

使用广义正交概念的 K -RANSAC 椭圆提取¹⁾

杨忠根¹ 马彦²

¹(上海海运学院电子工程系 上海 200135)

²(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100080)

摘 要 开发了一个使用广义正交概念的 K -RANSAC 椭圆提取算法. 该算法通过使用广义正交概念, 成功地把圆的所有性质推广到椭圆; 通过仿射变换把水平-垂直种子点对一般化为任意种子点对情况; 通过对边缘点集的归一化运算, 有效地正则化了提取椭圆的边缘点集的病态性; 并通过直接估计椭圆参数的广义本征分析技术, 进一步提高椭圆的可检测性和拟合精度. 理论分析和实验结果表明, 所开发的椭圆提取算法具有鲁棒性强、适用范围广、精度高、速度快等优点.

关键词 计算机视觉, 椭圆提取, K -RANSAC, 广义正交, 仿射变换, 广义本征分析

中图分类号 TN941.1

A NEW METHOD FOR ELLIPSE DETECTION USING K -RANSAC BASED ON GENERALIZED ORTHOGONALITY PRINCIPLE

YANG Zhong-Gen¹ MA Yan²

¹(Department of Electronic Eng., Shanghai Maritime University, Shanghai 200135)

²(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract A K -RANSAC ellipse detection algorithm is developed in this paper. By using the generalized orthogonality principle, all the properties of a circle is successfully generalized to the case of an ellipse. Then, by means of the affine transformation from a pair of arbitrary seed points to a pair of horizontal-vertical seed points, the algorithm can be extended to any case of the seed point pair. With normalization of the digital edge set, the ill-posed problem is effectively regularized. The generalized eigen analysis is employed to directly and effectively estimate the ellipse parameter vector. The detectability and fitting accuracy are significantly improved. Theoretical analysis and experimental results show that the proposed ellipse detection algorithm has the advantages of high robustness, wide applicability, high accuracy and good efficiency.

Key words Computer vision, ellipse detection, K -RANSAC, generalized orthogonality, affine transformation, generalized eigen analysis

1) 中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室开放基金(9912)资助

收稿日期 2000-04-10 收修改稿日期 2000-11-14

1 引言

椭圆的鲁棒精确提取在图像识别与计算机视觉中有着特别重要的意义,因为包括圆在内的椭圆是最简单的封闭曲线,它是几何模式中最常见的曲线基元.长久以来,椭圆检测受到了学术界的高度兴趣和重视.但由于在强噪声、高出格点率情况下,常规的线性检测算法往往完全失效,而椭圆参数的高维性使得常规 Hough 变换(HT)技术难以直接应用,因此,近年来人们纷纷尝试椭圆提取的降维技术,典型地有:Cheng-Lee 的 K-RANSAC 椭圆提取技术^[1]、基于椭圆极点-极弦性质的随机 HT(RHT)技术^[2].这些以参数降维方式使用的 HT 技术被称为有约束 HT 技术^[3]或修正 HT 技术^[4].

在文献[2]中,带有方向和位置信息的三边缘组合构成了提取椭圆参数的最小冗余子集,三个边缘点的方向和位置信息有六个自由度(DOF),提供了一个 DOF 的冗余信息,该冗余信息可用于判断该三点组的正当性及所拟合椭圆的最优性.这提供了选择正当的参数解、并从中选出最优参数解的有效途径.提高了椭圆检测性能.

Cheng-Lee 的 K-RANSAC 算法使用了共切椭圆族概念,该算法首先用水平-垂直种子点对形成一共切椭圆族,然后用其它边缘点提供的位置信息,使用 HT 技术对参数 λ 在一维 Hough 空间中进行聚类,从而鲁棒地确定与真椭圆相应的 λ .这样,仅使用一个一维 HT 就可检测存在于共切椭圆族中的真椭圆.为了保证检测到的椭圆的最优性,使用 K 次这样的检测,并从中选出最优的那条椭圆作为最后检测到的椭圆.该算法无疑在有效性和鲁棒性上获得了突破,但它还存在一些严重影响应用价值的缺陷.

最主要的缺陷是该法使用的种子点对必须是水平-垂直种子点对.因此,当目标图像因遮挡、轮廓线失真、边缘噪声干扰或水平线-垂直线网格状背景图像干扰等不利条件而检测不到正当的水平-垂直种子点对,或非正当的种子点对个数太多时,该法就无法应用,即应用范围过窄.该法还有一些需改进之处,例如,需 Hough 聚类的参数 λ 的无界性和数字椭圆数据的病态性等.所有这些缺陷严重影响了该法的可应用范围.

为克服这些缺点,基于广义正交概念使用 K-RANSAC 技术开发了一个应用范围广、鲁棒性好、精度高、计算有效的椭圆提取算法.

2 共切椭圆族和椭圆的广义正交性

使用下述参数方程表示椭圆

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_c = R_\alpha \begin{bmatrix} a \cos \theta \\ b \sin \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中旋转阵 $R_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, 椭圆点 $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, 椭圆心 $\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}$, α 为椭圆倾角, a 和 b 为长、短半轴长度, \mathbf{r}_c 为椭圆心, θ 为与椭圆点 \mathbf{r} 相应的参数角.

定理 1. 极点-极弦性质:设椭圆上任意两点 A, B 的连线(称为极弦)中点为 P , 它们的切线交于极点 T , 则椭圆心 $C^{(0)}$, 极弦中点 P 和极点 T 共线; 并且有

$$\mathbf{r}_T - \mathbf{r}_c = \frac{R_\alpha \begin{bmatrix} a \cos \theta_+ \\ b \sin \theta_+ \end{bmatrix}}{\cos \theta_-} = \frac{1}{(\cos \theta)^2} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_c) \quad (2)$$

其中 $\theta_- = \frac{\theta_A - \theta_B}{2}, \theta_+ = \frac{\theta_A + \theta_B}{2}$.

证明. 把椭圆方程(1)对参数角求导,得到切线矢量,可知 $(r - r_c)^T G (r_T - r) = 0$, 其中 $G = R_\alpha \begin{bmatrix} a^{-2} & 0 \\ 0 & b^{-2} \end{bmatrix} R_\alpha^T$, 即切线 TA 和“半径” AC 关于矩阵 G 广义正交. 因此有 $r_T - r_c = G^{-1} \begin{bmatrix} (r_A - r_c)^T \\ (r_B - r_c)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. 把式(1)代入它和极弦中点 P 的定义式,可知式(2)和定理 1 成立.

证毕.

定理 1 叙说一个已知位置和切线方向的两椭圆点组合形成了一个关于参数 θ_- 的椭圆族. 称其中使 $|\theta_-| = \frac{\pi}{4}$ 的椭圆为基准椭圆, 并以上标(0)标记它. 对它而言, 有 $r_T - r_P = r_P - r_{c^{(0)}}$ (即, $r_{c^{(0)}} = r_A + r_B - r_T$) 这使得点 P 同时为线段 AB 和 $TC^{(0)}$ 的中点, 因此四边形 $C^{(0)}ATB$ 一定为平行四边形, 称它为基准四边形. 特殊地, 当两切线相互垂直时的种子点对为正交种子点对, 此时, 四边形 $C^{(0)}ATB$ 为矩形 (称为基准矩形), 并有 $H_f = \begin{bmatrix} \|r_A - r_{c^{(0)}}\|^{-1} & 0 \\ 0 & \|r_B - r_{c^{(0)}}\|^{-1} \end{bmatrix} R_{\phi_A}^T$, 其中, ϕ_A 为过种子点 A 的切线倾角; 更特殊地, $\phi_A = 0$ 时 (此时有 $R_{\phi_A} = I$) 的正交种子点对为水平-垂直种子点对.

由于 $r_T - r_i = r_T - r_c - (r_i - r_c) = -\text{tg}\theta_- R_\alpha \begin{bmatrix} -a\sin\theta_i \\ b\cos\theta_i \end{bmatrix}, \forall i = A, B$ 和 $r_A - r_B = 2\sin\theta_- R_\alpha \begin{bmatrix} -a\sin\theta_+ \\ b\cos\theta_+ \end{bmatrix}$, 有 $(r_A - r_T)^T G (r_A - r_T) = (r_B - r_T)^T G (r_B - r_T), (r - r_c)^T G (r - r_c) = 1, \forall$ 椭圆点 r 和 $(r_T - r_c)^T G (r_A - r_B) = 0$. 这表明不但椭圆“半径” AC 与切线 AT 关于矩阵 G 广义正交; 而且极弦 AB 与极心线 TC 关于矩阵 G 广义正交; AC 和 BC , 极切线 TA 和 TB 关于矩阵 G 广义等长. 实际上, 仿射变换 $r_f = \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & b^{-1} \end{bmatrix} R_\alpha^T (r - r_c)$ 将该椭圆映射为单位圆, 从而使这些性质在映射图形中狭义地成立. 这样, 这些性质在椭圆中广义地成立. 由于基准椭圆是个特殊椭圆, 因此, 这些性质对基准椭圆也应成立.

如图 1 所示, 为利用这些性质, 需要一个由平移、旋转和拉伸变换组合成的仿射变换, 它

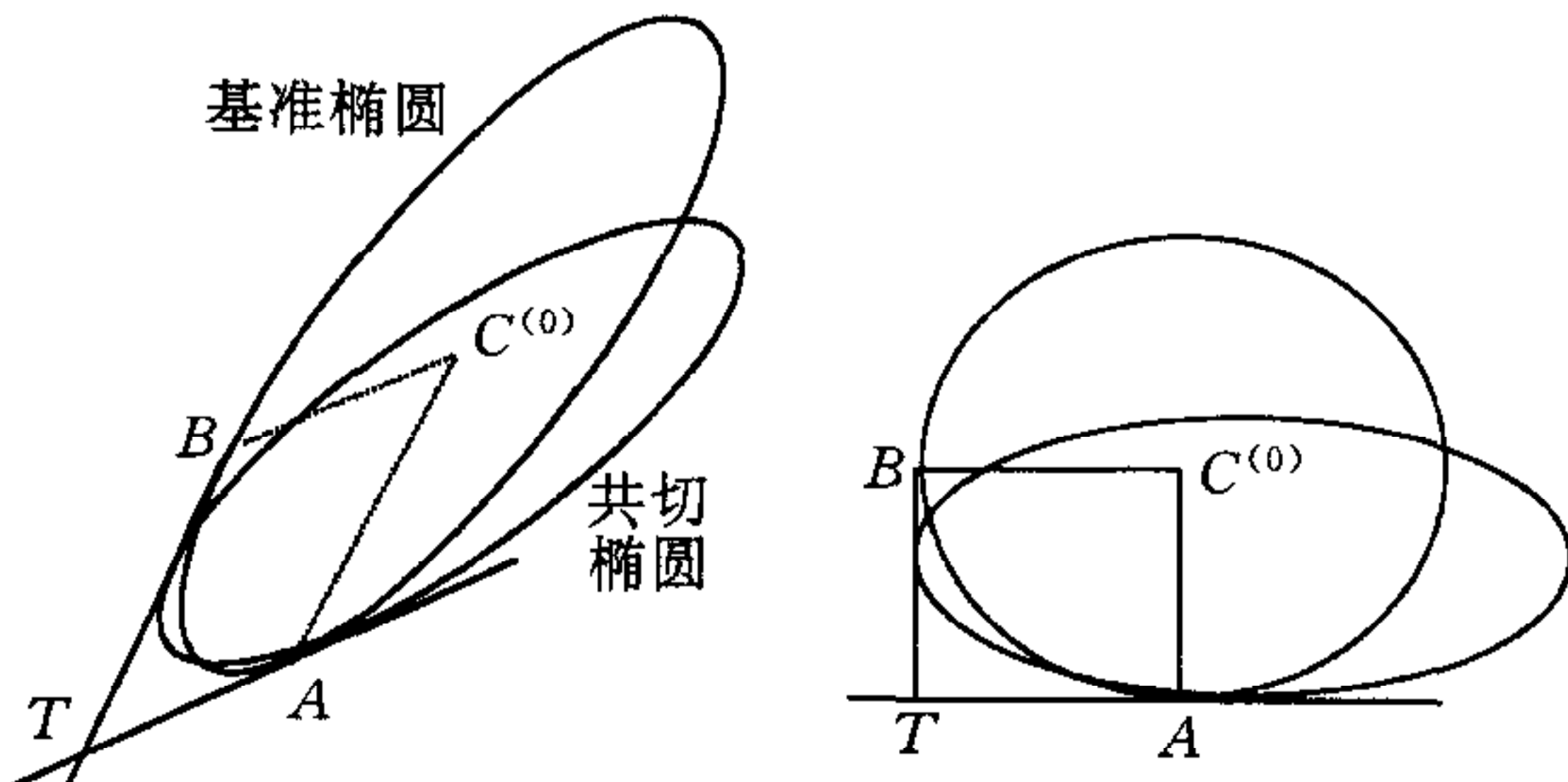


图 1 仿射映射前后的基准四边形和基准椭圆

把基准椭圆变为单位圆, 把基准四边形变为单位正方形, 把斜交的切线对映射为 $I = H_f [r_A - r_{c^{(0)}} \quad r_B - r_{c^{(0)}}]$ 即 $H_f = [r_A - r_{c^{(0)}} \quad r_B - r_{c^{(0)}}]^{-1}$, 使得 $[r_A - r_{c^{(0)}} \quad r_B - r_{c^{(0)}}]^T H_f^T H_f [r_A - r_{c^{(0)}} \quad r_B - r_{c^{(0)}}] = I$, 于是有 $(r_A - r_{c^{(0)}})^T G^{(0)} (r_B - r_{c^{(0)}}) = 0$ 和 $(r_i - r_{c^{(0)}})^T G^{(0)} (r_i - r_{c^{(0)}}) = 1 (\forall i = A \text{ 或 } B)$, 其中 $G^{(0)} = H_f^T H_f$. 这样, 有

定理 2. 过任一种子点对 (A, B) 并与切线对 $(L_1 = AT, L_2 = BT)$ 相切的二次曲线族为 $\{S(k) = 2(2k - 1)L_1 L_2 + S_0 \mid k \in R\}$, 其中, $L_1 = x_s - 1, L_2 = y_s - 1, S_0 = x_s^2 + y_s^2 - 1$, 并且

$$\mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = H_f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c^{(0)}) \quad (3)$$

显然,上述讨论很自然地把水平-垂直种子点对的共切椭圆族情况推广到一般的非正交种子点对情况,并把水平-垂直种子点对情况和正交种子点对情况都作为一般的非正交种子点对情况的特例.实际上,共切二次曲线族表示并不唯一,文献[5]使用了另一种形式的共切二次曲线族表示.

定理 3. 共切二次曲线族为 $\{S(k) = 2(2k-1)L_1L_2 + S_0 | k \in R\}$ 的分类情况是

$$S(k) \in \begin{cases} \text{椭圆} & \forall k \in (0, 1) \\ \text{抛物线} & \forall k = 0 \text{ 或 } 1 \\ \text{双曲线} & \forall \text{ 其它情况} \end{cases} \quad (4)$$

证明. 任一非简并即有 6 个 DOF 的仿射变换 $\mathbf{r}_f = H_f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ 具有保二次曲线特性,即不改变二次曲线的属性. 因为,它把 $\mathbf{r}^T A \mathbf{r} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{r} + C = 0$ 映射为 $\mathbf{r}_f^T A_f \mathbf{r}_f + 2\mathbf{b}_f^T \mathbf{r}_f + C_f = 0$, 其中 $A_f = H_f^{-T} A H_f^{-1}$, $\mathbf{b}_f = H_f^{-T} (A \mathbf{r}_0 + \mathbf{b})$ 和 $C_f = \mathbf{r}_0^T A \mathbf{r}_0 + 2\mathbf{b}^T \mathbf{r}_0 + C$. 显然, $A = 0$ 时必有 $A_f = 0$, 并且 $\text{sgn}(\det(A_f)) = \text{sgn}(\det(A))$. 这直接导致定理 3. 证毕.

需说明的是,Cheng-Lee 法使用的是共切二次曲线族为 $\{S(\lambda) = (1-\lambda)L_1L_2 + \lambda S_0 | \lambda \in R\}$, 相应的椭圆条件是 $\lambda \in (-\infty, -1] \cup [1/3, +\infty)$, 它由两个不相连的无界区间组成, 这给 λ 的 HT 聚类带来不便. 由于我们使用的椭圆条件是个单位长开区间, 这很便于参数 k 的 HT 聚类.

$$\text{令 } \mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{r}_{SS}, \text{ 代入共切椭圆族方程后, 有 } (\mathbf{r}_{SS} - \mathbf{r}_{SSc})^T \begin{bmatrix} a_{SS}^{-2} & 0 \\ 0 & b_{SS}^{-2} \end{bmatrix} (\mathbf{r}_{SS} - \mathbf{r}_{SSc}) = 1,$$

其中长、短半轴长度 $a_{SS} = \frac{\sqrt{1-k}}{2k}$ 和 $b_{SS} = \frac{1}{2\sqrt{k}}$, 椭圆中心 $\mathbf{r}_{SSc} = \frac{2k-1}{2k} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. 于是, $\mathbf{r} - \mathbf{r}_c^{(0)} =$

$H_f^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{r}_{SS} = [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2] (\mathbf{r}_{SS} - \mathbf{r}_{SSc}) + [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2] \mathbf{r}_{SSc}$, 通过分别使等式两端的均值分量和中心化分量相等, 则有 $\mathbf{r} - \mathbf{r}_c = [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2] (\mathbf{r}_{SS} - \mathbf{r}_{SSc})$ 和 $\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_c^{(0)} + [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2] \mathbf{r}_{SSc}$. 这样, 有

定理 4. 在 k 值确定后, 可用下式计算相应的椭圆参数.

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{4k} ((k^{-1} - 1) \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_1^T + \mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2^T) \quad (5)$$

其中 $\mathbf{n}_1 = \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_c^{(0)}$, $\mathbf{n}_2 = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B$, 椭心 $\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_c^{(0)} + (1 - (2k)^{-1}) \mathbf{n}_1$, $w_1 = \frac{g_{11} + g_{22}}{2}$, $w_2 = \frac{g_{11} - g_{22}}{2}$. 然后计算

长、短半轴长度 $a, b = \sqrt{w_1 \pm \sqrt{w_2^2 + g_{12}^2}}$, 倾角 $\alpha = \arctg\left(\frac{w_2 - \sqrt{w_2^2 + g_{12}^2}}{g_{12}}\right)$.

3 基于广义正交概念的 K-RANSAC 椭圆提取算法

步骤 1. 随机采样一对边缘点作为种子点对, 用它们的位置和方向计算它们的切线交点、基准椭圆的中心和相应的仿射变换阵;

步骤 2. 对其余边缘点的每一个点,仿射变换其位置与方向,计算由它们分别确定的参数 k ,如果两个 k 值不相符程度超过容限,则舍弃它,否则在关于 k 的 Hough 空间投票;

步骤 3. 搜索得票最多的 k 、计算相应的椭圆参数及其优度;

步骤 4. 把由步骤 1 至步骤 3 组成的循环进行 K 次,从中选取有最大优度的那组参数为所提椭圆的最优参数,从其内点集合使用广义本征分析技术精炼椭圆参数;

步骤 5. 从边缘点集中删除属于该椭圆的点集;

步骤 6. 重复上述过程,直到无椭圆可提为止.

对上述算法,还需说明如下.

3.1 参数 k 的 HT 聚类

对于椭圆上的任意一点 r 而言,有 $S(k) = 2(2k-1)(x_s-1)(y_s-1) + x_s^2 + y_s^2 - 1 = 0$,其中, $r_s = H_f(r - r_{c(0)})$. 这使得

$$k_{\text{位置}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_s^2 + y_s^2 - 1}{2(x_s-1)(y_s-1)} \right), \quad k_{\text{方向}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_s^T H_f r_\theta}{I_s^T H_f r_\theta} \right) \quad (6)$$

其中 $r_\theta = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{tg}\phi \end{bmatrix}$, $I_s = \begin{bmatrix} y_s-1 \\ x_s-1 \end{bmatrix}$, ϕ 为过点 r 的切线倾角.

当边缘点的位置和方向信息均已知时,可用式(6)得出两个不一定相同的 k 值 $k_{\text{位置}}$ 和 $k_{\text{方向}}$,这表明存在冗余信息. 此冗余信息可用于判别该边缘点是否与种子点对位于同一椭圆. 若判决结果是肯定的,则可使用这两个 k 值的平均作为 k ,进行 HT 聚类;否则,舍弃它. 此过程实际上已使用了基于最小冗余子集概念的 Hough 变换技术. 当然,如果只有位置信息可达,则不能进行该判断,只能用 $k_{\text{位置}}$ 作为 k ,进行 HT 聚类. 这时为标准的 Hough 变换技术.

3.2 内点精选和出格点删除

由于 k 值存在 HT 的量化效应,使得聚类出的椭圆参数的精度有限. 为提高精度,把它作为椭圆参数粗估值,根据边缘点到椭圆的位置距离和方向误差来精选内点和删除出格点,其筛选准则是:当位置距离和方向误差都足够小时,则判该边缘点为椭圆的内点,否则判其为出格点. 当仅有边缘的位置信息可达时,则在准则中仅考虑位置误差.

3.3 椭圆参数精炼:椭圆参数的直接线性最优化技术

现在需要根据得到的椭圆内点集合,使用线性最优化技术精炼椭圆参数. 传统技术使用对二次方程

$$a_0 x^2 + 2a_1 xy + a_2 y^2 + 2a_3 x + 2a_4 y + a_5 = 0 \quad (7)$$

的最小二乘拟合,然后验证拟合出的参数矢量是否满足椭圆条件: $a_1^2 - a_0 a_2 < 0$;这实际上是把椭圆拟合的有约束最优化问题简化为无约束最优化问题. 其最主要的问题是无法保证拟合出的二次曲线一定是椭圆. 使用对椭圆方程的最小二乘拟合虽然能保证拟合出的一定是椭圆,但会导致计算复杂的非线性最优化. 把约束改为 $a_1^2 - a_0 a_2 = -1$ 后,可证^[6]椭圆参数矢量是下述广义本征问题的解

$$\Sigma a = \lambda_{\min} B a \quad (8)$$

其中 $a = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5]^T$, $\Sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i X_i^T$, $X_i^T = [x_i^2 \ 2x_i y_i \ y_i^2 \ 2x_i \ 2y_i \ 1]$,

$B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. 即:最优解矢量 a 为矩阵对 (Σ, B) 的最小广义本征值 λ_{\min}

所对应的广义本征矢量,并且满足 $\mathbf{a}^T \mathbf{B} \mathbf{a} = 2$. 它等价于 \mathbf{d}_1 为矩阵 $\Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{12}^T$ 的最小本征值 λ_{\min} 所对应的满足 $\mathbf{d}_1^T \mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1 = 2$ 的本征矢量,并且 $\mathbf{d}_2 = -\Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{12}^T \mathbf{d}_1$. 其中 $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$, Σ_{ij}

都是 3×3 矩阵, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}$. 显然这比直接计算式(8)要简便得多.

3.4 边缘数据的病态问题和正则化变换

正如文献[7]所述,拟合数字椭圆的边缘数据存在病态性问题,这是由于本征问题的解矢量的相对误差与 Σ 阵的相对误差成正比,且比例系数等于该矩阵的条件数,即

$$\frac{\|\Delta \mathbf{a}\|}{\|\mathbf{a}\|} = K(\mathbf{a}) \frac{\|\Delta \Sigma\|}{\|\Sigma\|} \quad (9)$$

其中条件数 $K(\mathbf{a}) = \|\Sigma^+\| \|\Sigma\| = \frac{\Sigma \text{ 的最大本征值}}{\Sigma \text{ 的最小非零本征值}}$.

不幸的是,提取数字椭圆的边缘数据的 Σ 阵的条件数过大,尤其是当点数不很大时,这使得数字椭圆或者不易提取,或者提取效果不佳. 通过对边缘点集的中心化和协方差阵的归一化,即可实现数据的正则化,即:使条件数接近于 1. 具体地,对数字像素 \mathbf{r}_d 进行正则变换

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \mathbf{r}_d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中变换阵 S 由 $S = \begin{bmatrix} S_1 & -S_1 \mathbf{m}_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $S_1 \Sigma_{r_d} S_1^T = I$, $\Sigma_{r_d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_d \mathbf{r}_d^T - \mathbf{m}_d \mathbf{m}_d^T$, $\mathbf{m}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_d$ 给出. 对正则化后的数据提取椭圆,然后把椭圆参数反变换回数字域中.

4 实验结果

为验证所开发的技术的正确性、有效性和实用性,进行了一系列实验^[8],由于篇幅所限,仅以三例简单说明.

例 1. 计算机用参数为(圆心,长短半轴长,倾角) = (231, 234; 167, 56; 1.876)生成一椭圆点集,使其平均位置误差为 σ (σ 越大噪声越强),并使其出格点率为 ρ ,表 1 列出了不同的 (ρ, σ) 时的实验结果.

表 1 不同的 (ρ, σ) 时的实验结果

$\rho = 0.3$			$\sigma = 2.24$		
σ	参数平均 相对误差	运行时间 (s)	ρ	参数平均 相对误差	运行时间 (s)
2.24	0.0048	0.18	0.45	0.0063	0.28
4.47	0.0112	0.20	0.70	0.0129	0.31
6.71	0.0298	0.25	0.90	0.0319	0.35

例 2. 计算机仿真生成了一个互相遮挡的三椭圆图像,它们的参数 (C_x, C_y, a, b, α) 分别是 (78, 78, 60, 30, 1.05), (128, 108, 50, 30, -0.35), (168, 148, 52, 35, -0.52). 在用亚像素边缘检测算子^[9]得到边缘的位置和方向,然后使边缘数据的出格点率 ρ 为 0.15 (对每个椭圆而言 σ 比 0.15 大得多,因为每个椭圆上的点都是另两个椭圆的出格点),用所开发的算法提取三椭圆,实验结果如表 2 所示. 并把依据提取的椭圆参数画出的椭圆迭加在原图中,如图 2 所示.

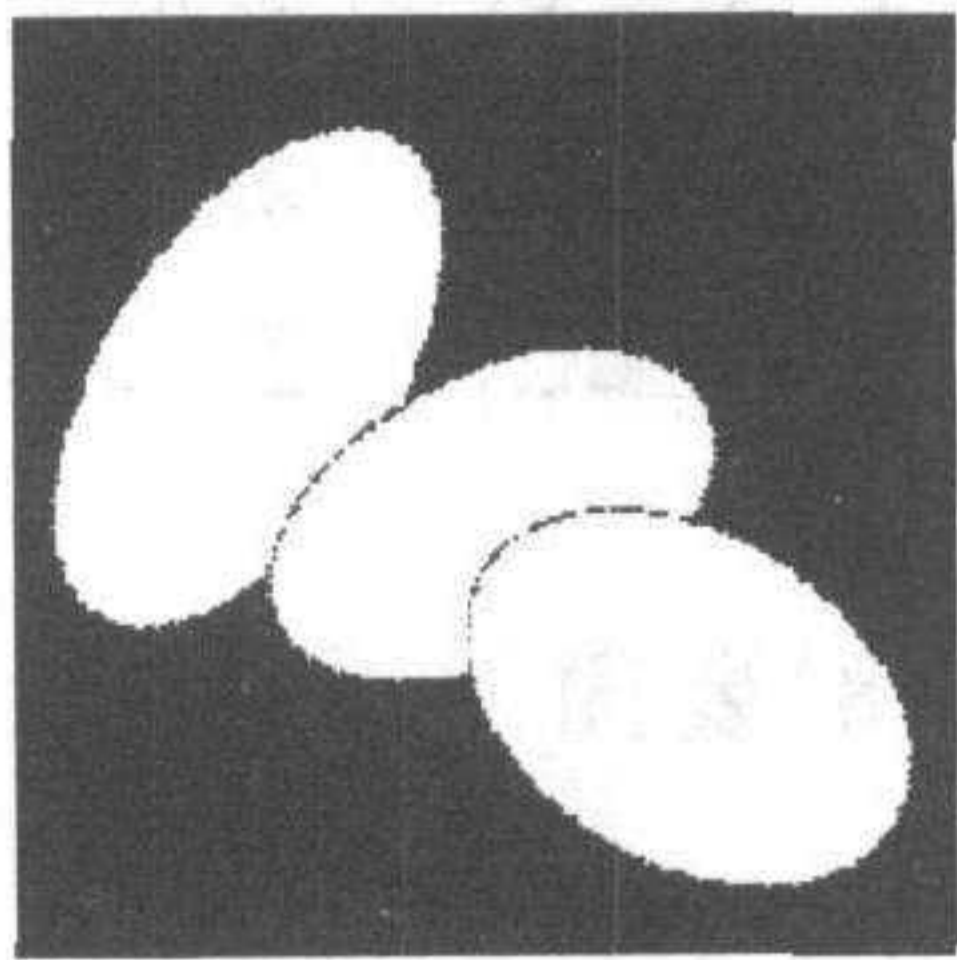
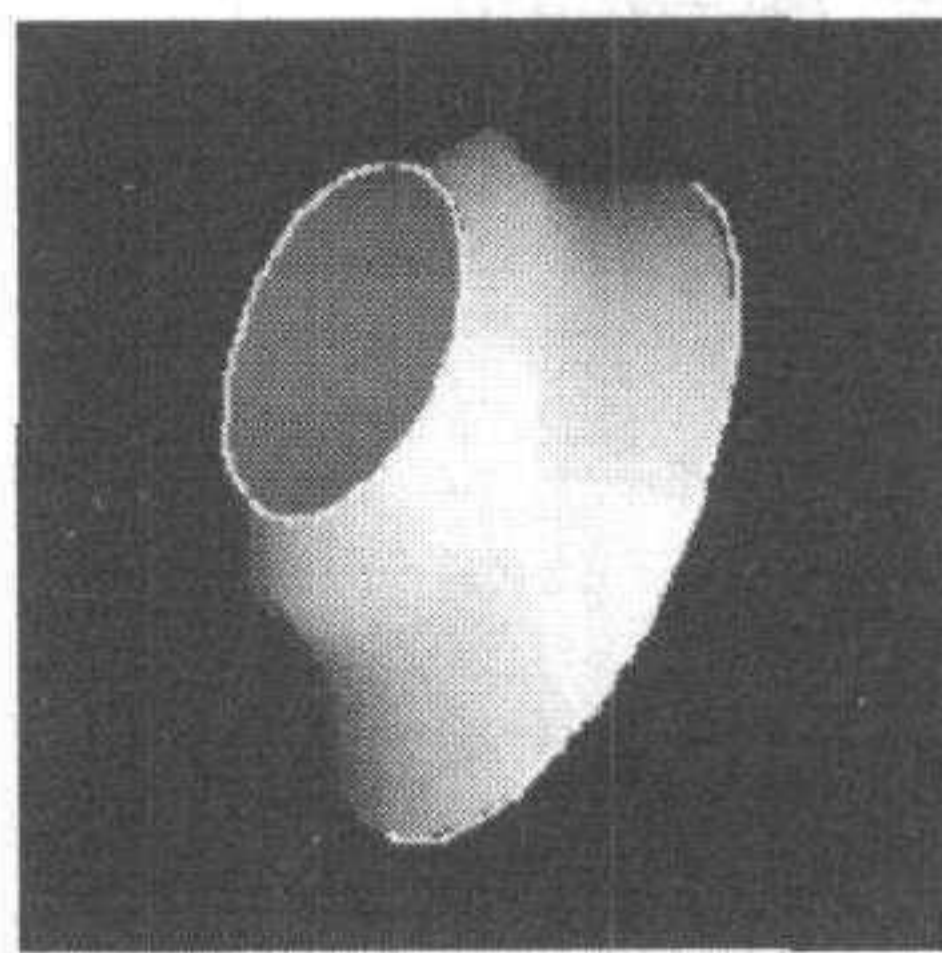


图 2 仿真三椭圆图像

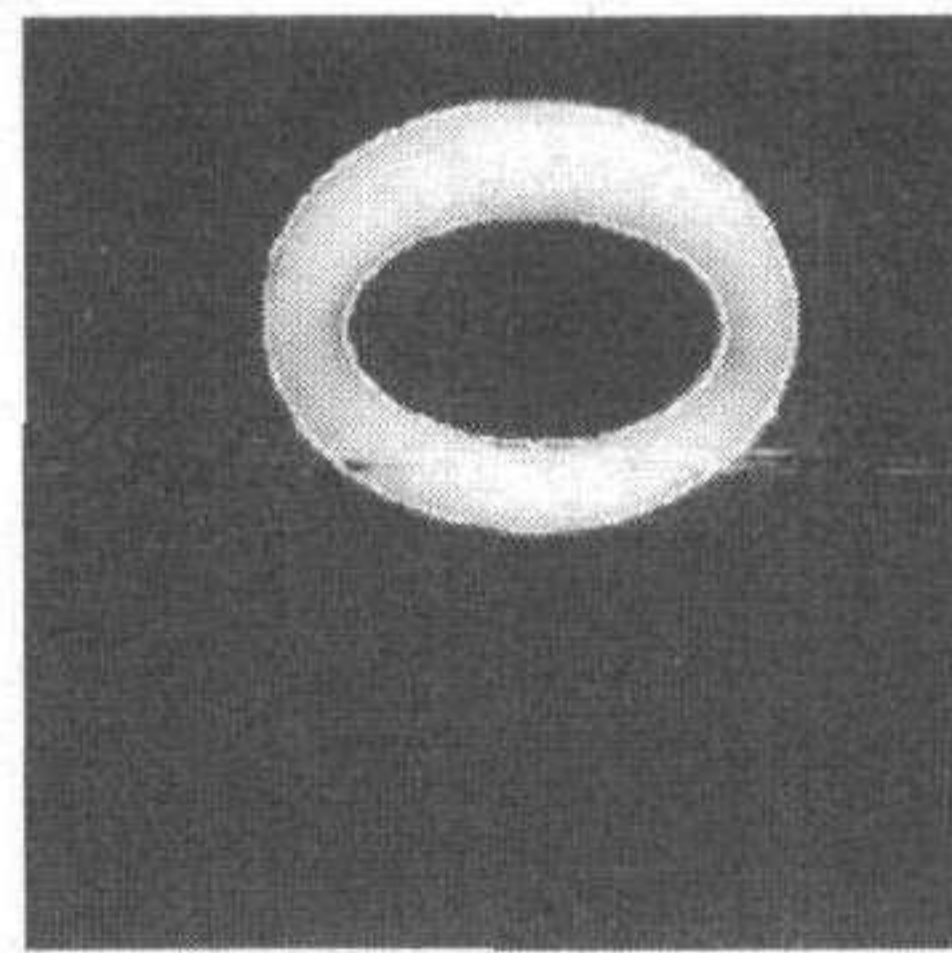
表 2 三椭圆实验结果

椭圆	参数平均 相对误差	复原位置 均方误差	总运行 时间(s)
1	0.0068	1.01	0.44
2	0.0015	0.21	
3	0.0063	1.22	

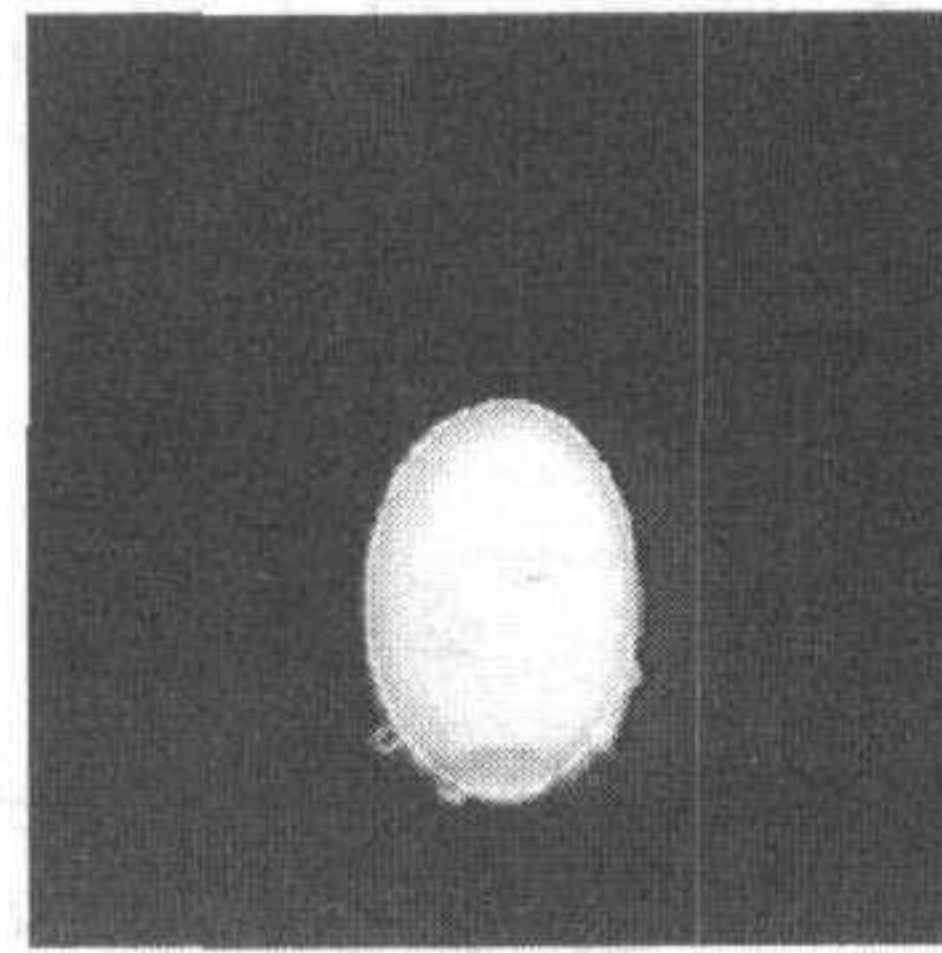
例 3. 算法对四个典型灰度图像进行椭圆检测, 计算步骤如同例 2, 其结果如图 3(a)~(d)所示, 其中已把提取的椭圆叠加到该图像中. 通过观察迭加椭圆与灰度图像的符合程度可判断其效果.



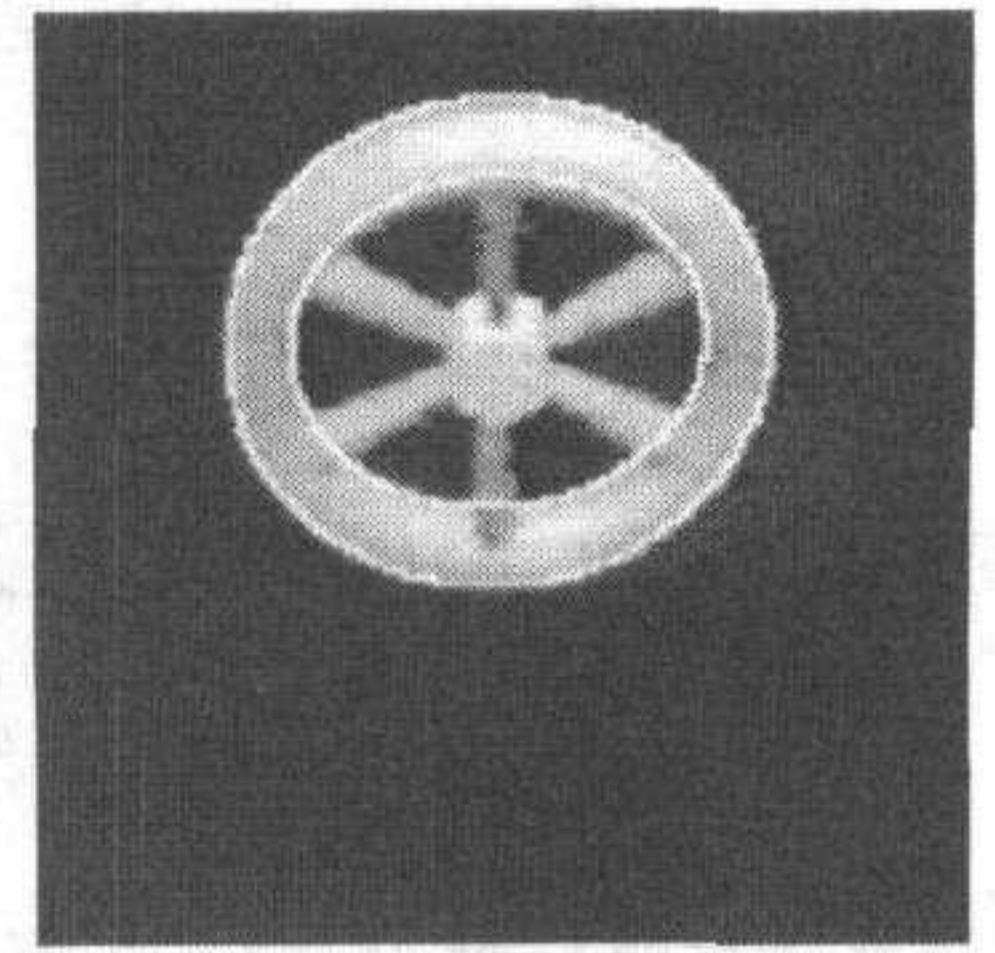
(a) 帽形物



(b) 救生圈



(c) 锚雷



(d) 方向轮

图 3 从灰度图像检测椭圆

所有实验都表明: 在可应用范围、复原精度、计算复杂性、计算速度和鲁棒性等方面, 所开发算法优于文献[1, 2]的算法. 它允许边缘是断续的、不完整的、位置不准确的和互相遮挡的, 并含有相当比例的假边缘.

参 考 文 献

- 1 Cheng Y C, Lee S C. A new method for quadratic curve detection using K -RANSAC with acceleration techniques. *Pattern Recognition*, 1995, **28**(5):663~682
- 2 杨忠根, 栾晓明, 胡 辉. 利用极点-极弦性质提取椭圆. 哈尔滨工程大学学报, 1997, **18**(5):70~77
- 3 Olson C F. Constrained Hough transform for curve detection. *Computer Vision & Image Understanding*, 1999, **73**(3):329~345
- 4 Chutatape O, Guo L. A modified Hough transform for line detection and its performance. *Pattern Recognition*, 1999, **32**(2):181~192
- 5 Bennett N, Burrige R, Saito N. A method to detect and characterize ellipses using the Hough transform. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, **21**(7):652~657
- 6 Fitzgibbon A, Pilu M, Fisher R B. Direct least square fitting of ellipses. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, **21**(5):476~480
- 7 Hartley R I. In defense of eight-point algorithm. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(6):580~593
- 8 马 彦. 水下智能机器人视觉系统算法的研究与实现[学位论文]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 1999
- 9 Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection. *Pattern Recognition*, 1993, **26**(2):295~306

杨忠根 1964年毕业于哈尔滨军事工程学院, 1981年获东南大学无线电系硕士学位, 留美访问学者, 原任哈尔滨工程大学教授, 现任上海海运学院教授. 感兴趣于通信工程、信息工程尤其是数字信号处理、图像处理、模式识别、计算机视觉等领域的教学和科研.

马 彦 哈尔滨工程大学硕士, 就职于中国科学院模式识别国家重点实验室, 现在美国深造.