第 28 卷 第 6 期
2002 年 11 月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 28, No. 6
Nov., 2002

短文

基于 H_∞ 观测器原理的模糊自适应控制器设计[1)]

张化光 黎 明
（东北大学电气自动化研究所 沈阳 110004）
（E-mail: hg_zhang@21cn.com）

摘 要 针对一类非线性系统提出一种利用观测器原理来求解干扰抑制项和控制器参数的新型模糊自适应控制方法. 通过寻求线性矩阵不等式(LMI)的可行解来得到具有 H_∞ 跟踪性能的模糊自适应观测器. 并证明了如果该观测器具有 H_∞ 跟踪性能，则由该观测器参数构成的控制器，可以保证闭环系统稳定.

关键词 模糊自适应控制，线性矩阵不等式，H_∞ 跟踪
中图分类号 TP273.4

ADAPTIVE FUZZY CONTROLLER DESIGN BASED ON THE PRINCIPLE OF H_∞ OBSERVER

ZHANG Hua-Guang LI Ming
(*Institute of Electric Automation, Northeastern University, Shenyang* 110004)
(E-mail: hg_zhang@21cn.com)

Abstract A new adaptive fuzzy law is proposed based on the principle of observer for a class of nonlinear system. The fuzzy adaptive observer with H_∞ tracking performance is designed through seeking the feasible solutions of a linear matrix inequality (LMI). And it is proved that the controller based on the parameters of observer with H_∞ tracking performance will stabilize the close loop system.

Key words Fuzzy adaptive control, LMI, H_∞ tracking

1 引言

基于 T-S 模型的模糊自适应控制是控制界的一个热点问题，并且已经取得了一些显著的

1) 国家自然科学基金(60274017)、国家教委博士点专项基金(20011045023)资助
收稿日期 2001-02-08 收修改稿日期 2001-06-07

成果[1]. 由于 T-S 模糊模型作为万能逼近器存在有界逼近误差,文献[2]针对 SISO 系统提出了模糊 H_∞控制策略,同时考虑了模糊系统的逼近误差和外部扰动,并将其衰减到给定的水平. 文献[3,4]针对方型和非方型 MIMO 系统提出了鲁棒控制策略. 文献[5]提出了基于观测器的模糊神经网络控制方案,但它对于不确定项的处理过于保守,使得控制量较大.

虽然在 T-S 模型模糊自适应控制理论方面取得了很多成果,但由于其控制律中需要调整的参数过多,实际应用中调试的风险很大. 为此,本文针对一类非线性系统提出一种利用观测器原理来求解干扰抑制项和控制器参数的自适应控制方法. 通过寻求 LMI 的可行解来得到具有 H_∞跟踪性能的模糊自适应观测器. 并证明了由具有 H_∞跟踪性能的观测器参数构成的控制器,可以保证闭环系统稳定. 这样我们就可以通过调整观测器的参数,根据状态观测的效果来估计控制的效果. 本文讨论的另一个问题就是干扰项的处理. 这里并不是简单的估计干扰项的上界(因为这样的设计往往比较保守,而且控制量较大),而是根据观测误差来实时求解干扰抑制项,这种设计方法得到的控制量比较小.

本文共分为五个部分,第 2 部分介绍了系统模型,第 3 部分讨论了基于 H_∞观测器原理的干扰抑制项设计方法. 第 4 部分介绍了基于观测器的控制器的设计方法. 最后,给出了几个关键的结论.

2 系统模型

考虑如下 n 阶非线性方程:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + B[f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})u + d] \\ y &= C\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{1}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{x}=[x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)}]^{\mathrm{T}}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in R^n$ 为状态向量, d 为外加有界干扰,$u\in R$,$y\in R$ 分别是控制器输入和系统输出,$f(\boldsymbol{x})$和 $g(\boldsymbol{x})$为未知非线性函数, $g(\boldsymbol{x})\neq 0$ 系统状态变量 $\boldsymbol{x}$ 完全可观测. $f(\boldsymbol{x})$和 $g(\boldsymbol{x})$可由模糊逻辑系统 $\hat{f}(\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{\theta}_f)=\boldsymbol{\theta}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$, $\hat{g}(\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{\theta}_g)=\boldsymbol{\theta}_g^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})\neq 0$ 来逼近,其中, $\boldsymbol{\theta}_f$ 和 $\boldsymbol{\theta}_g$ 为模糊系统可调参数向量,$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$为模糊基向量.

3 基于 H_∞观测器原理的干扰抑制项设计

在分析 H_∞观测器设计方法之前,首先要说明这里设计的观测器并不是用来观测不可测的未知状态,而是用来计算干扰抑制项,这里仍然是假设系统的状态完全可测. 我们将证明如果观测器在干扰抑制项的作用下能够逼近系统的真实状态,那么由该干扰抑制项构成的控制量可以使闭环系统稳定.

观测器方程:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} &= A\hat{\boldsymbol{x}} + B[\hat{f}(\hat{\boldsymbol{x}}) + \hat{g}(\hat{\boldsymbol{x}})u - v] + K_oC(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}) \\ \hat{y} &= C\hat{\boldsymbol{x}}\end{aligned} \tag{2}$$

其中 v 为干扰抑制项,u 为控制量,$\hat{f}(\hat{\boldsymbol{x}})=\hat{f}(\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{\theta}_f)$, $\hat{g}(\hat{\boldsymbol{x}})=\hat{g}(\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{\theta}_g)$

由式(1)和(2)得到

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}} &= (A - K_oC)\boldsymbol{e} + B[f(\boldsymbol{x}) - \hat{f}(\hat{\boldsymbol{x}}) + [g(\boldsymbol{x}) - \hat{g}(\hat{\boldsymbol{x}})]u + d + v] \\ e_1 &= C\boldsymbol{e}\end{aligned} \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{e}=\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}$, $e_1=x_1-\hat{x}_1=y-\hat{y}$.

进一步化简得到误差方程

$$\dot{\boldsymbol{e}} = A_o\boldsymbol{e} + B[\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f \cdot \psi(\hat{\boldsymbol{x}}) + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g \cdot \psi(\hat{\boldsymbol{x}})u + w + v] \tag{4}$$

其中 $A_o=A-K_oC$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f=\boldsymbol{\theta}_f^*-\boldsymbol{\theta}_f$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g=\boldsymbol{\theta}_g^*-\boldsymbol{\theta}_g$, $w=f(\boldsymbol{x})-\hat{f}(\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{\theta}_f^*)+[g(\boldsymbol{x})-\hat{g}(\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{\theta}_g^*)]u+d$, $\boldsymbol{\theta}_f^*$ 和$\boldsymbol{\theta}_g^*$ 为最优参数向量.

定理 1. 考虑观测误差动态方程(4),当控制量 u 有界时,对于给定的 $\gamma>0$,如果存在 $Q=Q^{\mathrm{T}}=P^{-1}>0$ 和 Y,满足如下 LMI

$$\begin{bmatrix} QA_o^{\mathrm{T}} + A_oQ + 2BY + \frac{1}{\gamma}BB^{\mathrm{T}} & Q \\ Q & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

且采用如下自适应律 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}=-\gamma_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{\boldsymbol{x}})$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}=-\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{\boldsymbol{x}})$, 则存在静态反馈 $v=K\boldsymbol{e}=YQ^{-1}\boldsymbol{e}$,使得对于任意 $t\in[0,\infty]$,观测误差 $\boldsymbol{e}$ 满足如下 H_∞跟踪性能[6]

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|_2^2 \leqslant \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(0)P\boldsymbol{e}(0) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f(0) + \frac{1}{\gamma^2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g(0) + \gamma\|w(t)\|_2^2 \tag{6}$$

其中, $\|\boldsymbol{e}(t)\|_2^2=\int_0^t\|\boldsymbol{e}(\tau)\|_2\mathrm{d}\tau$, $\|w(t)\|_2^2=\int_0^t|w(\tau)|^2\mathrm{d}\tau$.

证明. 取 Lyapunov 函数 $V=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{e}+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f+\frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g$

$$\dot{V}=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(A_o^{\mathrm{T}}P+PA_0)\boldsymbol{e}+2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PBv+2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PBw+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PB[\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}\psi(\hat{\boldsymbol{x}})+\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}\psi(\hat{\boldsymbol{x}})u]+\frac{1}{\gamma_1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f+\frac{1}{\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g \tag{7}$$

由条件 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}=-\gamma_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{\boldsymbol{x}})$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}=-\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{\boldsymbol{x}})$, $v=K\boldsymbol{e}$

$$\dot{V} = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(A_o^{\mathrm{T}}P + PA)\boldsymbol{e} + 2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PBv + 2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}PBw$$

定义性能指标 $J=\int_0^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}-rw^{\mathrm{T}}w)\mathrm{d}\tau$

$$J = \int_0^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} - \gamma w^{\mathrm{T}}w + \dot{V})\mathrm{d}t - \int_0^{\mathrm{T}}\dot{V}\,\mathrm{d}t <$$

$$\int_0^{\mathrm{T}}\left([\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}, w^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix} A_o^{\mathrm{T}}P + PA_0 + I + 2PBK & PB \\ B^{\mathrm{T}}P & -\gamma \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{e} \\ w\end{bmatrix}\right)\mathrm{d}t + V(0)$$

令 $Q=P^{-1}$, $Y=KQ$, 由 Schur 引理得到下面两个 LMI 等价

$$\begin{bmatrix} A_o^{\mathrm{T}}P + PA_0 + I + 2PBK & PB \\ B^{\mathrm{T}}P & -\gamma \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} QA_o^{\mathrm{T}} + A_0Q + 2BY + \frac{1}{\gamma}BB^{\mathrm{T}} & Q \\ Q & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$J < V(0) = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(0)P\boldsymbol{e}(0) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f(0) + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g(0)$$

$$\| e(t) \|_2^2 \leqslant e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)_f(0) + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) + \gamma \| w(t) \|_2^2$$ 证毕.

注 1. 1) 这里干扰抑制项 $v=Ke$ 包含了所有状态的观测误差,所以要求状态是可检测的.

2) 当 $V(0)=0$ 时, $\sup \frac{\| e(t) \|_2}{\| w(t) \|_2} \leqslant \sqrt{\gamma}$.

3) 当 $w \in L_2[0,+\infty)$时, $e \in L_2[0,\infty)$.

4 控制器设计

定理 2. 考虑非线性系统(1),如果采用如下控制律

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\hat{x})}[-\hat{f}(\hat{x}) + v + y_m^{(n)} + K_c(\hat{x} - y_m)] \tag{8}$$

和自适应律 $\dot{\theta}_f^{\mathrm{T}}=-\gamma_1 e^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{x})$, $\dot{\theta}_g^{\mathrm{T}}=-\gamma_2 e^{\mathrm{T}}PB\psi(\hat{x})$, $A-BK_c$ 是 Hurwitz 矩阵,则闭环系统所有状态有界,当观测误差 $\| e \| \to 0$ 时,跟踪误差 $\varepsilon_1 \to 0$.

证明. 设 $y_m=[y_m, y_m^{(1)}, \cdots, y_m^{(n-1)}]$, $\hat{\varepsilon}=\hat{x}-y_m$, $\varepsilon=x-y_m$, 代入方程(2)并采用控制律(8)得到

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = (A + BK_c)\hat{\varepsilon} + K_oCe$$

由定理 1 得 $e \in L_\infty$, $A+BK_c$ 是 Hurwitz 的,由文献[5]中引理 1 可知

$$\| \hat{\varepsilon}(t) \| \leqslant \lambda_0 e^{-\alpha_0 t} \| \varepsilon_0 \| + \frac{\| K_oC \| \lambda_0}{\sqrt{2\alpha_0 - \delta}} \| e(t) \|_{2\delta} \tag{9}$$

于是 $\hat{\varepsilon} \in L_\infty$, $\varepsilon = e + \hat{\varepsilon} \in L_\infty$, $\varepsilon = e + \hat{\varepsilon} \in L_\infty$.

由于 $y_m, \varepsilon, \hat{\varepsilon}$ 有界,所以 $\hat{x}=\hat{\varepsilon}+y_m$, $x=\varepsilon+y_m$ 有界. 当 $w \in L_2[0,\infty)$时, $\lim\limits_{t\to\infty} e_1=0$, 由式(9)知, $\lim\limits_{t\to\infty}\hat{\varepsilon}_1=0$, $\lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon_1=0$,系统渐近稳定. 证毕.

从以上证明可以看出,在观测器中设计干扰抑制项 v,使观测器具有 H_∞ 跟踪性能,则将此干扰抑制项代入控制量中,闭环系统输出跟踪误差将可以达到任意小. 在实际应用中,可以首先在控制对象上施加一有界控制量,使系统在安全的范围内运行,此时并不要求系统的控制效果,将系统各个状态变量和输入送入设计的观测器中,通过调整观测器的参数,根据观测状态能否逼近于真实状态,就可以判断控制是否有效,而不需要将控制量直接加于系统之中. 当观测状态逼近真实状态后,由定理 2 可以得到,当采用控制律(8)替换现有的控制输入,系统将会有良好的控制性能. 这对于实验阶段系统的安全性有着重要的意义.

5 结论

通过以上讨论可以得出以下结论.

1) 通过选取合适的 γ 可以使得观测误差衰减到一个较小的范围内,从而保证系统的输出跟踪误差衰减到一个小的水平,系统所有状态有界.

2) 通过观察观测误差的收敛情况,可以间接地判断控制效果.

3) 干扰抑制项的的设计是根据当前系统受扰情况决定的,而不是根据外扰的上界来确定,所以控制量相对较小,系统具有较强的鲁棒性.

参 考 文 献

1 Wang L X. Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994

2 Chen B S, Lee C H, Chang Y C. H_∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: Adaptive fuzzy approach. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1996, **4**(1): 32～43

3 Zhang Huaguang, Zeungnam Bien. Adaptive fuzzy control of MIMO nonlinear systems. *Fuzzy sets and systems*, 2000, **115**(2): 191～204

4 Zhang Huaguang, Zeungnam Bien. A fuzzy basis function vector-based multivarible adaptive controllor for nonlinear systems. *IEEE. Trans. on System, Man, Cybernetic*, 2000, **30**(1): 210～217

5 Yih-Guang Leu, Tsu-Tian Lee, Wei-Yen Wang. Observer-Based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems. *IEEE Trans on System, Man, Cybernetic*, 1999, **29**(5): 583～591

6 Basa T, Berhard P. H_∞-Optimal Control and Related Minimax Problems. Berlin: Birkhäuser, 1990

张化光　东北大学电气自动化研究所所长，教授，博士生导师. 研究方向为模糊控制、智能控制、非线性控制，以及在生产过程控制中的应用.

黎　明　东北大学信息科学与工程学院博士研究生. 研究方向为 H_∞ 控制理论、粗糙集理论及其在控制中的应用.

2001 年审稿者名单

丁 锋	丁永生	丁明跃	卜东波	万百五	于海斌	于景元	马 良	马少平	马保离
马颂德	尹朝万	文成林	方华京	方棣棠	毛宗源	毛剑琴	王 龙	王 伟	王 宏
王 岩	王 珏	王 凌	王 硕	王 联	王士同	王大均	王广雄	王飞跃	王中生
王书宁	王仁华	王天然	王少萍	王文渊	王正东	王正志	王永初	王玉振	王田苗
王兆其	王先来	王庆林	王执铨	王行仁	王志珍	王国胤	王诗宓	王金枝	王树青
王家廞	王培良	王朝珠	王越超	王煦法	王精业	王蕴红	王耀南	王耀清	邓 辉
邓飞其	邓自立	韦 庆	丛 爽	付俊庆	冯 兵	冯冬芹	冯纯伯	冯祖仁	冯德兴
卢汉清	卢桂章	史定华	史忠科	史忠植	叶 昊	叶庆凯	叶银忠	甘作新	田 琦
田玉平	白 硕	石纯一	石宗英	石青云	艾海舟	边肇祺	任 勇	任 章	任主明
任志良	任雪梅	伍乃骐	伍清河	关治洪	关新平	刘 民	刘大有	刘永清	刘华平
刘吉林	刘迎健	刘妹琴	刘建平	刘康生	刘理天	孙优贤	孙先仿	孙树栋	孙振东
孙富春	孙增圻	安 凯	年晓红	朱 枫	朱大铭	朱允民	朱礼涛	朱学峰	朱翼隽
毕树生	汤淑明	汤善健	许可康	达飞鹏	阮荣耀	齐翔林	严加安	严洪森	何 芸
何新贵	余永权	余达太	余跃庆	佟明安	佟绍成	吴 敏	吴 麒	吴立德	吴成柯
吴宏鑫	吴沧浦	吴建平	吴铁军	吴淮宁	吴清河	吴智铭	吴福朝	宋玉杰	宋执环
宋靖雁	应明生	张 钹	张 铃	张 毅	张乃尧	张卫东	张中生	张元林	张化生
张化光	张天序	张文生	张庆灵	张纪峰	张进华	张承福	张贤达	张洪钺	张贵仓
张恭清	张艳霞	张鸿宾	李 波	李 勇	李 黎	李人厚	李少远	李占山	李训经
李伯虎	李秀改	李明福	李春文	李洪兴	李祖枢	李衍达	李爱军	李清泉	李朝东
李嗣福	李德强	李德毅	杨 杰	杨 耕	杨士元	杨成梧	杨自厚	杨国武	杨学实
杨家本	杨峻松	杨海成	杨富文	杨静宇	汪 镭	汪小帆	汪云九	汪定伟	沈 振
沈 理	肖田元	苏宏业	苏保河	苏剑波	迟惠生	邱玉辉	邵惠鹤	邹益仁	陆化普
陆玉昌	陆际联	陈 柯	陈 荣	陈万义	陈卫东	陈小平	陈文德	陈仪香	陈永义

（下转第 1005 页）