第28卷 第5期
2002年9月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 28, No. 5
Sept., 2002

短文

无源性原理在鲁棒镇定中的应用[1)]

叶华文[1] 戴冠中[1] 王 红[2]

[1](西北工业大学自动控制系 西安 710072)

[2](南开大学数学科学学院 天津 300071)

(E-mail: yehuawen@163.com)

摘 要 研究自由动态临界稳定仿射系统的输入到状态镇定,通过零状态可探测假设,减弱了通常的前提条件:自由动态全局渐近稳定;运用无源性原理研究扰动抑制,给出了输出负反馈解扰动抑制问题的简明条件.分析中用到 Legendre-Fenchel 变换.

关键词 无源系统,零状态可探测,输入到状态镇定,扰动抑制

中图分类号 O231

APPLICATIONS OF PASSIVITY THEORY IN ROBUST STABILIZATION

YE Hua-Wen[1] DAI Guan-Zhong[1] WANG Hong[2]

[1](*Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an* 710072)

[2](*College of Mathematics Science, Nankai University, Tianjin* 300071)

(E-mail: yehuawen@163.com)

Abstract In this paper, we firstly investigate the input-to-state stabilization of affine systems whose unforced dynamics are critically stable. Using the hypothesis of zero-state detectability we obtain a result that weakens the general precondition that unforced dynamics are globally asymptotically stable. We then apply the passivity theory to studies of disturbance attenuation, and put forward concise conditions guaranteeing negative output feedback to solve disturbance attenuation problems. In our analysis Legendre-Fenchel transformation is used.

Key words Passive systems, zero-state detectability, input-to-state stabilization, disturbance attenuation

1 引言

无源性和贮藏函数等概念来自物理系统,后引入一般系统的镇定研究.近来,无源系统

1) 西北工业大学重点学科建设项目、西北工业大学引进人才启动基金资助

收稿日期 2000-06-19 收修改稿日期 2001-12-18

镇定理论得到进一步发展，文献[1,2]给出了许多重要结果. 本文首先简要介绍无源系统的镇定原理，然后将其运用于两类鲁棒镇定问题——输入到状态镇定和扰动抑制.

2　无源系统镇定基本原理

考察仿射系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u},\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}\in R^n$ 为系统状态；$\boldsymbol{u},\boldsymbol{y}\in R^m$ 分别为系统的输入输出；$\boldsymbol{f},\boldsymbol{g},\boldsymbol{h}$ 均光滑；$\boldsymbol{f}(0)=\boldsymbol{h}(0)=0$.

定义 1[1]. 称系统(1)具有 Kalman-Yakubovitich-Popov(KYP)特性，如果存在非负贮藏函数 $V,V(0)=0$，使得$\forall\ \boldsymbol{x}\in R^n$，$L_fV(\boldsymbol{x})\leqslant 0,L_gV(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$. 此处 L_fV 表示函数 V 沿向量场 $\boldsymbol{f}$ 的李导数[3]. 特别地，严格无源系统(1)的 KYP 特性为$\forall\ \boldsymbol{x}\in R^n,L_fV(\boldsymbol{x})\leqslant-\alpha(\boldsymbol{x})$，$L_gV(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$，其中 $\alpha(\cdot)$正定.

引理 1[1]. 系统(1)无源当且仅当其具有 KYP 特性.

定义 2[2]. 称系统(1)零状态可探测，如果状态输出系统 $\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}),\boldsymbol{y}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$的解 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}(t;\boldsymbol{x}^0)$满足：对任给初始条件 $\boldsymbol{x}^0=\boldsymbol{x}(0)\in R^n,t\geqslant 0,\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(t;\boldsymbol{x}^0))=0\Rightarrow\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t;\boldsymbol{x}^0)=0$.

本文所说镇定是指，反馈所得闭环全局渐近稳定(GAS)；后面总假定无源系统的贮藏函数 V 光滑正定适定. 非负贮藏函数 V 适定是指，$\forall\ a>0$，集合$\{\boldsymbol{x}\in R^n:\ V(\boldsymbol{x})\leqslant a\}$为紧集.

定理 1[1]. 如果无源系统(1)零状态可探测，那么可被输出负反馈 $\boldsymbol{u}=-\boldsymbol{y}$ 镇定.

3　鲁棒镇定应用

3.1　在输入到状态镇定中的应用

有关输入到状态镇定的文献，往往要求控制系统的自由动态 GAS，本节运用无源系统镇定原理，特别地，通过零状态可探测假设，证明自由动态临界稳定的仿射系统，可被形如 $\boldsymbol{u}=-[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$ 的反馈输入到状态镇定.

考察非线性控制系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}),\ \boldsymbol{x}\in R^n,\ \boldsymbol{u}\in R^m,\ \boldsymbol{f}(0,0)=0 \tag{2}$$

定义 3[4]. 称系统(2)为输入到状态稳定(ISS)，如果对任给初始条件 $\boldsymbol{x}_0$ 和有界输入 $\boldsymbol{u}$，系统的解存在且满足 $|\boldsymbol{x}(t)|\leqslant\beta(|\boldsymbol{x}_0|,t)+\gamma(|\boldsymbol{u}(t)|)$，其中函数 $\beta\in KL$，$\gamma\in K$(有关 KL 函数、K 函数和 K_∞函数参见文献[4]).

直观理解 ISS 即是，有界输入导致有界状态，而当 $\boldsymbol{u}(t)\equiv 0$ 或$\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{u}(t)=0$ 时系统(2) GAS.

定义 4[4]. 称控制律 $\boldsymbol{\alpha}(\cdot)$，$\boldsymbol{\alpha}(0)=0$ 输入到状态镇定系统(2)，如果系统 $\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{v})$关于 $\boldsymbol{v}$ 为 ISS.

引理 2[5]. 系统(2)ISS 当且仅当对正定适定函数 V 和 K_∞函数 α_1,α_2，有 $\dot{V}\leqslant-\alpha_1(|\boldsymbol{x}|)+\alpha_2(|\boldsymbol{u}|)$.

若γ 及其导数 γ' 都为 K_∞函数，则定义 Legendre-Fenchel 变换ℓ为$\ell\,\gamma(r)=\int_0^r(\gamma')^{-1}(s)\mathrm{d}s$.

引理 3[6]. Legendre-Fenchel 变换ℓ具有性质：1) $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant\ell\,\gamma(|\boldsymbol{x}|)+\gamma(|\boldsymbol{y}|)$，$\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 为向

量;2)若 γ 为 K_∞ 函数,$\ell\gamma$ 亦为 K_∞ 函数;3)$\ell\ell\gamma=\gamma$.

考察光滑仿射系统

$$\dot{x}(t)=f(x)+g(x)u, x\in R^n,\quad u\in R^m \tag{3}$$

假设 1. 对光滑正定适定函数 V 和 K_∞ 函数 α,对所有 $x\in R^n$,系统(3)满足 $L_fV(x)\leqslant -\alpha(|x|)$.

以假设 1 为前提,文献[4]用控制 $u=(1/2m)L_fV(x)(L_gV(x))^{\mathrm{T}}$ 输入到状态镇定系统(3). 实际上,若假设 1 成立,则简单反馈律 $u=-[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 输入到状态镇定(3). 事实上,

$$\dot{V}=L_fV(x)-|L_gV(x)|^2+L_gV(x)v\leqslant$$
$$-\alpha(|x|)-|L_gV(x)|^2+|L_gV(x)|^2+(1/4)|v|^2=-\alpha(|x|)+\bar{\alpha}(|v|),$$

此处 $\bar{\alpha}(s)=(1/4)s^2$,由引理 2 知论断正确. 根据引理 1 还可知道,用 $u=-[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 输入到状态镇定系统(3),相当于给出严格无源系统 $\dot{x}(t)=f(x)+g(x)u$, $y=[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 的输出负反馈.

定理 2. 系统(3)的自由动态临界稳定,即对光滑正定适定函数 V 和所有 $x\in R^n$, $L_fV(x)\leqslant 0$. 如果相应的状态输出系统 $\dot{x}(t)=f(x)$, $y=[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 零状态可探测,则控制 $u=-[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 输入到状态镇定系统(3).

证明. 由引理 1 知, $\dot{x}(t)=f(x)+g(x)u$, $y=[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$ 为无源系统,又知其零状态可探测,根据定理 1,系统 $\dot{x}(t)=f(x)-g(x)[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}$GAS. 由此,根据逆李雅普诺夫稳定原理[4],必存在 K_∞ 函数 β 和光滑正定适定函数 W,使得 $L_{f-g[L_gV]^{\mathrm{T}}}W(x)\leqslant-\beta(|x|)$成立. 下面验证 $\dot{x}(t)=f(x)-g(x)[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}+g(x)v$ 关于 v 为 ISS. 既然 $L_gW(0)=0$,则存在 K_∞ 函数 π 使得 $|L_gW(x)|\leqslant\pi(|x|)$;既然 $\beta\circ\pi^{-1}\in K_\infty$,则存在 K_∞ 函数 ζ,其导数也为 K_∞ 函数,使得 $\zeta(r)\leqslant(1/2)\beta\circ\pi^{-1}(r)$. 定义 $\gamma=\ell\zeta$,由引理 3 的性质 3)知 $\ell\ell\zeta=\zeta$,这意味着 $\ell\gamma(r)\leqslant(1/2)\beta\circ\pi^{-1}(r)$; 由引理 3 的性质 2)还知道 $\gamma\in K_\infty$. 这样,运用引理 3 的性质 1)可得到

$$\dot{W}=L_{f-g[L_gV]^{\mathrm{T}}}W(x)+L_gW(x)v\leqslant-\beta(|x|)+\ell\gamma(|L_gW(x)|)+\gamma(|v|)\leqslant$$
$$-(1/2)\beta(|x|)+\gamma(|v|).$$

根据引理 2 结论得证. 证毕.

尽管逆李雅普诺夫稳定原理可保证函数 W 的存在,但实际中怎样构造却并非简单,因此,如果出于其它考虑想得到耗散不等式 $\dot{W}\leqslant-(1/2)\beta(|x|)+\gamma(|v|)$,将是很困难的事情. 然而,提供比零状态可探测更强的条件,设计在原点处也许不连续的控制律,则可以得到明确的耗散不等式.

假设 2. 考察系统(3),对光滑正定适定函数 V,对所有 $x\in R^n$,有 $L_fV(x)\leqslant 0$ 成立,而且

$$\forall\, x\neq 0,\ L_gV(x)=0\Rightarrow\exists\ \alpha\in K_\infty,\ L_fV(x)\leqslant-\alpha(|x|).$$

上面的蕴涵式强于零状态可探测条件,但仍然不要求系统(3)的自由动态 GAS,因为只要求在流形 $L_gV(x)=0$ 上满足 $L_fV(x)\leqslant-\alpha(|x|)$.

定理 3. 如果假设 2 成立,下面的控制律

$$u=k(x):=\begin{cases}-\dfrac{\alpha(|x|)+|L_gV(x)|^2}{|L_gV(x)|^2}[L_gV(x)]^{\mathrm{T}}, & [L_gV(x)]^{\mathrm{T}}\neq 0\\ 0, & [L_gV(x)]^{\mathrm{T}}=0\end{cases}$$

输入到状态镇定系统(3).

证明. $[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}\neq 0$ 时，$\dot{V}\leqslant-\alpha(|\boldsymbol{x}|)+\bar{\alpha}(|\boldsymbol{v}|)$，此处 $\bar{\alpha}(s)=(1/4)s^2$；$[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}=0$ 时，不论 $\boldsymbol{x}\neq 0$ 还是 $\boldsymbol{x}=0$，耗散不等式 $\dot{V}\leqslant-\alpha(|\boldsymbol{x}|)+\bar{\alpha}(|\boldsymbol{v}|)$ 总成立. 由引理 2 结论得证.

证毕.

3.2 在扰动抑制研究中的应用

对零状态可探测的无源系统，输出负反馈不仅是镇定控制器，还具有一定的最优性或者鲁棒性，详细讨论可参见文献[7,8]，本节将揭示这种反馈在简明条件下对扰动的抑制性.

考察系统(1)的两种受扰形式

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}+\bar{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{d},\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{d}),\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{d}\tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{d}\in R^m$ 为扰动输入.

假设 3. 系统(1)关于光滑正定适定函数 V 无源且零状态可探测.

定义 5. 称控制律 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{\alpha}(0)=0$ 为式(4)或(5)的扰动抑制解，若 $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{x})$GAS，且闭环关于供应率 $-q(\boldsymbol{y},\boldsymbol{u})+r(\boldsymbol{d})$，$q(\cdot,\cdot)\geqslant 0$，$q(0,0)=0$，$r(\cdot)\geqslant 0$，$r(0)=0$，满足耗散不等式

$$\forall\ \boldsymbol{d},\ \forall\ t\geqslant 0,\ \dot{V}\leqslant-q(\boldsymbol{y},\boldsymbol{u})+r(\boldsymbol{d}).$$

定理 4. 如果系统(4)满足假设 3，且对正数 β,l 和 K_∞ 函数 γ 有下面的不等式成立

$$L_fV(\boldsymbol{x})-\frac{\beta}{2}|L_gV(\boldsymbol{x})|^2+\frac{l}{2}\ \ell\gamma(2|L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})|)\leqslant 0\tag{6}$$

那么 $\boldsymbol{u}=-\beta[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$ 为系统(4)的扰动抑制解(ℓ为 Legendre-Fenchel 变换).

证明. 根据假设 3 并运用定理 1 可知，反馈 $\boldsymbol{u}=-\beta[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$ 镇定未受扰系统. 下面证明闭环满足耗散不等式. 结合式(6)并运用引理 3 的性质 1)，计算 V 沿系统(4)的解的时间导数，得到

$$\begin{aligned}\dot{V}=&L_fV(\boldsymbol{x})+L_gV(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}+L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})\boldsymbol{d}\leqslant\\&L_gV(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}+L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})\boldsymbol{d}+\frac{\beta}{2}|L_gV(\boldsymbol{x})|^2-\frac{l}{2}\ \ell\gamma(2|L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})|)=\\&\frac{\beta}{2}\left|\frac{1}{\beta}\boldsymbol{u}+[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}\right|^2-\frac{1}{2\beta}|\boldsymbol{u}|^2+\frac{l}{2}[2L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})]\left(\frac{\boldsymbol{d}}{l}\right)-\frac{l}{2}\ \ell\gamma(2|L_{\bar{g}}V(\boldsymbol{x})|)\leqslant\\&\frac{\beta}{2}\left|\frac{1}{\beta}\boldsymbol{u}+[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}\right|^2-\frac{1}{2\beta}|\boldsymbol{u}|^2+\frac{l}{2}\gamma\left(\frac{|\boldsymbol{d}|}{l}\right).\end{aligned}$$

根据假设 3 及引理 1 可知 $\boldsymbol{h}=[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$. 取 $\boldsymbol{u}=-\beta[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，于是

$$\dot{V}\leqslant-\frac{\beta}{2}|\boldsymbol{y}|^2+\frac{l}{2}\gamma\left(\frac{|\boldsymbol{d}|}{l}\right).$$

证毕.

定理 5. 如果系统(5)满足假设 3，那么 $\boldsymbol{u}=-\frac{l^2}{l^2-2}[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，$l>\sqrt{2}$ 为扰动抑制解.

证明. 反馈 $\boldsymbol{u}=-\frac{l^2}{l^2-2}[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，$l>\sqrt{2}$ 镇定未受扰系统，理由同上. 下面证明闭环满足耗散不等式. 预置 Hamilton 函数

$$H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{d},\boldsymbol{u})=\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{d})]+\frac{1}{2}|\boldsymbol{h}+\boldsymbol{d}|^2+\frac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2-\frac{1}{2}l^2|\boldsymbol{d}|^2,$$

求出此函数的鞍点$(\boldsymbol{d}_*,\boldsymbol{u}_*)$：$\boldsymbol{d}_*=\frac{1}{l^2-1}(\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{p}+\boldsymbol{h})$，$\boldsymbol{u}_*=-\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{p}$. 可验证

$$H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{d},\boldsymbol{u})=H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{d}_*,\boldsymbol{u}_*)+\frac{1}{2}|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_*|^2-\frac{1}{2}(l^2-1)|\boldsymbol{d}-\boldsymbol{d}_*|^2\tag{7}$$

令 $\boldsymbol{p}=W_x^{\mathrm{T}}=(\partial W/\partial \boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}$，此时 $\boldsymbol{d}_{\cdot}=\frac{1}{l^2-1}[(L_gW(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{h}]$，$\boldsymbol{u}_{\cdot}=-(L_gW(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$，而

$$H(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d}_{\cdot},\boldsymbol{u}_{\cdot})=L_fW(\boldsymbol{x})+(l^2-1)^{-1}L_gW(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}+\frac{1}{2}l^2(l^2-1)^{-1}\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}+\frac{1}{2}\frac{2-l^2}{l^2-1}|L_gW(\boldsymbol{x})|^2.$$

由假设 3 及引理 1 可知 $\boldsymbol{h}=[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，$L_fV(\boldsymbol{x})\leqslant 0$，由此可检验，$W(\boldsymbol{x})=\frac{l^2}{l^2-2}V(\boldsymbol{x})$ 为不等式 $H(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d}_{\cdot},\boldsymbol{u}_{\cdot})\leqslant 0$ 的解，事实上，$H(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d}_{\cdot},\boldsymbol{u}_{\cdot})=\frac{l^2}{l^2-2}L_fV(\boldsymbol{x})\leqslant 0$.

因此，取 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_{\cdot}(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}})=-\frac{l^2}{l^2-2}[L_gV(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$，由式(7)可得

$$H(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d},\boldsymbol{u}_{\cdot})\leqslant H(\boldsymbol{x},W_x^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d}_{\cdot},\boldsymbol{u}_{\cdot})\leqslant 0\ ,$$

即

$$\dot{V}\leqslant-\frac{l^2-2}{2l^2}|\boldsymbol{y}|^2-\frac{l^2}{2(l^2-2)}|\boldsymbol{h}|^2+\frac{1}{2}(l^2-2)|\boldsymbol{d}|^2.$$

证毕.

4 结束语

本文揭示，自由动态临界稳定的仿射系统，如果相应无源系统零状态可探测，那么输出负反馈可达到输入到状态镇定目的；将无源性原理运用于扰动抑制问题，揭示了输出负反馈在简明条件下对扰动的抑制性.

参 考 文 献

1 Byrnes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1991,**36**(11):1228～1240

2 Byrnes C I, Martin C F. An integral-invariance principle for nonlinear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1995,**40**(6):983～993

3 程代展. 非线性控制系统的几何理论. 北京：科学出版社，1988. 11～15

4 Sontag E D. Smooth stabilization implies coprime factorization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1989,**34**(4):435～443

5 Sontag E D, Wang Y. On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 1995, **24**:351～359

6 Krstic M, Lin Z. Inverse optimal design of input-to-state stabilizing nonlinear controllers. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1998,**43**(3):336～350

7 Qin Hua-Shu, Hong Yi-Guang. Passivity,stability and optimality. *Control theory and applications*, 1994,**11**(4):421～427

8 Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P V. Constructive Nonlinear Control. London: Springer, 1997. 72～121

叶华文 西北工业大学自动控制系博士生. 研究方向为稳定鲁棒控制等.

戴冠中 博士生导师. 研究领域为大系统理论、非线性控制、智能控制、信息融合和并行分布计算等.

王 红 博士生导师. 研究领域为微分几何理论及应用和非线性系统的几何理论等.