第28卷 第5期 自动化学报 Vol. 28, No. 5
2002年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sept., 2002

短文

基于近似模型的多层模糊CMAC自适应非线性控制[1)]

刘 治 李春文
（清华大学自动化系 北京 100084）
（E-mail: liuzhioo@mails.tsinghua.edu.cn）

摘 要 针对非线性离散时间系统的控制问题，提出了一种基于近似模型的多层模糊CMAC自适应控制方法. 采用多层模糊CMAC对非线性函数进行逼近，并提出了一种新的神经网络学习算法来保证权值的有界性. 由于无需满足PE条件，所以文中提出的方法对于离散时间系统的神经网络控制问题具有实际价值.

关键词 神经网络，非线性控制，近似模型，自适应控制
中图分类号

MULTI-LAYER FUZZY CMAC ADAPTIVE NONLINEAR CONTROL BASED ON AN APPROXIMATION MODEL

LIU Zhi LI Chun-Wen
(*Department of Automation, Tsinghua University, Beijing* 100084)
(E-mail: Liuzhioo@mails.tsinghua.edu.cn)

Abstract A multi-layer fuzzy CMAC adaptive control method based on an approximate model is presented in this paper for nonlinear discrete-time systems. The nonlinear functions are approximated by multi-layer fuzzy CMAC. A new training algorithm is proposed to guarantee the bounded weight, and persistency of excitation condition is not required. The presented algorithm has practical value for neural network control of discrete-time system.

Keywords Neural networks, nonlinear control, approximation model, adaptive control

1 引言

一般非线性系统在满足一定条件[1]的情况下，可以在其平衡点的邻域表达为一类NARMA模型. 文献[2]提出了两种近似模型对NARMA模型进行替代，简化了控制器设计. 其中NARMA-L2模型在本质上就是一种由NARMA模型在工作点展开而得到的具有不确定性扰动的仿射非线性系统. 在利用近似模型设计神经网络控制器时，模型误差通常比

1）国家重点基础研究专项基金(G1998020307)、国家自然科学基金重点基金(69934010)、清华大学信息学院985基金重点项目(985-信息-01-基金-01)和清华大学985拟人机器人项目资助
收稿日期 2000-08-28 收修改稿日期 2001-04-24

较大. 在模型误差较大的情况下,如何设计神经网络结构以及相应训练算法就成为神经网络控制中的重要问题.

本文利用简化的近似模型对 NARMA 模型进行控制,针对离散时间系统提出相适应的神经网络训练算法和监督控制量. 该算法的优点: 1)只需要神经网络训练算法的修正参数满足两个条件即能保证神经网络权值的有界性,无需验证 PE 条件; 2)两个条件容易验证且与模型误差无关; 3) 引入的死区函数提高了算法的鲁棒性; 4)在训练速度和修正能力上也优于文献[4]的算法. ε 修正算法和 σ 修正算法在连续时间系统中解决了类似的问题,本算法的提出解决了一类离散时间系统的神经网络控制问题.

2 多层模糊 CMAC 神经网络对近似模型的逼近

考虑 SISO 的 NARMA 模型

$$y(k+d)=F(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n+1),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)) \tag{1}$$

其中 y 是输出,u 是输入,d 表示系统的相对阶数. 为简单起见,本文仅考虑 $d=1$ 的情形. 定义紧集 $X\subset R^{2n-1}$, $\boldsymbol{x}(k)=[y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n+1),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}(k)\in X$. 将(1)式在 $u(k)=\bar{u}(k)$一阶展开,得近似模型 NARMA-L2

$$\begin{aligned}y(k+1)=&f_0[y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n+1),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)]+g_0[y(k),\\&y(k-1),\cdots,y(k-n+1),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)]\cdot u(k)+E(\boldsymbol{x},u(k),\bar{u}(k))\end{aligned} \tag{2}$$

本文利用多层模糊 CMAC 神经网络对函数 $f_0(\cdot),g_0(\cdot)$进行逼近[7],多层模糊 CMAC 的逼近形式为 $\hat{f}_0(\cdot)=\boldsymbol{\theta}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_f(\cdot)$. 其中 $\boldsymbol{\phi}_f(\cdot)$为量化结果,$\boldsymbol{\phi}_f(\cdot)\in U_{PM}$, $\boldsymbol{\theta}_f$ 为物理存储区域的存储向量,定义最优的存储向量 $\boldsymbol{\theta}_f^*=\arg\min\limits_{\theta_f\in R^{pm}}\{\sup\limits_{x\in X}|f_0(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_f(\boldsymbol{x})|\}$,存储向量偏移 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f=\boldsymbol{\theta}_f-\boldsymbol{\theta}_f^*$. 神经网络构造误差 $d_f(\boldsymbol{x})=f_0(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{\theta}_f^{*T}\boldsymbol{\phi}_f(\boldsymbol{x})$. 同样针对 $g_0(\cdot)$设计神经网络逼近,类似得到 $\hat{g}_0(\boldsymbol{x}),\boldsymbol{\phi}_g(\boldsymbol{x}),\boldsymbol{\theta}_g,\boldsymbol{\theta}_g^*,\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g$ 以及 $d_g(\boldsymbol{x})$的定义.

令 $\boldsymbol{\theta}(k)=[\boldsymbol{\theta}_f(\boldsymbol{x}(k)),\boldsymbol{\theta}_g(\boldsymbol{x}(k))]^{\mathrm{T}}\in R^{2pm}$, $\boldsymbol{\phi}(k)=[\boldsymbol{\phi}_f(\boldsymbol{x}(k)),\boldsymbol{\phi}_g(\boldsymbol{x}(k))u(k)]^{\mathrm{T}}\in R^{2pm}$,神经网络输出与系统输出为

$$\begin{aligned}e(k+1)&=y(k+1)-y_r(k+1)=\hat{f}_0(\boldsymbol{x}(k))+\hat{g}_0(\boldsymbol{x}(k))u(x)-[f_0(\boldsymbol{x}(k))+\\&g_0(\boldsymbol{x}(k))u(k)+E(k)]=\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}+\bar{E}(k)\end{aligned} \tag{3}$$

假设 1. 神经网络通过充分的离线训练,并寻找合适展开点使得误差$|E(k)|\leqslant c_1(k)$.

假设 2. 神经网络的最优权值是有界的,且 $\|\boldsymbol{\theta}^*\|\leqslant\theta_{\max}$, $\theta_{\max}>0$. 这个假设通常是自立的.

假设 3. 神经网络的量化结果向量是有界的,且 $\|\boldsymbol{\phi}\|\leqslant\phi_{\max}$, $\phi_{\max}>0$.

假设 4. 对任意 $k>0,k\in Z$,有 $|g_0(k)|\geqslant\underline{g}>0$.

由于神经网络的训练过程通常会受到系统的不确定性以及外部扰动和建模误差等因素的影响,这将会严重影响神经网络权值的收敛和训练的可重复性. 传统的梯度下降法由于鲁棒性较差,所以不适宜这类近似模型的控制问题. 在满足 PE 条件的情况下,基于误差的线性修正算法可以实现权值的有界. 本文基于离散时间系统提出了一种新的训练算法. 该算法的目的是使神经网络在不满足 PE 条件的情况下,也能保证权值的有界性. 为了避免由于不确定因素影响训练过程,本文采用了死区函数增强算法的鲁棒性. 下面是训练算法的表达式

$$\boldsymbol{\theta}(k+1)=\boldsymbol{\theta}(k)-\alpha\frac{D(e(k))\boldsymbol{\phi}}{\beta+\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}}-\gamma\frac{\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}}{\beta+\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}}\boldsymbol{\theta}(k) \tag{4}$$

$$D(e(k))=\begin{cases}0, & |e(k)|\leqslant c_1(k)\\ e(k)-c_1(k), & e(k)>c_1(k)\\ e(k)+c_1(k), & e(k)<-c_1(k)\end{cases}$$

其中 α,β,γ 均为修正参数，$1>\alpha>0$，$\beta>0$，$1>\gamma>0$.

3　神经网络控制策略及稳定性分析

控制系统的控制输出由两部分组成:第一部分为对应于近似模型进行线性部分控制器设计,这部分的控制器输出直接针对实际控制对象;第二部分为对应于针对补偿模型误差、辨识误差及扰动而设计的补偿控制器

$$u(k)=u_l(k)+u_s(k),\quad u_l(k)=\frac{-\hat{f}_0(\boldsymbol{x}(k))+v(k)}{\hat{g}_0(\boldsymbol{x}(k))}\tag{5}$$

定义 $e_i(k)=y(k-n+i)-y_r(k-n+i)(i=1,2,\cdots,n+1)$，$y$ 表示系统输出，y_r 为系统期望输出，$e(k+1)=v(k)-y_r(k+1)+\boldsymbol{\theta}_g^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_g u_s(k)-\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}+\hat{E}(\boldsymbol{x},u(k),\bar{u}(k))$. 这里 $\hat{E}(\boldsymbol{x},u(k),\bar{u}(k))=E(\cdot)+d_f+d_g u(k)$. 令 $v(k)=P\cdot e(k)-y_r(k+1)$,代入上式可得

$$e(k+1)=P\cdot e(k)+\boldsymbol{\theta}_g^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_g u_s(k)-\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\phi+\hat{E}(x,u(k),\bar{u}(k))\tag{6}$$

通过选取合适的 P 使跟踪误差 $e(k)$ 趋近于 0,其中 $\hat{E}(k)$ 是由神经网络构造误差与近似模型误差组成的总误差.

假设 5. 存在 $c_2>0$ 使得误差 $|\hat{E}(\cdot)|\leqslant c_2$.

定理 1. 若非线性系统(1)满足假设 1~5,且多层模糊 CMAC 神经网络自适应训练算法为式(4)所示,控制策略采用式(5)并且补偿控制为

$$u_s=-\frac{\rho\operatorname{sign}(e(k))}{\boldsymbol{\theta}_g^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_g(\boldsymbol{x})}\tag{7}$$

其中 $\rho=c_3>c_2$，且满足条件 $a_1>0$ 和 $a_2=a_3-\dfrac{a_4^2}{4a_1^2}>0$,这里 $a_1=1-p^2-\dfrac{\alpha^2}{H\beta}a_2=\dfrac{1}{H}\left(\dfrac{-\gamma^2}{\beta+\phi_{\max}^2}+\dfrac{2\gamma}{\beta+\phi_{\max}^2}-H\right)$,$a_4=2|p|+\dfrac{2\alpha}{H\beta}\gamma+\dfrac{2\alpha}{H\beta}$,则可以保证跟踪误差 $e(k)$,以及神经网络权值 $\boldsymbol{\theta}_f,\boldsymbol{\theta}_g$ 都是一致完全有界的.

证明. 定义 $V(k)=e^{\mathrm{T}}(k)e(k)+\dfrac{1}{H}\boldsymbol{\theta}_f^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}_f(k)+\dfrac{1}{H}\boldsymbol{\theta}_g^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}_g(k)$. 且由文献[5]可知，$D(e(k))=\eta(k)e(k)$,其中 $0\leqslant\eta(k)\leqslant1$. 由于篇幅所限,这里简略具体证明过程. 定理中两个条件可以保证一些中间参数的约束条件,并且将影响 $e(k)$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\phi}(k)$ 吸引域的边界. 因为 $\boldsymbol{\phi}$ 有界,所以 $e(k)$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g$,$\boldsymbol{\theta}_f(k)$,$\boldsymbol{\theta}_g(k)$ 都是一致完全有界的. 该定理证明了采用(4)式训练算法,无需 PE 条件也能保证权值的有界性.　　证毕.

注 1. 训练算法中加入了一个修正项 $\gamma\dfrac{\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}}{\beta+\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}}\boldsymbol{\theta}(k)$,该项将影响整个闭环系统吸引域的边界. 在无需 PE 条件的情况下也能保证权值的有界.

注 2. 由于采用近似模型,在模型误差较大时,引入了死区函数增强系统的鲁棒性. 目的在于仅在系统误差超过设定值时才进行权值修正,避免了由于不确定因素影响训练过程.

注 3. 在文献[3]中的修正项为 $\alpha e\boldsymbol{\phi}$,由于要保证自适应增益的上界,所以通常要求 $\alpha<2/\phi_{\max}^2$. 神经网络的量化结果向量维数增加时,$\phi_{\max}^2$ 也会增加. 这样就要求 α 变小,从而使得自适应修正算法变慢. 本算法不会在量化结果向量维数增加时要求 α 变小,从而可以保证一定

的训练速度. 修正项 β 可以对自适应增益进行修正,使其满足上界要求.

4 仿真研究

考虑非线性系统 $y(k+1)=\sin[y(k)]+u(k)\cdot(5+\cos[y(k)\cdot u(k)])$, 多层模糊 CMAC 采用 $N_{2,30,25,1}$的结构和 3 层量化方式,分别选择铃型、三角形和矩形的隶属函数,权值修正算法和控制器输出分别为式(4),(5)所示. 其它参数为

$\alpha=0.01$, $\beta=1$, $\gamma=0.5$, $c_1=0.3$, $c_2=0.5$, $\rho=0.5$, $p=-0.3$, $H=0.1$, $\phi_{\max}=2$, 易验证两条件满足. 令 $y_r(k)=\sin(2\pi k/1000)$. 仿真结果见图 1 和图 2.

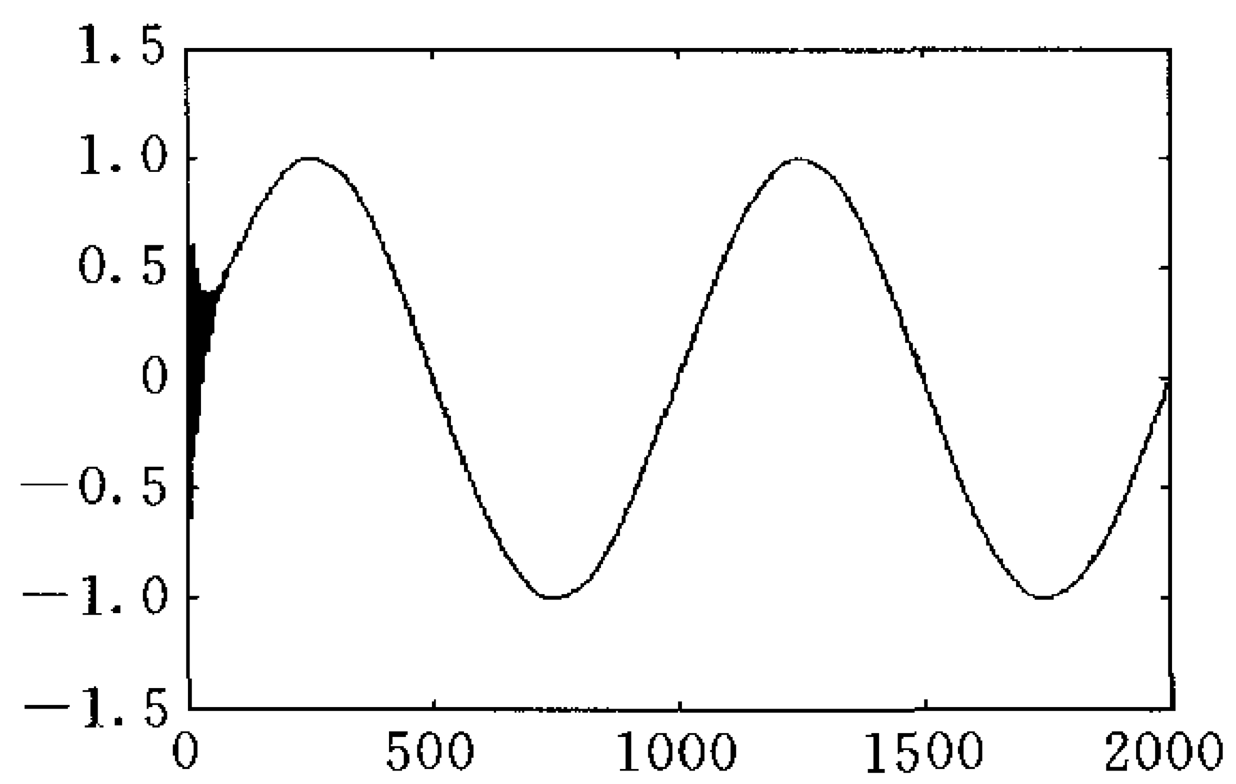

图 1 非线性系统输出跟踪曲线

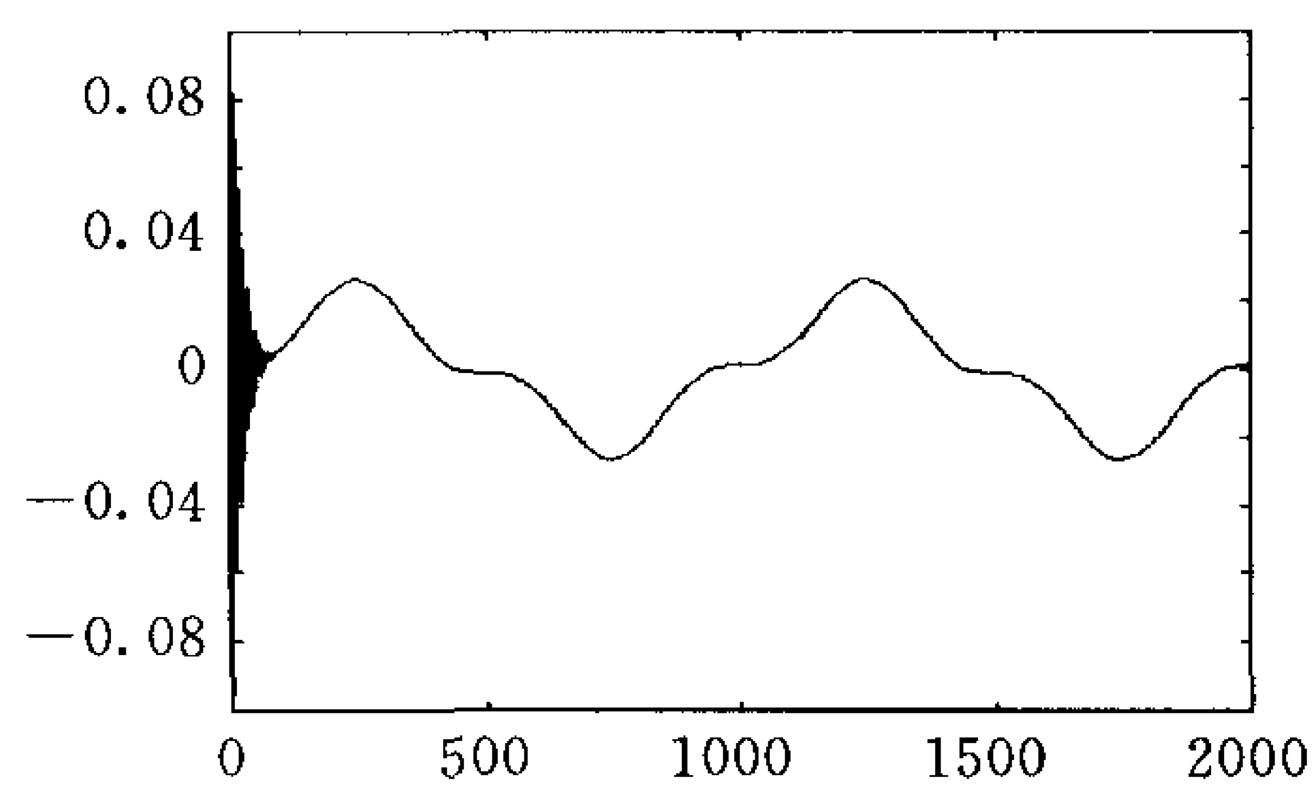

图 2 线性控制器 u_l 输出曲线

5 结论

本文采用了近似模型对一般非线性系统进行研究,为解决一类非线性控制问题提出了一种思路. 针对近似模型的误差,设计了一种新的神经网络训练算法,提高了神经网络的鲁棒性. 由于无需 PE 条件,所以适应于各种离散时间系统的神经网络控制问题. 由于参数易于选取,且鲁棒性较强,本文提出的训练算法具有实用价值,如何将该算法应用于实际控制问题(机器人控制系统)中是一个值得研究的问题.

参 考 文 献

1 Levin A U, Narendra K S. Control of nonlinear dynamical systems using neural networks: Controllability and stabilization. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1993,**4**(2):192~205

2 Narendra K S, Mukhopadhyay S. Adaptive control using neural networks and approximate models. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1997,**8**(5):475~485

3 Lewis F L, Liu K, Yesildirek A. Neural net robot controller with guaranteed tracking performance. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1995,**6**(3):703~715

4 Jagannathan S, Lewis F L. Multilayer discrete-time neural-net controller with guaranteed performance. *IEEE Trans on Neural Network*, 1996,**7**(1):107~129

5 Chen F C, Khalil H K. Adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems using neural networks. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995,**40**(5):791~801

6 刘 治,王耀南. 一种高阶模糊 CMAC 自适应控制及其应用. 自动化学报, 2001,**27**(2):262~266

刘 治 1997 年获华中科技大学自动控制专业学士学位,2000 年获湖南大学控制理论与工程硕士学位,现为清华大学自动化系博士研究生. 研究兴趣为神经网络、模糊系统、机器人鲁棒控制.

李春文 清华大学自动化系教授,博士生导师. 研究兴趣为非线性控制、镇定理论、非线性控制系统 CAD 及仿真.