁 浩 | 梁 斌 | 梁久祯 | 梁艳春 | 梅生伟 | 章毓晋 | 阎平凡 | 黄 琳 |
| 黄心汉 | 黄文奇 | 黄必清 | 黄永宣 | 黄亚楼 | 黄秉宪 | 黄厚宽 | 黄泰翼 | 黄海军 | 黄继武 |
| 强文义 | 景兴建 | 曾建平 | 曾智洪 | 焦李成 | 褚 健 | 程 鹏 | 程代展 | 程兆林 | 程君实 |
| 舒迪前 | 董士海 | 董再励 | 蒋 平 | 蒋昌俊 | 蒋慰孙 | 谢 明 | 谢广明 | 谢胜利 | 谢惠民 |
| 韩 兵 | 韩 敏 | 韩 靖 | 韩正之 | 韩志刚 | 韩京清 | 韩建达 | 韩崇昭 | 韩曾晋 | 楚天广 |
| 裘丽华 | 解学军 | 赖剑煌 | 路兆海 | 廖弘源 | 廖晓昕 | 慕小武 | 慕春棣 | 熊光楞 | 萧德云 |
| 蔡自兴 | 蔡连红 | 谭 正 | 谭 民 | 谭铁牛 | 潘 泉 | 潘志庚 | 黎 明 | 薛安克 | 薛劲松 |
| 霍 伟 | 霍 强 | 戴 矩 | 戴汝为 | 戴志勇 | 戴国忠 | 戴宗礼 | 戴冠中 | 魏 晨 | 魏学业 |