

非线性广义系统时滞相关的模糊控制¹⁾

袁宇浩¹ 张庆灵¹ 陈兵²

¹(东北大学系统科学研究所 沈阳 110004)

²(青岛大学复杂性科学研究所 青岛 266071)

(E-mail: yyhmds@sohu.com)

摘要 研究 T-S 模糊广义时滞系统的时滞相关稳定性问题. 通过定义新的 Lyapunov 函数, 给出时滞相关稳定性判据. 进一步考虑模糊权重的作用, 将不同子系统间的相互影响考虑到一个矩阵中, 给出放宽的模糊控制器设计方案. 数值算例表明所得结论较已有文献具有较小的保守性.

关键词 时滞相关, T-S 模糊广义时滞系统, 模糊控制, 线性矩阵不等式

中图分类号 TP13

Delay-Dependent Fuzzy Control for Nonlinear Descriptor Systems

YUAN Yu-Hao¹ ZHANG Qing-Ling¹ CHEN Bing²

¹(Institute of System Science, Northeastern University, Shenyang 110004)

²(Institute of Complexity Science, Qingdao University, Qingdao 266071)

(E-mail: yyhmds@sohu.com)

Abstract The delay-dependent stability condition of T-S fuzzy descriptor systems with time-varying delay is discussed. A delay-dependent stability criterion is proposed by defining a new Lyapunov function. With the effective application of weights, a less conservative fuzzy controller design method is given. The relaxed design method includes the interactions of different subsystems into one matrix. At last, some examples are given to illustrate that the new sufficient condition is less conservative than the results given by previous literature.

Key words Delay-dependent, T-S fuzzy descriptor system with time-delay, fuzzy control, linear matrix inequality (LMI)

1 引言

近年来, T-S 模糊模型作为一种本质非线性模型, 以其逼近精度较高, 并可借助线性系统理论研究非线性系统等优点广泛应用于控制领域. 1999 年, Taniguchi 和 Tanaka 等人将 T-S 模糊模型推广到非线性广义系统中^[1], 提出模糊广义系统的概念, 并分析了系统稳定性. 对于 T-S 模型描述的广义系统的分析和综合问题, 已经取得了一些成果^[1,2].

在实际问题中, 时滞因素通常会导致整个系统性能下降, 甚至不稳定. 因此, 对时滞系统的稳定性及其控制问题的研究具有重要意义. 从是否考虑时滞大小的角度来说, 时滞系统稳定性问题的研究通常分为两类, 一类是时滞无关稳定性的研究, 另一类是时滞相关稳定性的研究. 前者提供的控制器对时滞具有较强的鲁棒性, 但条件较苛刻; 后者在控制器的设计过程中考虑时滞因素对整个系统的影响. 一般而言, 与时滞相关稳定性设计方

1) 国家自然科学基金 (60574011) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60574011)

收稿日期 2005-6-17 收修改稿日期 2006-3-22

Received June 17, 2005; in revised form March 22, 2006

案相比, 时滞无关稳定性设计方案保守性较大, 尤其是在时滞较小的时候. 目前, 对于模糊广义时滞系统的研究还较少, 文献 [2] 在时滞无关意义下, 研究了模糊广义时滞系统的鲁棒控制问题. 据作者所见, 对模糊广义系统时滞相关控制问题的研究结果尚未见报道.

本文旨在讨论时滞相关意义下模糊广义时滞系统的稳定性问题. 借助于约束条件和 Moon 不等式^[3], 获得了基于 LMI 的时滞相关稳定性的充分条件. 进而结合模糊系统自身特点, 充分考虑各个模糊子系统间的相互作用, 给出一种放宽的状态反馈镇定方法. 算例表明, 本文所得时滞相关条件较 [2] 中时滞无关条件具有较小的保守性.

在本文中, 矩阵 $X > 0$ ($X \geq 0$) 表示 X 为正定 (半正定) 矩阵, 未具体指明维数的矩阵均具有适当的维数. 符号 “*” 表示矩阵中对称位置元素的转置.

2 模型描述及相关知识

考虑 T-S 模型描述的一类可解^[4] 的非线性广义时变时滞系统

$$\begin{aligned} E\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i(t) A_i \boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^r \lambda_i(t) A_{di} \boldsymbol{x}(t - \tau(t)) + \sum_{i=1}^r \lambda_i(t) B_i \boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{x}(t) &= \boldsymbol{\varphi}(t), \quad t \in [-\tau_0, 0] \end{aligned} \quad (1)$$

$E \in R^{n \times n}$ 通常为奇异矩阵, $\boldsymbol{x}(t) \in R^n$ 为状态, $\boldsymbol{u}(t) \in R^m$ 是输入.

$\lambda_i(t) = \prod_{j=1}^p N_{ij}(\theta_j(t)) / \sum_{i=1}^r \prod_{j=1}^p N_{ij}(\theta_j(t))$, $\sum_{i=1}^r \lambda_i(t) = 1$. $N_{ij}(\theta_j(t))$ 为 $\theta_j(t)$ 对于 N_{ij} 的隶属

度. N_{ij} 是模糊集, $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t)$ 为模糊规则前件变量, 并假定与控制输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 无关, 标量 r 是模糊规则数目. $\tau(t)$ 为系统的时变时滞, 满足 $0 \leq \tau(t) \leq \tau_0$, $\dot{\tau}(t) \leq d < 1$. τ_0 和 d 为已知常数. $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 是系统的状态初始向量. 假设系统为局部正则, 即存在 $s_i \in C$, 使得 $\det(s_i E - A_i) \neq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 成立.

对于一般的非线性广义系统 $E\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t))$, 可解性定义保证了系统不但有唯一解, 且解无脉冲. 以下的研究均将在系统可解的前提下进行.

引理 1^[3]. 设 $\boldsymbol{a}(\cdot) \in R^{n_1}$, $\boldsymbol{b}(\cdot) \in R^{n_2}$ 以及 $N(\cdot) \in R^{n_1 \times n_2}$ 定义在区间 Ω 上, 则有

$$-2 \int_{\Omega} \boldsymbol{a}^T(s) N \boldsymbol{b}(s) ds \leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}(s) \\ \boldsymbol{b}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y - N \\ Y^T - N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}(s) \\ \boldsymbol{b}(s) \end{bmatrix} ds \quad (2)$$

其中 X, Y, Z 为任意满足 $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$ 的适维矩阵.

简便起见, 以下将用 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_\tau, \boldsymbol{u}, \lambda_i$ 分别表示 $\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{x}(t - \tau(t)), \boldsymbol{u}(t), \lambda_i(t)$.

3 主要结果

3.1 时滞相关稳定性准则

首先考虑系统 (1) 的自治系统

$$E\dot{\boldsymbol{x}} = \sum_{i=1}^r \lambda_i A_i \boldsymbol{x} + \sum_{i=1}^r \lambda_i A_{di} \boldsymbol{x}_\tau, \quad \boldsymbol{x} = \boldsymbol{\varphi}(t), \quad t \in [-\tau_0, 0] \quad (3)$$

对于系统 (3), 我们有如下的时滞相关稳定性准则:

定理 1. 考虑系统 (3), 对于给定的时滞上界 $\tau_0 > 0$, 如果存在非奇异矩阵 $P, R > 0, R_1 > 0, S > 0, R_2$, 满足

$$E^T P = P^T E \geq 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P^T A_i + \tau_0 R_1 + R_2 + R_2^T + \frac{1}{1-d} R & P^T A_{di} - R_2 & \tau_0 A_i^T S \\ * & -R & \tau_0 A_{di}^T S \\ * & * & -\tau_0 S \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} (A_i + A_j)^T P + P^T (A_i + A_j) + 2\tau_0 R_1 + 2R_2 + 2R_2^T + \frac{2}{1-d} R & P^T (A_{di} + A_{dj}) - 2R_2 & \tau_0 A_i^T S & \tau_0 A_j^T S \\ * & -2R & \tau_0 A_{dj}^T S & \tau_0 A_{di}^T S \\ * & * & -\tau_0 S & 0 \\ * & * & * & -\tau_0 S \end{bmatrix} \leq 0, \quad i < j \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ * & E^T S E \end{bmatrix} \geq 0 \quad (7)$$

这里 $i, j = 1, 2, \dots, r$. 则对任何的 $\tau \in [0, \tau_0]$, 系统 (3) 均渐近稳定.

证明. 由牛顿 - 莱布尼兹公式, 系统 (3) 可表示为

$$E \dot{\mathbf{x}} = \left(\sum_{i=1}^r \lambda_i A_i + \sum_{i=1}^r \lambda_i A_{di} \right) \mathbf{x} - \sum_{i=1}^r \lambda_i A_{di} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{x}}(s) ds \quad (8)$$

选择 Lyapunov 函数: $V = V_1 + V_2 + V_3$. 其中 $V_1 = \mathbf{x}^T E^T P \mathbf{x}$, $V_2 = \int_{-\tau_0}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) E^T S E \dot{\mathbf{x}}(s) ds d\theta$,

$$V_3 = \frac{1}{1-d} \int_{t-\tau(t)}^t \mathbf{x}^T(S) R \mathbf{x}(s) ds.$$

V_1 中由引理 1 处理状态与时滞状态的乘积项, 式 (7) 为约束条件; \dot{V}_2 运用文献 [5] 中引理 2 进行放大; \dot{V}_3 中将 $1 - \dot{\tau}(t)/(1-d)$ 缩小为 1. 最后由条件 (5), (6) 可知 $\dot{V}(t) < 0$. 定理 1 得证. \square

3.2 放宽的时滞相关镇定准则

选取全局控制律为: $\mathbf{u} = \sum_{i=1}^r \lambda_i K_i \mathbf{x}$. 结合此控制律, 系统 (1) 具有如下形式

$$E \dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i \lambda_j (A_i + B_i K_j) \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r \lambda_i A_{di} \mathbf{x}_\tau \quad (9)$$

定理 2. 考虑系统 (9), 对于给定的时滞上界 $\tau_0 > 0$, 若存在非奇异矩阵 $\bar{P}, \bar{R} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{S} > 0, \bar{R}_2, Y_i, Z_{ij}$, 其中 $Z_{ij} = Z_{ji}^T, i, j = 1, 2, \dots, r$ 满足

$$\bar{P}^T E^T = E \bar{P} \geq 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} N_{ii} - Z_{ii1} & A_{di} \bar{P} - \bar{R}_2 - Z_{ii2} & \tau_0 (A_i \bar{P} + B_i Y_i)^T \\ * & -\bar{R} - Z_{ii3} & \tau_0 (A_{di} \bar{P})^T \\ * & * & -\tau_0 \bar{S} \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} N_{ij} - Z_{ij1} - Z_{ij1}^T & (A_{di} + A_{dj}) \bar{P} - 2\bar{R}_2 - Z_{ij2} - Z_{ij3}^T & \tau_0 (A_i \bar{P} + B_i Y_j)^T & \tau_0 (A_j \bar{P} + B_j Y_i)^T \\ * & -2\bar{R} - Z_{ij4} - Z_{ij4}^T & \tau_0 (A_{dj} \bar{P})^T & \tau_0 (A_{di} \bar{P})^T \\ * & * & -\tau_0 \bar{S} & 0 \\ * & * & * & -\tau_0 \bar{S} \end{bmatrix}$$

$$\leq 0, i < j \tag{12}$$

$$\bar{H} = [Z_{ij}]_{r \times r} < 0 \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_1 & \bar{R}_2 \\ * & \bar{P}^T E^T + E \bar{P} - \bar{S} \end{bmatrix} \geq 0 \tag{14}$$

则对任何的 $\tau \in [0, \tau_0]$, 闭环系统 (9) 均渐近稳定, 且反馈增益为 $K_i = Y_i \bar{P}^{-1}, i = 1, 2, \dots, r$. 其中 $N_{ii} = (A_i \bar{P} + B_i Y_i) + (A_i \bar{P} + B_i Y_i)^T + \tau_0 \bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \bar{R}_2^T + 1/(1-d)\bar{R}, N_{ij} = 2\tau_0 \bar{R}_1 + 2\bar{R}_2 + 2\bar{R}_2^T + 2/(1-d)\bar{R} + (A_i \bar{P} + A_j \bar{P} + B_i Y_j + B_j Y_i) + (A_i \bar{P} + A_j \bar{P} + B_i Y_j + B_j Y_i)^T, 1 \leq i \leq j \leq r$. $Z_{ii} = \begin{bmatrix} Z_{ii1} & Z_{ii2} \\ * & Z_{ii3} \end{bmatrix}, Z_{ij} = \begin{bmatrix} Z_{ij1} & Z_{ij2} \\ Z_{ij3} & Z_{ij4} \end{bmatrix}$.

注 1. 在 T-S 模糊模型中, 通常考虑两两子系统间的相互关系, 然而, 对于高维的模糊系统, 常有多于两个模糊子系统同时被激活. 本文同时考虑所有子系统间的相互关系, 将其综合作用的结果列写在一个矩阵中, 这样可以更加全面的考虑子系统间的相互影响.

注 2. 在文献 [2] 的定理 3 中, 要求 $H_{ij} (i \neq j)$ 是对称的. 而在本文的定理 2 中并不要求 $H_{ij} (i \neq j)$ 是对称的. 这样本文定理的条件就具有更大的自由度.

注 3. 若求取使系统保持渐近稳定的最大允许滞后时间 τ_{max} , 则可归结为具有 LMI 约束的凸优化问题, 具有广义特征值问题的形式. 可由 LMI 工具箱 gevp 求解器进行求解.

4 数值算例

例 1. 考虑由两条模糊规则描述的非线性广义时滞系统:

$$R_i : \text{IF } x_1 \text{ is } P_i, \text{ THEN } E\dot{x} = A_i x + A_{di} x_\tau, i = 1, 2$$

模糊集 ‘ P_i ’, $i = 1, 2$ 的隶属度函数分别为 $w_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-2x_1}}, w_2(x_1) = 1 - w_1(x_1)$. 且有 $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & a \\ -2 & -2 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ b & -0.5 \end{bmatrix}$. 系统时滞为 $\tau(t) = 0.3$. a, b 为可变参数. 图 1,2 分别为运用文献 [2] 中定理 1 和本文定理 1 判断系统稳定性的结果. 图中实心点表示能够判断该系统稳定, 无实心点处表明不能判断该系统稳定与否. 可以看出, 考虑时滞来对系统进行稳定分析, 得到的结果相对于时滞无关条件保守性较小.

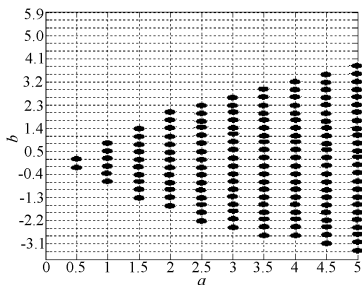


图 1 可由文献 [2] 定理 1 判断系统稳定性的范围
Fig. 1 Feasible area for the stability condition of Theorem 1 in [2]

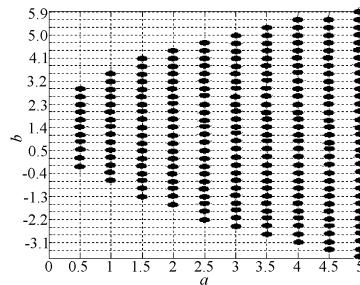


图 2 可由本文定理 1 判断系统稳定性的范围
Fig. 2 Feasible area for the stability condition of Theorem 1

例 2. 选取模糊模型:

$$R_i : \text{IF } x_1 \text{ is } P_i, \text{ THEN } E\dot{x} = A_i x + A_{di} x_\tau, i = 1, 2$$

模糊集 $\{P_i\}$, $i = 1, 2$ 的隶属度函数分别为 $w_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-x_1}}$, $w_2(x_1) = 1 - w_1(x_1)$. 并且有

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

考虑具有 $\tau(t) = a_1 + b_1 * \sin t$ 形式的时变时滞. 对于不同的 a_1, b_1 , 分别运用文献 [2] 的定理 3 和本文的定理 2 计算反馈增益, 所得结果如表 1 所示.

表 1 反馈增益比较

Table 1 Comparison of feedback gains

$\tau \setminus k$	文献 [2] 中定理 3 所得反馈增益	本文定理 2 所得反馈增益
$1 + 0.6 \sin t$	$k1 = 1.0e + 16 * [-1.7234 \quad -0.1694]$	$k1 = 1.0e + 3 * [5.7153 \quad 0.4718]$
	$k2 = 1.0e + 16 * [-1.7234 \quad -0.1694]$	$k2 = 1.0e + 3 * [3.7054 \quad 0.3007]$
$1 + 0 * \sin t$	$k1 = 1.0e + 15 * [5.9127 \quad 0.9175]$	$k1 = 1.0e + 3 * [-2.0079 \quad -0.2114]$
	$k2 = 1.0e + 15 * [5.9127 \quad 0.9175]$	$k2 = 1.0e + 3 * [-1.4232 \quad -0.1548]$
$0.05 + 0.05 \sin t$	$k1 = 1.0e + 15 * [-5.3346 \quad -0.8336]$	$k1 = [-95.4597 \quad -17.2739]$
	$k2 = 1.0e + 15 * [-5.3346 \quad -0.8336]$	$k2 = [-95.5799 \quad -19.5792]$

比较上述三组结果, 可以看出, 本文所得反馈增益比文献 [2] 中所得反馈增益小十几个数量级. 且时滞较小时, 保守性差距更加明显. 对于三组反馈增益, 进行系统仿真, 我们发现, 与文献 [2] 中由时滞无关条件得到的控制器相比, 本文所得控制器可在与其几乎相等的时间内, 用较少的能量来达到控制目的. 相关图表此处略去.

5 结语

本文讨论了 T-S 模糊广义时滞系统的时滞相关稳定性分析和镇定问题. 运用 Moon 不等式处理状态与时滞状态乘积项, 基于线性矩阵不等式的可解性给出了时滞相关稳定性准则. 进而充分考虑模糊子系统之间的相互关联, 得到一种放宽的模糊控制器设计方案, 这种处理方法可以应用到其他模糊控制问题的研究中. 数值算例表明, 本文所得时滞相关条件较已有的时滞无关条件具有较小的保守性.

References

- 1 Taniguchi T, Tanaka K, Yamafuji K, Wang H O. Fuzzy descriptor systems: stability analysis and design via LMIs. In: Proceedings of American Control Conference. San Diego, CA, USA: 1999. **3**(3): 1827~1831
- 2 Wang Y, Sun Z Q, Sun F C. Robust fuzzy control of a class of nonlinear descriptor systems with time-varying delay. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2004, **2**(1): 76~82
- 3 Moon Y S. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems. *International Journal of Control*, 2001, **74**(14): 1447~1455
- 4 Liu X P. Robust stabilization of nonlinear singular systems. In: Proceedings of the 34th Conference Decision and Control. New Orleans, LA: 1995. 2375~2376
- 5 Guan X P, Chen C L. Delay-dependent guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with time delays. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, **12**(2): 236~249

袁宇浩 博士生. 研究方向为模糊控制.

(YUAN Yu-Hao Ph.D. candidate. Her research interest includes fuzzy control.)

张庆灵 教授. 研究方向为分散控制, 鲁棒控制, 容错控制和广义系统理论.

(ZHANG Qing-Ling Professor. His research interests include decentralized control, robust control, fault-tolerant control, and theory of descriptor systems.)

陈兵 教授. 从事非线性系统的鲁棒控制, 模糊控制等研究.

(CHEN Bing Professor. His research interests include robust control of nonlinear systems and fuzzy control.)