

基于变分的图像恢复算法及收敛性¹⁾

张永平^{1,3} 郑南宁² 赵荣椿³

¹(陕西师范大学数学系 西安 710062)

²(西安交通大学人工智能与机器人研究所 西安 710049)

³(西北工业大学计算机系 西安 710072)

(E-mail: ypzhang@aiar.xjtu.edu.cn)

摘要 提出了一种保持边缘的正则化图像恢复算法,该方法可有效地用于求解线性逆问题的非凸优化过程.通过对正则化函数及相应泛函性质的理论分析,得出了使泛函达到最小的正则化函数表达式;引入一个与原非凸泛函相应的二元泛函,将非凸优化问题转化为本质上的凸优化问题,采用松弛迭代算法获得非凸优化问题的局部极小解;证明了所提出的算法是全局收敛的.通过实验验证了算法的有效性.

关键词 正则化,图像恢复,变分,全局收敛

中图分类号 TP391

ALGORITHM FOR IMAGE RESTORATION BASED ON VARIATION AND ITS CONVERGENCE

ZHANG Yong-Ping^{1,3} ZHENG Nan-Ning² ZHAO Rong-Chun³

¹(Department of Mathematics, Shanxi Normal University, Xi'an 710062)

²(The Institute of Artificial Intelligence and Robotics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

³(Department of Computer Science, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)

(E-mail: ypzhang@aiar.xjtu.edu.cn)

Abstract A new algorithm for edge-preserving image restoration is presented in this paper. The variation based method can be effectively used in the process of non-convex optimization for solving the linear inverse problem. By analyzing the properties of regularization functions and the corresponding energy functional, an optimal expression of regularization function and a new energy functional with binary variables are introduced. Thus the non-convex optimization problem is transformed into a sequence of essentially convex one. The local optimal solution of non-convex optimization problem is then obtained by using a relaxation iterative algorithm. Such algorithm is shown to be globally convergent. Finally, the proposed method is tested on real and synthetic images.

Key words Regularization, image restoration, variation, global convergence

1) 国家创新研究群体科学基金(60024301)和国家自然科学基金(60175006)资助

收稿日期 2000-04-04 收修改稿日期 2001-05-28

1 引言

图像恢复是图像信息处理中的基本问题之一. 在图像的获取、量化等过程中, 图像信息会混入各种噪声, 从而影响图像的质量. 由图像观测数据恢复真实图像数据是一个典型的不适定问题(病态问题). 这种真实图像的退化过程可用如下的线性模型表示^[1]

$$p(x, y) = (Ru)(x, y) + n(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

其中 $u(x, y)$ 为期望恢复的真实图像, $p(x, y)$ 为观测图像, R 为 Hilbert 空间上的有界线性算子, $n(x, y)$ 为高斯白噪声, 而 Ω 则为图像支撑 (R^2 中一个有界域). 算子 R 通常相应于一个点扩展函数 $k(x, y)$ 的卷积作用, 即 $(Ru)(x, y) = (k * u)(x, y)$.

图像恢复问题实际上包括两个方面: 图像 $u(x, y)$ 的估计和算子 R 的估计. 为简单计, 我们在本文中设 R 已知且为恒同算子. 为了从观测数据 p 恢复期望的真实图像数据 u , 各种线性滤波方法已被采用, 但当 $u(x, y)$ 有不连续的或陡峭的梯度时, 线性技术便不再有效. 对于分片连续的图像, 基于全变差的 Tikhonov 正则化方法被证明是相当有效的, 即可将图像恢复问题转化为优化问题

$$\min_u \left(\frac{1}{2} \|u - p\|_{L^2(\Omega)}^2 + \alpha TV(u) \right) \quad (2)$$

其中 $TV(u) = \iint_{\Omega} |\nabla u| dx dy$, $|\nabla u|$ 为函数 $u(x, y)$ 的梯度之模, α 为正参数. 人们通过光滑逼近等方法将上述问题转化为求如下泛函的极小解^[2,3]

$$J(u) = \lambda \iint_{\Omega} |u - p|^2 d\Omega + \mu \iint_{\Omega} \varphi(|\nabla u|) d\Omega \quad (3)$$

上式中 $\varphi: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ 为非负递增函数, 常被称为正则化函数; 非负数 λ 和 μ 为正则化参数, 它们可以平衡式(3)右端两项的影响; 泛函 $J(u)$ 亦常被称作正则化能量函数.

设 u 为光滑的非常值图像, 且满足对称边界条件, 即 $\nabla u \cdot \mathbf{n} = 0$. 我们考察泛函 $J(u)$ 的 Gateaux 变分

$$dJ(u; v) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{J(u + \epsilon v) - J(u)}{\epsilon} \quad (4)$$

根据 Green 定理, 通过简单的计算, 得

$$dJ(u; v) = 2\lambda \iint_{\Omega} (u - p)v d\Omega - 2\mu \iint_{\Omega} \operatorname{div} \left(\varphi(|\nabla u|) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) v d\Omega \quad (5)$$

如果对所有的 $v \in L^2(\Omega)$, $dJ(u; v) = 0$ 成立, 通常称 u 为 $J(u)$ 的稳态点.

若 u 为相应的极小解, u 必为 $J(u)$ 的稳态点. 当 φ 为凸函数时, 采用扩散方程可有效地解决相应的优化问题. 但当 φ 为非凸函数时, 基于梯度下降的扩散过程收敛速度较慢, 甚至不收敛, 并对初值十分敏感. 只有进行线性搜索或控制步长, 才能保证其收敛, 因此需要寻求更为有效的算法^[3~7].

在本文中, 我们主要研究基于一类非凸(实际上为严格凹)正则化函数的图像恢复算法. 在对正则化泛函进行理论分析的基础上, 获得了使泛函达到极小的正则化函数表达式(定理 1 及其证明), 采用对梯度模加权的方式定义一个与非凸泛函相对应的二元泛函, 提出了基于变分的确定性松弛迭代算法, 该算法将非凸优化问题转化为本质上的凸优化问题, 通过

寻求一个点到集合映射的不动点来获得非凸泛函的稳态点, 此算法是全局收敛的(定理 5). 这种方法可有效地用于寻求非凸优化问题中的局部最优解.

2 基于非凸正则化函数的松弛算法

2.1 优化边界函数与二元泛函

在文献[3]中, 作者通过对基于 Bayesian 极大后验估计的 Mumford-Shah 泛函的改进, 提出了易于计算的推广型正则化泛函, 在那里, 相应于式(3)中的正则化函数定义为

$$\varphi(|\nabla u|) = \omega(|\nabla u|)(1 - E)^2 + E^2 \quad (6)$$

其中 $E = E(|\nabla u|)$ 为一优化边界函数, ω 为非负递增的严格凸函数. 相应的正则化泛函为

$$J(u) = \lambda \iint_{\Omega} |u - p|^2 d\Omega + \mu \iint_{\Omega} (\omega(|\nabla u|)(1 - E)^2 + E^2) d\Omega \quad (7)$$

定理 1. 取定函数 u , 使形如式(7)的 Mumford-Shah 泛函达到最小的正则化函数 φ 必满足如下条件:

- 1) $\varphi(t) = \rho(\omega(t))$;
- 2) ρ 为单调递增的、具有二阶连续导数的严格凹函数, 即有 $\rho''(t) < 0$;
- 3) $0 < \rho'(t) \leq 1$, 且 $\rho(0) = 0, \rho'(0) = 1$;
- 4) $\omega(t)$ 为非负递增的严格凸函数 ($t > 0, \omega'(t) > 0$).

事实上, 通过对函数 $\varphi(|\nabla u|)$ 进行变形, 可以证明: 当

$$\varphi(|\nabla u|) = \rho(\omega(|\nabla u|)) = \frac{\omega(|\nabla u|)}{1 + \omega(|\nabla u|)} \quad (8)$$

时, 泛函 $J(u)$ 达到最小, 且函数 φ 及函数 ρ 满足定理中的条件 1)~4). 在这里我们略去定理的详细证明.

若选取正则化函数如式(8)的形式, 即

$$\varphi(t) = \rho(\omega(t)) = \frac{\omega(t)}{1 + \omega(t)} \quad (9)$$

则泛函(3)便化为

$$J(u) = \lambda \iint_{\Omega} |u - p|^2 d\Omega + \mu \iint_{\Omega} \frac{\omega(|\nabla u|)}{1 + \omega(|\nabla u|)} d\Omega \quad (10)$$

下面不作特别声明时, 正则化函数均指式(9)所示的函数.

由于形如式(10)的泛函本质上是非凸的, 其极小解不唯一. 为了有效地寻求其极小解, 我们引进一个与之相应的二元泛函

$$J_c(u, r) = \lambda \iint_{\Omega} |u - p|^2 d\Omega + \mu \iint_{\Omega} r \omega(|\nabla u|) d\Omega \quad (11)$$

其中 $r \in L^2(\Omega)$ ($0 < r(x, y) \leq 1$), $(x, y) \in \Omega$. 该泛函相对于 u 是严格凸的, 因而(对于每一固定的函数 r) 具有唯一的极小解. 其关于 u 的 Gateaux 变分为

$$d_u J_c(u, r; v) = 2\lambda \iint_{\Omega} (u - p)v d\Omega + 2\mu \iint_{\Omega} r \omega'(|\nabla u|) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \cdot \nabla v d\Omega \quad (12)$$

当取 $r(x, y) = \rho'(\omega(|\nabla u|))$ 时, 有

$$d_u J_c(u, r; v) |_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} = dJ(u; v) \quad (13)$$

我们立即得到如下的结论.

定理 2. 如果函数 \bar{u} 使得当取 $u=\bar{u}, r=\rho'(\omega(|\nabla\bar{u}|))$ 时, 泛函 $J_c(u, r)$ 达到极小, 则 \bar{u} 必为泛函 $J(u)$ 的稳态解.

2.2 松弛迭代算法及收敛性

定理 2 表明, 寻求正则化泛函局部极小解的问题可转化为对问题

$$\min_u J_c(u, r) = \min_u (\lambda \iint_{\Omega} |u - p|^2 d\Omega + \mu \iint_{\Omega} r \omega(|\nabla u|) d\Omega) \quad (14)$$

的求解. 不失一般性, 在下面的讨论中均设 $\lambda=1$.

当给定函数 r 时, 若 $J_c(u, r)$ 达到极小, 对任一函数 $v \in L^2(\Omega)$, 应有 $d_u J_c(u, r; v) = 0$ 成立. 根据式(12), 有

$$dJ(u; v)|_{u=\bar{u}} = d_u J_c(u, r; v)|_{\substack{u=\bar{u} \\ r=\rho'(\omega(|\nabla\bar{u}|))}} = 0 \quad (15)$$

对任一函数 $g \in L^2(\Omega)$, 记

$$M(g) = \arg \min_u J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \quad (16)$$

则得到一个映射

$$\vartheta: L^2(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega) \quad (17)$$

一般情况下, $M(g)$ 是一个集合, 即 ϑ 是一个由点到集合的映射(多值映射). 满足定理 2 中所述条件的函数 \bar{u} 为映射 ϑ 的不动点.

由于本文所关心的仅为灰度图像数据, 而图像 $u(x, y)$ 可用相应于一光滑径向基函数 $e(x, y)$ 的一致采样图像 $\hat{u}(i, j)$ ($0 \leq i < K, 0 \leq j < L, K \times L$ 为图像大小) 近似表示, 我们可将所研究的函数进一步限制在如下的有限维 Hilbert 空间的紧子集

$$\Pi = \{u | u \in \text{span} \{e_{s,i,j}(x, y)\}, \|u\|_{L^2} \leq 255 \sqrt{\Omega}\} \quad (18)$$

之中, 这里 Ω 也代表区域 Ω 的面积, $e_{s,i,j}(x, y) = \frac{1}{s^2} e\left(\frac{x-i}{s}, \frac{y-j}{s}\right)$. 由上述限制, 可将式(16)所定义的映射重写为

$$\vartheta(g) = M(g) = \arg \min_{u \in \Pi} J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \quad (19)$$

显然有 $\vartheta(g) \in \Pi$, 因此 ϑ 是定义在 $L^2(\Omega)$ 上而取值于紧致集 Π 中的映射. 此种映射通常被称为一致紧映射^[8~10]. 其次, 根据泛函 $J_c(u, r)$ 的变分表达式(12)及函数 φ 的性质, 易见变分 $d_u J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g|)); v)$ 关于 u 和 g 是连续的. 若两个函数列 $\{u^k\}, \{g^k\}$ 满足

$$u^k \in M(g^k), \quad u^k \rightarrow \tilde{u}, \quad g^k \rightarrow \tilde{g},$$

则有 $u^k \in \arg \min_{u \in \Pi} J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g^k|)))$, $d_u J_c(u^k, \rho'(\omega(|\nabla g^k|)); v) = 0$. 由 $d_u J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g|)); v)$ 的连续性, 得

$$d_u J_c(\tilde{u}, \rho'(\omega(|\nabla \tilde{g}|)); v) = 0 \quad (20)$$

进而

$$\tilde{u} \in \arg \min_{u \in \Pi} J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla \tilde{g}|))) = M(\tilde{g}) = \vartheta(g) \quad (21)$$

这说明 ϑ 是一个上半连续映射(或者称为闭映射)^[8,9].

现在, 令 $b(t)$ 为一函数使之满足 $b'(t) = -\rho'^{-1}(t)$, 即 $b(t) = 1 + t - 2\sqrt{t}$.

引理 1. 泛函 $J(u)$ 和 $J_c(u, r)$ 满足如下关系

$$J(u) = J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla u|))) + \mu \iint_{\Omega} b(\rho'(\omega(|\nabla u|))) d\Omega + \alpha \quad (22)$$

其中 α 为常数, 并且若 $\tilde{u} \in M(g)$, 则 $J(\tilde{u}) < J(g)$, 即映射 ϑ 相对于函数 J 是严格单调的. 证明见附录 A.

综上, 立即得到如下命题.

命题 1. 形如式(19)所定义的映射 ϑ 是一致紧的、相对于函数 J 严格单调的上半连续映射(闭映射).

下面给出寻求函数 $J(u)$ 之稳态解的松弛迭代算法.

定理 3(松弛算法). 对某一初始函数 $u^0 \in L^2(\Omega)$, 定义

$$u^{k+1} \in \arg \min_{u \in \Pi} J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla u^k|))) = M(u^k) = \vartheta(u^k) \quad (23)$$

则有下列事实成立:

- 1) $J(u^{k+1}) < J(u^k)$, 且 $\{u^k\}$ 至少存在一个聚点;
- 2) 若 \bar{u} 为 $\{u^k\}$ 的聚点, 则 \bar{u} 为映射 ϑ 的不动点, 因而为函数 $J(u)$ 的稳态解, 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} J(u^k) = J(\bar{u})$. 证明见附录 B.

$J(\bar{u})$. 证明见附录 B.

2.3 图像恢复实验

在本节中, 我们给出一些图像恢复的数值实验结果, 并和已有的变分模型进行比较. 图 1 和图 2 分别描述了对被噪声污染的人工和自然图像进行恢复实验的结果. 通过实验, 我们发现图像恢复的效果依赖于迭代步长的选取. 图中显示的是分别取步长为 0.9, 0.5, 0.1 的实验结果.

实验表明, 迭代步长越小, 图像的恢复效果越好, 而步长较大时, 会损失图像的细节, 但却仍能较好地保持图像的边缘特征. 基于变分的图像处理相当于一种非线性多尺度处理方法^[3,8,10], 因此对迭代步长的选取等价于对尺度参数的选取. 在图像恢复过程中如何自适应地选取迭代步长仍是值得研究的问题.

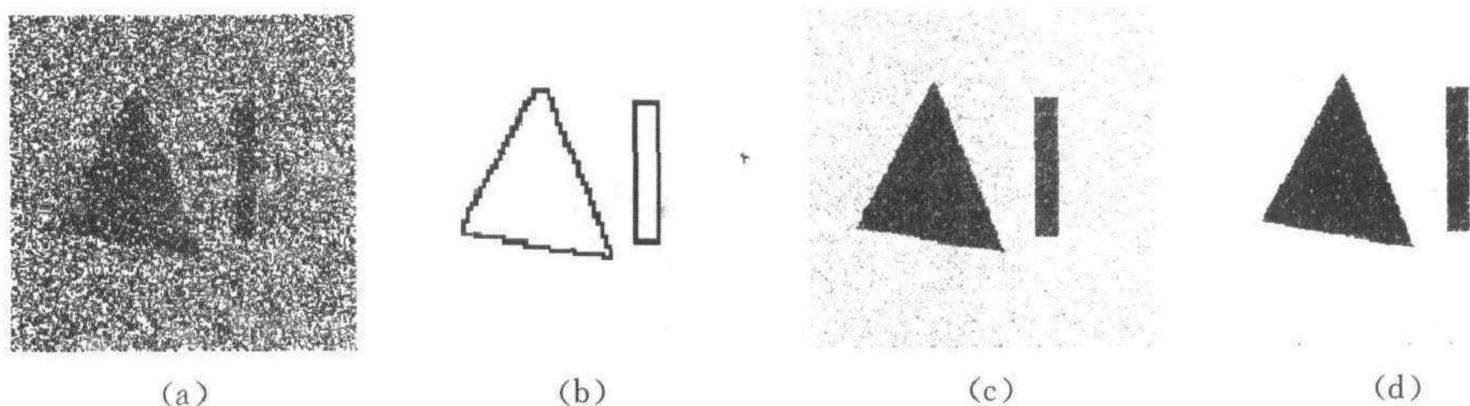


图 1 人工图像((a)噪声图像, (b)~(d)恢复结果(分别相应于迭代步长 $\Delta t=0.9, 0.5, 0.1$))

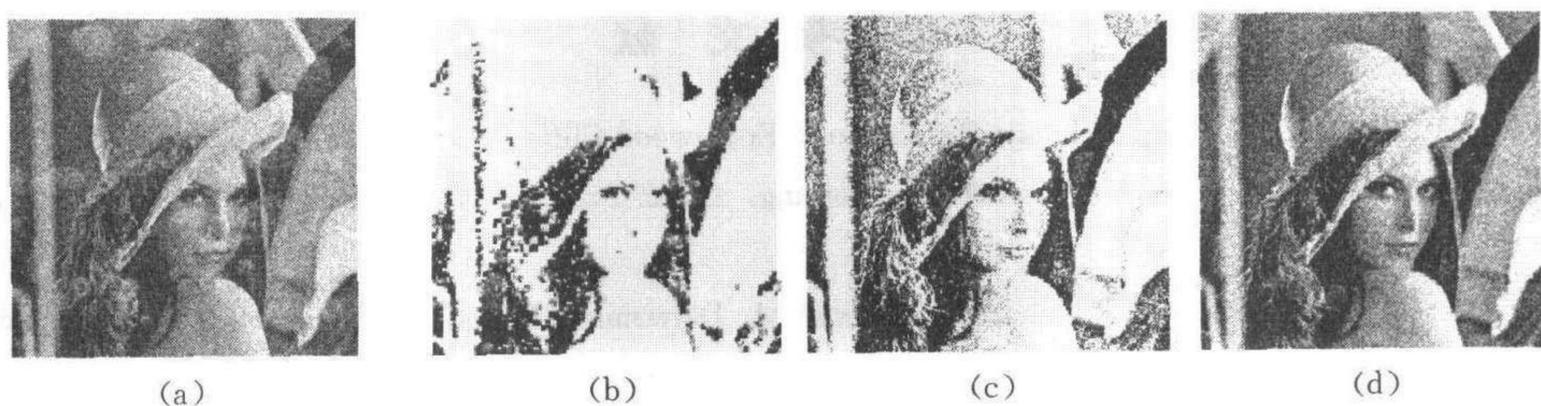


图 2 Lena 图像((a)噪声图像, (b)~(d)恢复结果(分别相应于迭代步长 $\Delta t=0.9, 0.5, 0.1$))

在上述实验中,对尺寸为 128×128 的图像关于 u 完成 10 次迭代(即在式(23)中 k 取到 10),所用的 CPU 时间为 7.25 秒,即 $cpu=7.25s$.

图 3 中描述了用不同的变分方法所进行的图像恢复实验,给出了本文所提出的算法和部分已有算法性能的对照结果. 图 3(a)为原始图像,图 3(b)为噪声图像(信噪比 $SNR=7.38db$). 图 3(c)是用 Ambrosio-Totorelli 模型^[13]对图 3(b)进行恢复的结果($SNR=15.24db$),图 3(f)是用 Sobel 算子所提取的图像边缘,图 3(d)是用 Shah 模型^[10]对图 3(b)进行恢复的结果($SNR=17.49db$),图 3(g)是对其用 Sobel 算子所提取的边缘,图 3(e)是用本文所提出的方法对图 3(b)进行恢复的结果($SNR=21.02db$),图 3(h)为用 Sobel 算子所检测到的边缘.

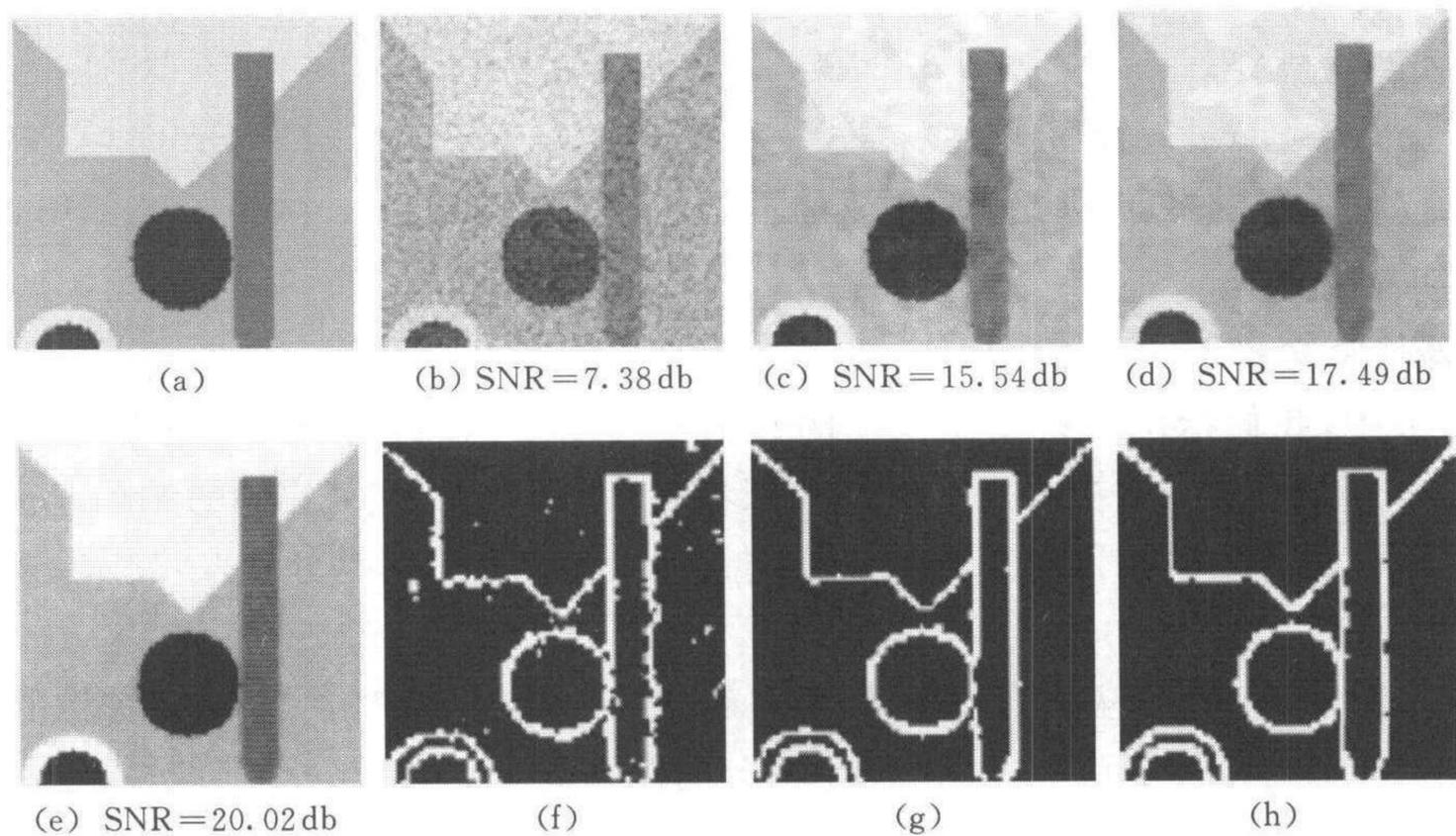


图 3 比较实验

3 结论

通过对正则化泛函的深入研究,提出了基于非凸正则化函数的图像恢复算法. 该算法以变分为基础,将非凸优化问题转化为凸优化问题,采用与不动点迭代算法等价的松弛迭代方法,求出非凸泛函的局部最优解. 文中给出了算法的全局收敛性证明,这种方法可有效地用于噪声滤除和区域分割等图像信息处理之中. 数值实验表明,所提出的非凸优化算法效果较好、速度快,同时可较好地保持图像的边缘信息.

参 考 文 献

- 1 Andrews H C, Hunt B R. Digital Image Restoration. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1977
- 2 Yuille A, Poggio T. Scaling theorems for zero-crossing. *IEEE Trans. Pattern Anal. & Machine Intell.*, 1986, 8(1):15~25
- 3 Charbonnier P, Blance-Feraud L, Aubert G, Barlaud M. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Trans. Image Processing*, 1997, 6(2):298~311
- 4 Meyer R R. Sufficient conditions for the convergence of monotonic mathematical programming algorithms. *J. Comput. Syst. Sci.*, 1976, 12(1):108~121

- 5 Black M J, Rangarajan A. The outlier process; unifying line processes and robust statistics. In: Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA, 1994. 15~22
- 6 Luenberger D G. Introduction to Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley Publishing Company, 1973
- 7 Luenberger D G. Linear and Nonlinear Programming. Reading, MA: Addison-Wesley, 1984
- 8 You Y L *et al.* Blind image restoration by anisotropic regularization. *IEEE Trans. Image Processing*, 1999, **8**(3): 398~407
- 9 Vogel C R, Oman M E. Iterative methods for total variation denoising. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1996, **17**:227~238
- 10 Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Comm. Pure Appl. Math.*, 1989, **42**:577~685
- 11 Geman S, McClure D E. Bayesian image analysis: an application to single photon emission topography. In: Proc. Stat. Comput. Sect., Washington, DC: Amer. Stat. Assoc., 1985. 12~18
- 12 Vogel C R, Oman M E. Fast numerical methods for total variation minimization in image reconstruction. in Advanced Signal Processing Algorithms, Franklin T Luk ed., In: Proc. SPIE, 1995, **2563**:359~367
- 13 Ambrosio L, Tortorelli V. Approximation of functionals depending on jumps by elliptic functionals via Γ -convergence. *Comm. on Pure and Applied Mathematics*, 1990, **XLIII**:999~1035

附录 A

引理 1 的证明.

令 $\Gamma(u, r) = J_c(u, r) + \mu \iint_{\Omega} b(r) d\Omega = J_c(u, r) + \mu \iint_{\Omega} (1+r-2\sqrt{r}) d\Omega$, 易见当 $0 < r \leq 1$ 时, $\Gamma(u, r)$ 关于 r 是严格凸的(实际上 $b(r)$ 关于 r 是严格凸的, $J_c(u, r)$ 关于 r 是凸的), 其局部极小界也是全局极小界. 对 $\Gamma(u, r)$ 关于 r 求变分, 得

$$\begin{aligned} d_r \Gamma(u, r; v) &= \mu \iint_{\Omega} \omega(|\nabla u|) v d\Omega + \mu \iint_{\Omega} b'(r) v d\Omega = \\ &= \mu \iint_{\Omega} \omega(|\nabla u|) v d\Omega + \mu \iint_{\Omega} (-\rho^{-1}(r)) v d\Omega = \\ &= \mu \iint_{\Omega} (\omega(|\nabla u|) - \rho^{-1}(r)) d\Omega \end{aligned} \quad (A1)$$

因而, $d_r \Gamma(u, r; v)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} = 0$, 即 $r(x, y) = \rho'(\omega(|\nabla u|))$ 时, $\Gamma(u, r)$ 达到全局极小, 亦即

$$\Gamma(u, \rho'(\omega(|\nabla u|))) < \Gamma(u, r), \quad \forall r \in I \quad (A2)$$

若 $\tilde{u} \in \arg \min_{u \in I} J_c(u, \rho'(\omega(|\nabla g|)))$, 则有

$$\Gamma(\tilde{u}, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \leq \Gamma(g, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \quad (A3)$$

结合式(A2), 得

$$\Gamma(\tilde{u}, \rho'(\omega(|\nabla \tilde{u}|))) < \Gamma(\tilde{u}, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \leq \Gamma(g, \rho'(\omega(|\nabla g|))) \quad (A4)$$

现在, 证明等式(22)成立, 即证明 $J(u) = \Gamma(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} + \alpha$, 为此仅需证明两边关于 u 的变分或梯度相等. 事实上,

$$\begin{aligned} d_u \Gamma(u, \rho'(\omega(|\nabla u|))) &= d_u \Gamma(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} + d_r \Gamma(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} \cdot (d_u r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} = \\ &= d_u J_c(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} + d_r \Gamma(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} \cdot (d_u r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))}. \end{aligned}$$

根据式(19)和式(A2), 有

$$d_u \Gamma(u, \rho'(\omega(|\nabla u|))) = d_u J(u) \quad (A5)$$

因此 $J(u) = \Gamma(u, r)|_{r=\rho'(\omega(|\nabla u|))} + \alpha$. 由式(A3)可得 $J(\tilde{u}) < J(g)$. 证毕.

定理 3 的证明.

由命题 4 知, 序列 $\{u^k\}$ 相对于函数 $J(u)$ 是单调的, 即 $J(u^{k+1}) < J(u^k)$, 因而为一无限集. 且该序列存在于一个紧集之中, 所以必有聚点. 这证明了定理 5 中的结论 1).

若 \bar{u} 为 $\{u^k\}$ 的聚点, 则存在序列 $\{u^k\}$ 的一个子序列 $\{u^{k_i}\}$ 使得 \bar{u} 为其极限, 即 $\lim_{i \rightarrow \infty} u^{k_i} = \bar{u}$. 由函数 $J(u)$ 的连续性, 有 $\lim_{i \rightarrow \infty} J(u^{k_i}) = J(\bar{u})$. 另外, 序列 $\{J(u^k)\}$ 是单调的, 因而也有

$$\lim_{i \rightarrow \infty} J(u^{k_i}) = J(\bar{u}) \quad (\text{A6})$$

根据序列 $\{u^k\}$ 的构造, 可得 $u^{k_i+1} \in M(u^{k_i}) = \mathcal{D}(u^{k_i})$. 同样, 序列 $\{u^{k_i+1}\}$ 存在收敛的子序列 $\{u^{k_i+1}\}$, 设相应的极限为 u^* . 由函数 $J(u)$ 的连续性, 亦有

$$J(\bar{u}) = \lim_{i \rightarrow \infty} J(u^{k_i}) = \lim_{i \rightarrow \infty} J(u^{k_i+1}) = J(u^*) \quad (\text{A7})$$

由于映射 \mathcal{D} 是上半连续的, 故 $u^* \in M(\bar{u})$.

若 \bar{u} 不是映射 \mathcal{D} 的不动点, 则由 \mathcal{D} 相对于 $J(u)$ 的严格单调性, 应有 $J(u^*) < J(\bar{u})$ 成立, 这与式 (A7) 矛盾, 定理 5 中的结论 2) 因此得证. 证毕.

张永平 博士, 教授. 1998年毕业于西安交通大学电信学院, 获控制科学与工程学科博士学位. 1999年至2000年在西北工业大学计算机科学与技术专业从事博士后研究工作. 主要从事计算机视觉、模式识别、图像处理与分析等领域的研究工作.

郑南宁 博士, 教授, 中国工程院院士. 主要从事模式识别与智能系统、计算机视觉、数字视频等领域的研究工作.

赵荣椿 教授. 研究兴趣包括图像处理与分析、计算机图形学、计算机视觉与模式识别等.

The 4th International Conference on Control and Automation

June 10~12, 2003, Montreal, Canada

Call for Papers

The 4th International Conference on Control and Automation, ICCA'03, will be held on June 10-12, 2003, in Montreal, Canada. The conference is jointly organized by IEEE Control Chapter, Singapore and IEEE Montreal Section. It creates a forum for scientists, engineers and practitioners throughout the world to present the latest research, results and ideas in the areas of control and automation.

TOPICS OF INTEREST INCLUDE BUT NOT LIMITED TO:

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| • Modeling of Complex Systems | • Optimal Control |
| • Linear Systems | • Discrete Event Systems |
| • Robust and H_∞ Control | • Adaptive Control |
| • Nonlinear Systems and Control | • Learning Systems |
| • Fuzzy and Neural Systems | • Intelligent and AI Based Control |
| • Estimation and Identification | • Real-Time Systems |
| • Fault Detection | • Sensor and Data Fusion |
| • Process Control and Instrumentation | • Robotics |
| • Motion Control | • Automated Guided Vehicles |
| • Flexible Manufacturing Systems | • Control Education |
| • Computer Integrated Manufacturing | • Control Applications |
| • Factory Modeling and Automation | • Process Automation |
| • Petri-Nets and Applications | • Man-Machine Interactions |
| • Micro and Nano Systems | • Smart Structures |