第 28 卷 第 4 期 自 动 化 学 报 Vol. 28, No. 4
2002 年 7 月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 2002

短文

基于 Q2 算法的固定迟滞问题离散化求解[1)]

周 颢 邵晨曦 白方周
（中国科学技术大学计算机科学技术系 合肥 230027）
（E-mail：kitewind@263.net cxshao@ustc.edu.cn fzbai@ustc.edu.cn）

摘 要 迟滞问题是指系统的状态变化不仅与当前状态有关，还与系统的过去状态有关. 考虑了对固定迟滞问题进行定性仿真求解，通过分析该类问题的可离散化特性，将问题求解范围从连续时间转化到离散时间点上来考虑. 并改进了定性与定量相集成的仿真方法——Q2 算法，增加了反映延迟性质的过去约束，通过当前约束和过去约束在系统中传播定量信息，从而完成固定迟滞问题的定性仿真.

关键词 定性仿真，固定迟滞，离散化，过去约束
中图分类号 TP391.9

A DISCRETE METHOD FOR FIXED TIME-LAG PROBLEM BASED ON Q2 ALGORITHM

ZHOU Hao SHAO Chen-Xi BAI Fang-Zhou
(*Department of Computer Science and Technology*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230027)
(E-mail: kitewind@263.net cxshao@ustc.edu.cn fzbai@ustc.edu.cn)

Abstract Time-lag problem means that the system states are affected by both current states and past states. The qualitative simulation of the fixed time-lag problem is discussed in this article. Discretization of the problem is analyzed, which makes it possible for us to consider the problem on discrete time points. Based on the Q2 algorithm, past constraints are added to represent the latency. By propagating quantitative information in the system with past constraints and current constraints, qualitative simulation of fixed time-lag system can be realized.

Key words Qualitative simulation, fixed time-lag, discrete, past constraint

1 引言

定性仿真是定性推理的一种主要方法. Kuipers 的定性仿真理论是其中的主要代表. 定

1) 国家自然科学基金（69974038）资助
收稿日期 2000-04-24 收修改稿日期 2001-02-19

性仿真算法 QSIM(Qualitative Simulator)是一种面向约束的算法[1]. Kuipers 等人在其基础上引入定量信息,提出了 Q2,Q3 算法[2]. 这些算法已经被广泛运用于系统仿真分析、推理和预测控制[3].

在实际系统分析中,经常涉及系统的延时特性. 即变量的值不仅依赖当前点的情况,还依赖某些变量在过去时间点的值. 这些系统涉及延时、惯性和累计量,在生物医学中经常见到. 例如考虑由兴奋性神经元 E,抑制性神经元 I 和星形胶质细胞 G 组成的模拟生物神经网络中,E 的活性状态可以用如下的差分方程来表示

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -E(t) + a_1 f[b_1 G(t-\tau)] - a_2 f[b_2 I(t-\tau)]$$

其中 τ 为延滞;$a_i, b_i (i=1,2)$是常数;$f(u)=\tanh(u)$;$E(t)$, $G(t)$, $I(t)$分别表示 E,G,I 在时刻 t 的活性状态.

在处理这类问题的时候,时间是需要加以考虑的关键信息. 但是,以 Q2 算法为代表的定性推理方法以时间区间为基础,不能对时间加以精确分析.

本文主要分析具有固定延迟的迟滞问题. 为了简化处理,引入了离散化方法,将连续时间划分成离散的时间点. 在 Q2 算法中增加与以前状态相关的过去约束. 系统的参数由区间值定义,初始模型的变量区间通过各种约束传播和精炼. 算法在达到最大循环次数或限定精度时结束. 仿真结果可以得到系统在各时间点的变量区间.

2　Kuipers 定性仿真方法

定性仿真(Qualitative Simulation)通过定性模型推导系统的定性行为描述. 在已有的多种定性方法中,具有代表性的有 Forbus 的定性过程理论[4]和 Kuipers 的定性仿真理论[1,2].

Kuipers 的方法是一种面向约束的方法. 在该方法中,系统被描述成一个参数集以及这些参数间的约束集. 约束用谓词表达,包括算术约束(ADD,MULT,MINUS)、单调函数($M+$,$M-$)、微分运算(DERIV)等.

系统的行为由参数描述. 参数 f 在 t 时刻的定性状态 $QS(f,t)$由二元组$\langle qval\ ,qdir\rangle$描述,其中 $qval$ 表示 f 取值的区间范围,$qdir$ 表示 f 的变化趋势(上升、下降或静止).

时间由若干可区分时间点来分割. 相邻两点之间,函数的定性状态为常量. 具有参数 $F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$以及可区分时间点为 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 的系统,其系统定性状态由下式描述

$$\begin{cases} QS(F,t_i) = [QS(f_1,t_i),QS(f_2,t_i),\cdots,QS(f_m,t_i)] \\ QS(F,t_i,t_{i+1}) = [QS(f_1,t_i,t_{i+1}),QS(f_2,t_i,t_{i+1}),\cdots,QS(f_m,t_i,t_{i+1})] \end{cases} \tag{1}$$

系统的定性行为是可推理函数 F 的定性状态系列

$$QS(F,t_1),QS(F,t_1,t_2),\cdots,QS(F,t_n) \tag{2}$$

系统的定性行为由定性算法 QSIM 直接求出. QSIM 算法不断地选取当前状态,产生其所有的后继状态,最后过滤与定性约束不一致的状态. QSIM 算法是充分的,但是不完备(Incompleteness)的. 即它会产生实际系统所有可能的行为,也会产生不可能行为[5]. 为了解决这一问题,定量知识被引入,从而导致定性-数字仿真器 Q2 和更新了步长精炼算法的 Q3 的先后出现[2].

Q2,Q3 中采用的定性定量知识集成的方法是:基于数值区间进行推理.即定量区间在基本约束中传播.Q2,Q3 中,各种约束都有相应的定量信息的传播方法.通过传播定量知识,每一步的模糊性大为减少,从而提高了定性仿真的效率.

在定性与定量相结合的方法中,Q2 算法最具有代表性.本文提出的算法是以 Q2 算法为基础的改进.

3 固定迟滞问题的可离散化分析

对固定迟滞问题,直观的方法是离散化处理,简化成处理在离散时间点上系统的状态,避免了连续时间上分析的困难.

下面证明存在一种离散化尺度 d,使得延迟时间 τ 是 d 的整数倍,且利用定性仿真算法(QSIM)导出的可区分时间点$(t_1,t_2,\cdots,t_n)$也在整数点上.为简单处理,考虑系统中只涉及一个延迟函数 $f(t-\tau)$的情况.

在系统中用函数 g 代替 $f(t-\tau)$.先假定 g 与 f 无关,使用 QSIM 算法进行定性推理.由 QSIM 算法的充分性可知,产生的结果中包含了原系统的解和引入 g 产生的虚假解.对结果进行 f 与 g 的匹配,就可以得到原系统的解.

对产生的结果仅考虑与 f,g 有关的内容.得到与 f,g 相关的定性状态序列如下,其中 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 为系统的可区分时间点.

$$QS(f,t_1),QS(f,t_1,t_2),\cdots,QS(f,t_n),$$
$$QS(g,t_1),QS(g,t_1,t_2),\cdots,QS(g,t_n).$$

不失一般性,考虑在 t_i,t_{i+1}这一段的情况.令

$a1=QS(g,t_i)$, $b1=QS(g,t_i,t_{i+1})$, $c1=QS(g,t_{i+1})$, $d1=QS(g,t_{i+1},t_{i+2})$, $a2=QS(f,t_i)$, $b2=QS(f,t_i,t_{i+1})$, $c2=QS(f,t_{i+1})$, $d2=QS(f,t_{i+1},t_{i+2})$.

1) $\tau<t_{i+1}-t_i$,如图 1 所示.根据 f,g 之间的延迟关系和定性状态的性质(在相邻两个可区分时间点间,函数的定性状态为常量).容易得到

$$QS(g,t_i,t_{i+1}) = QS(f,t_i),$$
$$QS(g,t_i,t_{i+1}) = QS(f,t_i,t_{i+1}),$$
$$QS(g,t_{i+1}) = QS(f,t_i,t_{i+1}),$$
$$\cdots$$

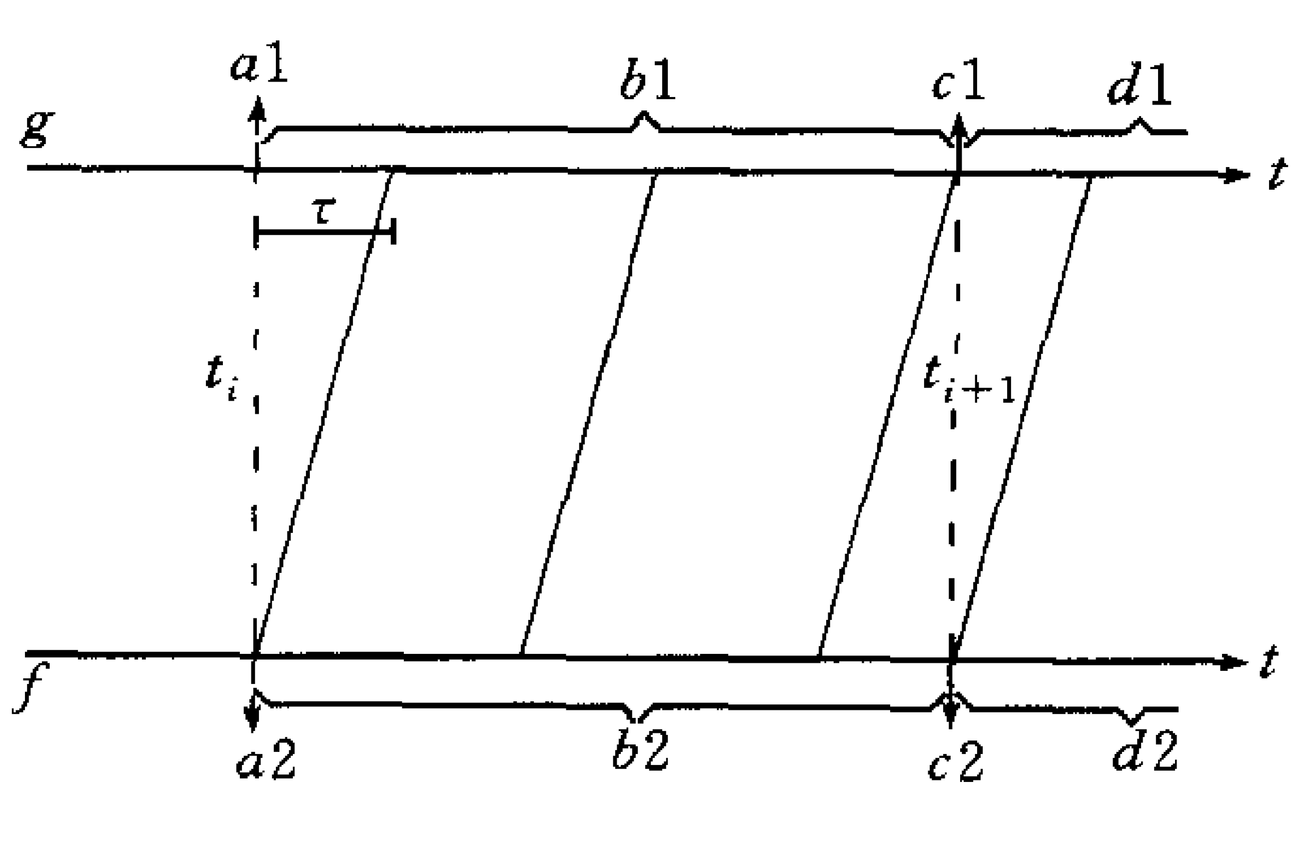

图 1 $\tau<t_{i+1}-t_i$ 的情况

从而得到

$$QS(f,t_i) = QS(f,t_i,t_{i+1}) = QS(f,t_{i+1}).$$

2) $\tau>t_{i+1}-t_i$,和情况 1)相似,将得到同样的结果.

3) $\tau=t_{i+1}-t_i$,得到

$$QS(g,t_{i+1}) = QS(f,t_i),$$
$$QS(g,t_{i+1},t_{i+2}) = QS(f,t_i,t_{i+1}).$$

综合考虑以上三种情况并加以推广,可得到如下两条结论

结论 1. 如果对任意的 $t_i,t_j(t_1\leqslant t_i,t_j\leqslant t_n)$,都有 $\tau\neq t_j-t_i$,则

$$QS(f,t_1)=QS(f,t_1,t_2)=\cdots=QS(f,t_n),$$

这是一个平凡解. 而通常情况下,系统不可能表现为这种状态.

结论 2. f 的定性状态发生变化时,必然存在 $t_i,t_j(t_1\leqslant t_i,t_j\leqslant t_n)$,满足 $\tau=t_j-t_i$.

由结论 2 可推出:如果针对各时间点$(t_1,t_2,\cdots,t_n)$离散化系统,则离散化尺度(d)满足 $d\mid(t_j-t_i)$对任意 i,j 均成立. 显然可得,$d\mid\tau$.

至此为止,构造了满足要求的离散化尺度 d. 从而证明了固定迟滞问题的可离散化.

4　固定迟滞系统的离散化求解

固定迟滞系统中,参数的定性状态除了和当前其它参数状态有关,还和某些参数的以前的状态(Past States)有关. 为了方便描述,进行以下定义

定义 1. 离散化后的固定迟滞系统的输出具有下列形式的功能变量集表示

$$A_j(t),t\in T=\{t_1,t_2,\cdots,t_n\},i=\{1,2,\cdots,n\},j=\{1,2,\cdots,m\},$$

$$A_j(t_i)\in E_{ij},E_{ij}=[\inf(A_j(t_i)),\sup(A_j(t_i))].$$

定义 2. 离散化后的固定迟滞系统的定性函数包括当前约束和过去约束

当前约束:对于 $A_j(t_i)$,有 $A_j(t_i)=f(A_p(t_i)),1\leqslant p\leqslant n,p\neq j$;

过去约束:对于 $A_j(t_i)$,有 $A_j(t_i)=f(A_p(t_q)),1\leqslant p\leqslant n,0\leqslant q\leqslant n-1$.

即一定的 A_j,在时刻 t_i,是过去和当前的一些或全部的 A_p 在时刻 t_q 的函数.

定义 3. 离散化后的固定迟滞系统的定性仿真模型是由当前约束和过去约束组成的定性差分方程.

与 Q2 一样,$A_j(t_i)$的区间值可以在当前约束和过去约束中传播. 例如对已有规则 $A_1(t_i)=A_2(t_{i-1})+5$,若 $i=2$ 且 $E_{21}=[10,12]$,$E_{12}=[6,90]$,则由约束传播后,$E_{21}=[11,12]$,$E_{12}=[6,7]$.

经此定义的系统,可以将其视为一个分层的网络结构.

层 0　　$E_{01},E_{02},\cdots,E_{0m}$;

层 1　　$E_{11},E_{12},\cdots,E_{1m}$;

$\cdots$

层 n　　$E_{n1},E_{n2},\cdots,E_{nm}$.

各层的结点之间由当前约束连接,各层之间由过去约束连接. 系统定性行为求解从层 0 开始,通过状态转换来增加新的层. 在层内部和层与层之间传播区间值 E_{ij}.

具体的算法是:系统的定性行为是从初始时间段变量状态集$\{E_{01},E_{02},\cdots,E_{0m}\}$,随着时间 t_i 的渐进,变量状态集不断演化的过程.

1)循环次数,$i=0$;

2)对每一个参数,由当前定性状态,按约束决定状态转换;

3)$i=i+1$,约束传播并精炼定性状态集,并用新的状态集更新定性状态集;

4)满足以下条件时结束,否则转 2)循环;

系统达到平衡,即任意 j,$E_{ij}=E_{i,j-1}$;系统达到循环,即任意 i,j 和 $p\leqslant i-1$,$E_{ij}=E_{pj}$;与模型表示相矛盾的状态出现或者达到指定循环次数.

5 离散化求解方法分析

离散化求解方法是在 Q2 算法上的改进. 增加过去约束,使得可以处理固定迟滞问题. 同时,在进行区间传播时,要处理的变量数目有了很大程度的增加.

在离散化求解方法中处理时刻 k 时,由于有过去约束的存在,所以不能只考虑当前变量状态集$\{E_{kj}\}(1\leqslant j\leqslant m)$,而需要在变量状态集$\{E_{ij}\}(1\leqslant i\leqslant k,1\leqslant j\leqslant m)$中进行区间传递. 随时间的增加,要处理的变量状态集$\{E_{ij}\}$中元素的个数也相应增加. 一般情况下,离散化求解方法的时间复杂度为相同规模 Q2 算法的平方量级.

6 结论

本文在处理固定迟滞问题时,引入了离散化处理. 求解方法是对 Q2 算法进行改进以适用于处理离散化问题. 其中,增加的过去约束是整个算法的要点,通过过去约束,使得系统的当前状态与过去状态关联起来,反映了延迟特性.

在该方法中由于对时间进行了离散化分,使得它也适合来处理不同时间段上,系统状态具有不同的函数表示的情况. 可以为两个变量在某个时间点前定义一组约束关系,而在该时间后定义另外一组约束,从而加以处理.

本文提出的方法运用定性差分方程建模,适用于固定迟滞问题,同时也为解决可变迟滞问题提供了新的思路.

参 考 文 献

1 Kuipers B J. Qualitative simulation. *Artificial Intelligence*, 1986,**29**(3):289~338

2 Berleant, Kuipers B J. Qualitative and quantitative simulation: Bridging the gap. *Artificial Intelligence*, 1997, **95**(2):215~255

3 白方周,张 雷. 定性仿真导论. 合肥:中国科技大学出版社,1998

4 Forbus K D. Qualitative process theory. *Artificial Intelligence*, 1984, **24**(3):85~168

5 De Kleer, Brown J S. A qualitaive physics based on confluences. *Artificial Intelligence*, 1984, **24**(3):7~83

周 颖 博士研究生. 主要研究方向是定性仿真及其应用研究.

邵晨曦 副教授. 主要研究方向是系统仿真、复杂系统行为和模型研究.