



不确定 LTI-SISO 系统的低通滤波 时滞观测器控制

钟庆昌 谢剑英

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

(E-mail: jyxie@mail.sjtu.edu.cn)

摘要 合理利用时滞可能获得意想不到的性能. 研究表明, 系统的不确定性以及受到的外部干扰可以利用时滞观测器来进行观测, 从而实现系统的鲁棒控制. 本文提出了一种低通滤波时滞观测器, 避免了常规时滞观测器控制中出现的控制信号颤振, 得到了一种结构新颖的控制器. 仿真结果表明时滞观测器控制系统可以很好地抑制系统的不确定性以及受到的外部干扰, 是一种性能优良的鲁棒控制方法.

关键词 时滞, 时滞控制, 时滞观测器, 不确定性

中图分类号 TP13

TIME DELAY OBSERVER WITH LOW-PASS FILTER FOR LTI-SISO SYSTEMS WITH UNCERTAINTIES

ZHONG Qing-Chang XIE Jian-Ying

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(E-mail: jyxie@mail.sjtu.edu.cn)

Abstract Intentionally and reasonably using time delay may result in surprising performances. It has been proved that system uncertainties and disturbances can be observed with time delay observer to enhance the system robustness. The time delay observer with low-pass filter is presented to eliminate the oscillations of control signal in this paper. Simulation results show that the time delay observer with low-pass filter, which is capable of observing system uncertainties and disturbances almost immediately, is a good method of robust control.

Key words Time delay, time delay control, time delay observer, uncertainty

1 引言

时滞是自然界中广泛存在的一种物理现象. 对象的固有时滞给系统分析和控制器设计

带来了很大困难,时滞对象被认为是最难控制的对象.如何抑制对象固有时滞造成的系统性能下降得到了广泛深入的研究.然而,任何事物都有其两面性,时滞也不例外.如何发掘时滞潜在的优点,有意识地、合理地利用时滞来改善系统的控制性能也是一个值得深入研究的课题.这就是时滞控制(Time Delay Control, TDC)^[1]的研究内容.时滞控制主要由三个分支组成:时滞滤波器^[2,3]、时滞观测器及时滞学习控制器.这三个部分分别利用时滞的不同特性,从不同的角度来改善系统性能.

麻省理工学院 Youcef-Toumi 教授为首的研究人员提出了一种时滞控制方案^[4],最初称为基于时滞的模型参考控制(Model Reference Control Using Time Delay, MRC/TD)^[5],之后被称为时滞控制(TDC).这一方案主要是利用时滞来观测和估计系统的不确定性因素及外部干扰.从统一的角度出发,文献[1]将之称为时滞观测器(Time Delay Observer, TDO),或者基于时滞的观测器.时滞观测器已经成功地应用到 4 轮驾驶系统^[6]、机器人力/位控制^[7]、塔式起重机^[8]、直流电机伺服系统^[9]等系统中.

但是,在常规时滞观测器控制系统中,由于时滞状态微分的近似计算,使得控制作用存在高频颤振.本文提出了一种低通滤波时滞观测器,并不直接用过去时刻的不确定性、外部干扰估计值来近似当前的不确定性、外部干扰,而是对过去时刻的不确定性、外部干扰进行低通滤波后来近似当前的不确定性、外部干扰.消除了控制作用中的颤振现象,也避免了时滞状态微分的计算误差造成系统性能的下降.大量的仿真实例说明时滞观测器控制系统具有很强的抑制不确定性和外部扰动的能力.进一步研究表明,相对阶数低于系统阶数的系统可以实施降阶时滞观测器控制^[10].

2 时滞观测器的基本算法

考虑线性时不变不确定系统

$$\dot{x} = Ax + Fx + Bu + D(t) \quad (1)$$

其中,状态变量 $x \in R^n$,控制输入 $u \in R^r$, A 是已知的动态, F 是未建模动态或不确定动态, B 是控制矩阵, D 是不可预知的外部干扰.假设系统完全能控,各状态可测.

根据性能指标的要求选定参考模型

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (2)$$

求取控制作用 u 使系统状态跟踪参考模型状态的误差

$$e = x_m - x \quad (3)$$

满足误差动态方程

$$\dot{e} = (A_m + K)e \quad (4)$$

其中, K 是误差反馈增益矩阵, r 为系统的给定信号.随着时间的推移,误差 $e \rightarrow 0$.

将式(1),式(2)代入式(3),有

$$\dot{e} = A_m e + A_m x - Ax + B_m r - Bu - Fx - D(t) \quad (5)$$

与式(4)比较,要求

$$A_m x - Ax + B_m r - Bu - Fx - D(t) = Ke \quad (6)$$

解出

$$u = B^+ [A_m x - Ax + B_m r - Fx - D(t) - Ke] \quad (7)$$

$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ 是 B 的伪逆. 由于 u 是最小二乘解, 而不是精确解, 因此, 式(6), 式(4)并不是在任何情况下都能得到满足的. 将式(7)代入式(6), 得到结构约束条件

$$(I - BB^+)(A_m x - Ax + B_m r - Fx - D - Ke) = \mathbf{0} \quad (8)$$

只有这一条件得到满足时, 才能获得满意的误差动态性能和状态跟随能力.

显然, 如果 B 满秩且可逆, 则结构约束条件自然满足, 能够实施时滞观测. 否则, 参考模型、误差反馈增益的选取要受到结构的约束, 甚至要受到不确定模态、外部扰动的影响, 不能任意选取. 可以证明, 表示为能控规范型的系统满足这一结构约束条件^[4].

3 不确定 LTI-SISO 系统的低通滤波时滞观测器

考虑状态矩阵 A 不确定的能控规范型线性时不变 SISO 系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + D(t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (9)$$

其中, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_n \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$, $a_i (i=1, \dots, n)$ 为不确定常数.

将式(9)变换为式(1)的形式, 并进行分块, 有

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & I_{n-1} \\ \mathbf{0}_1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ b \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_n \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ d \end{pmatrix} \quad (10)$$

选取参考模型和误差反馈增益矩阵为

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & -a_{m3} & \cdots & -a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_m \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ k_1 & k_2 & k_3 & \cdots & k_n \end{pmatrix}.$$

参考模型的输出为 $y_m = x_{m1}$.

根据式(7), 可以得到时滞观测器的控制律为

$$u(t) = \frac{1}{b} \left[- \sum_{i=1}^n a_{mi} x_i(t) + b_m r(t) + \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) - d(t) - \sum_{i=1}^n k_i (x_{mi} - x_i) \right] \quad (11)$$

其中除了不确定性因素及外部扰动未知以外, 其它参数均已知. 为了方便, 将二者记为

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) - d(t) \quad (12)$$

根据式(9)和式(10)有

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) - d(t) = -\dot{x}_n(t) + bu(t) \quad (13)$$

若将 t 时刻的 $u_d(t)$ 用过去 $t-L$ 时刻 $u_d(t-L)$ 低通滤波后的值来近似, 则有

$$u_d(s) \approx G_f(s) \cdot u_d(s) e^{-sL} = G_f(s) \cdot [-sx_n(s) + bu(s)] e^{-sL} \quad (14)$$

其中, $G_f(s)$ 为低通滤波器.

对式(11)进行 Laplace 变换并将上式代入,有控制律

$$u(s) = \frac{1}{b} \left[- \sum_{i=1}^n a_{mi} x_i(s) + b_m r(s) + G_f(s) \cdot [-s x_n(s) + b u(s)] e^{-sL} - \sum_{i=1}^n k_i (x_{mi}(s) - x_i(s)) \right] =$$

$$G_f e^{-sL} u(s) + \frac{1}{b} \left[- \sum_{i=1}^n a_{mi} x_i(s) + b_m r(s) - G_f \cdot s x_n(s) e^{-sL} - \sum_{i=1}^n k_i (x_{mi}(s) - x_i(s)) \right] \quad (15)$$

考虑到对象、参考模型及控制律的传递函数分别为

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b}{s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_1} = \frac{b}{P(s)} \quad (16)$$

$$G_m(s) = \frac{y_m(s)}{r(s)} = \frac{b_m}{s^n + a_{mn} s^{n-1} + \dots + a_{m1}} = \frac{b_m}{P_m(s)} \quad (17)$$

则有控制律

$$u(s) = \frac{1}{b(1 - G_f e^{-sL})} [b_m r(s) - P_k(s) x_{m1}(s) - P_{mk}(s) x_1(s)] =$$

$$\frac{b_m r(s) - P_k(s) y_m(s) - P_{mk}(s) y(s)}{b(1 - G_f e^{-sL})} =$$

$$\frac{1}{b(1 - G_f e^{-sL})} \left[b_m r(s) - \frac{P_k(s)}{P_m(s)} b_m r(s) - P_{mk}(s) y(s) \right] \quad (18)$$

其中, $P_k(s) = k_n s^{n-1} + \dots + k_2 s + k_1$, $P_{mk}(s) = G_f e^{-sL} s^n + (a_{mn} - k_n) s^{n-1} + \dots + (a_{m1} - k_1)$.

在一般情况下,可以选取误差增益矩阵为 0,使误差动态和参考模型的响应速度一样.此时,有 $P_k(s) = 0$, $P_{mk}(s) = G_f e^{-sL} s^n + a_{mn} s^{n-1} + \dots + a_{m1} = P_m(s) - (1 - G_f e^{-sL}) s^n$.

$$u(s) = \frac{1}{b(1 - G_f e^{-sL})} \{ b_m r(s) - [P_m(s) - (1 - G_f e^{-sL}) s^n] \cdot y(s) \} =$$

$$\frac{b_m r(s) - P_m(s) y(s)}{b(1 - G_f e^{-sL})} + \frac{s^n}{b} y(s) \quad (19)$$

控制系统的等效结构如图 1 所示.

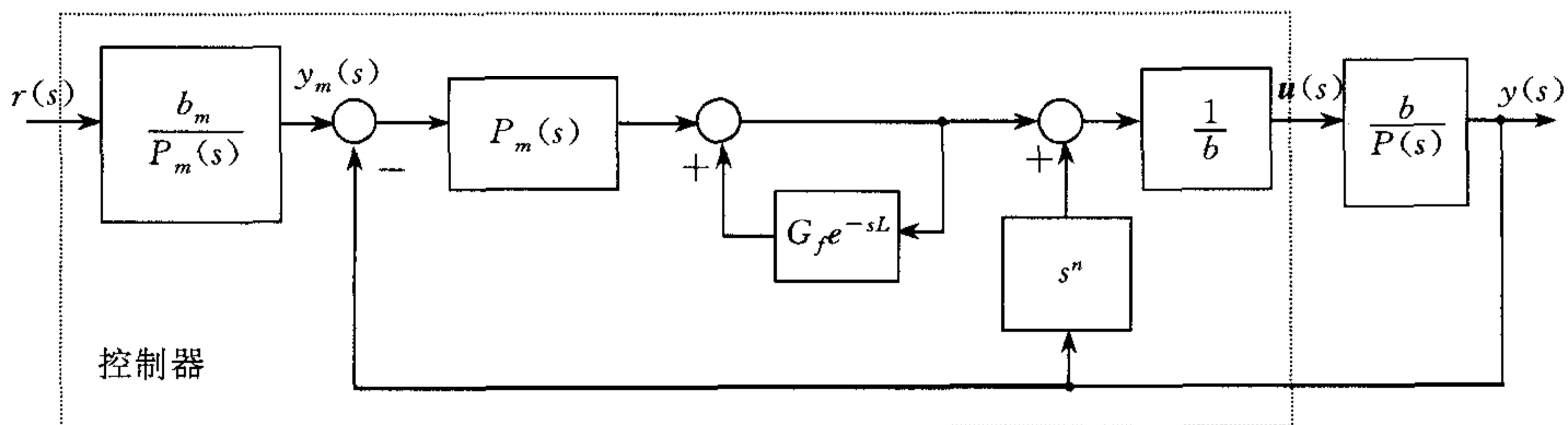


图 1 LTI-SISO 系统的时滞观测器控制系统等效结构

从结构图可以看出,为了使系统输出跟踪参考模型输出以获得满意的动态性能,与常规控制器相比,该控制器从三个方面进行了改进

- 1) 通过比例-微分多项式 $P_m(s)$ 提取跟踪误差信号及其高阶微分信号,加快对偏差的响应速度;
- 2) 通过低通滤波时滞环节 $G_f e^{-sL}$ 的正反馈实现偏差的积累,以消除稳态误差,提高跟踪精度;

3) 系统输出的高阶微分正反馈后修改系统的控制作用,进一步加快响应速度.

4 稳定性分析

系统的闭环传递函数为

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{P_m(s)} \cdot \frac{P_m(s) - P_k(s)}{(1 - G_f e^{-sL})P(s) + P_{mk}(s)} \quad (20)$$

闭环特征方程为

$$P_m(s)[(1 - G_f e^{-sL})P(s) + P_{mk}(s)] = 0 \quad (21)$$

参考模型在选取时已经保证了其稳定性. 因此,系统的闭环稳定性取决于下式的稳定性

$$(1 - G_f e^{-sL})P(s) + P_{mk}(s) = 0 \quad \text{or} \quad 1 - G_f e^{-sL} + \frac{P_{mk}(s)}{P(s)} = 0 \quad (22)$$

显然,系统的稳定性与时滞 L 、误差反馈增益、参考模型及控制对象有关. 当时滞 L 充分小时,系统的稳定性只与误差反馈增益、参考模型及控制对象有关. 由于系统状态矩阵不确定,系统的稳定性分析存在一定的困难,但是,可以选取最差的即最快的 $P(s)$ 来分析系统的稳定性. 系统的稳定性分析可以采用 Nyquist 判据、Routh-Hurwitz 判据等常规稳定性分析工具. 总的说来,时滞越小,系统越易稳定.

对于参数不确定系统的稳定性分析,有著名的 Kharitonov 定理^[11]. 如果 Kharitonov 定义的四个多项式是 Hurwitz 的,那么包含不确定参数的所有多项式都是 Hurwitz 的. 据此, Youcef-Toumi 和 Bobbett 分析了时滞观测器控制系统的稳定性,详见文献[12].

5 仿真结果

考虑二阶线性时不变不确定系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ d(t) \end{pmatrix}, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (23)$$

其中, a_1, a_2 为不确定系数,范围为 $0 \sim 10$,标称值分别为 4 和 1, $d(t)$ 为外部干扰.

选取参考模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -81 & -2 * 0.707 * 9 \end{pmatrix} \mathbf{x}_m + \begin{pmatrix} 0 \\ 81 \end{pmatrix} u, \\ y = x_{m1}, \end{cases} \quad (24)$$

误差反馈增益取为 0,则控制律为

$$u(s) = \frac{1}{1 - G_f e^{-sL}} [-81x_1(s) - 2 * 0.707 * 9 * x_2(s) + 81r(s) - G_f * sx_2(s)e^{-sL}] \quad (25)$$

其中,低通滤波器 $G_f = \frac{1}{Ts+1}$,一般可取 $T=L$.

1) 标称性能和鲁棒性能

按标称情况设计 PID 控制器 $C(s) = \frac{81(s^2 + s + 4)}{s(s + 2 * 0.707 * 9)}$ 与时滞观测器控制进行比较. 在标称情况下,二者有一样的动态性能,几乎与参考模型的动态性能一样.图 2 示出了参考模型的单位阶跃响应以及时滞观测器控制($L=0.01s$)、PID 控制下标称对象的单位阶跃响应.三者的动态性能几乎完全一样.当 $L=0.2s$ 时,系统输出跟随参考模型的能力下降.

图 3 示出了在 $a_1=1, a_2=10$ 不确定情况下的系统响应曲线.可以看出,时滞观测器对系统不确定性具有相当好的观测能力,性能几乎能够保持不变.而 PID 控制时性能就得不到保证,超调大,调节时间长.

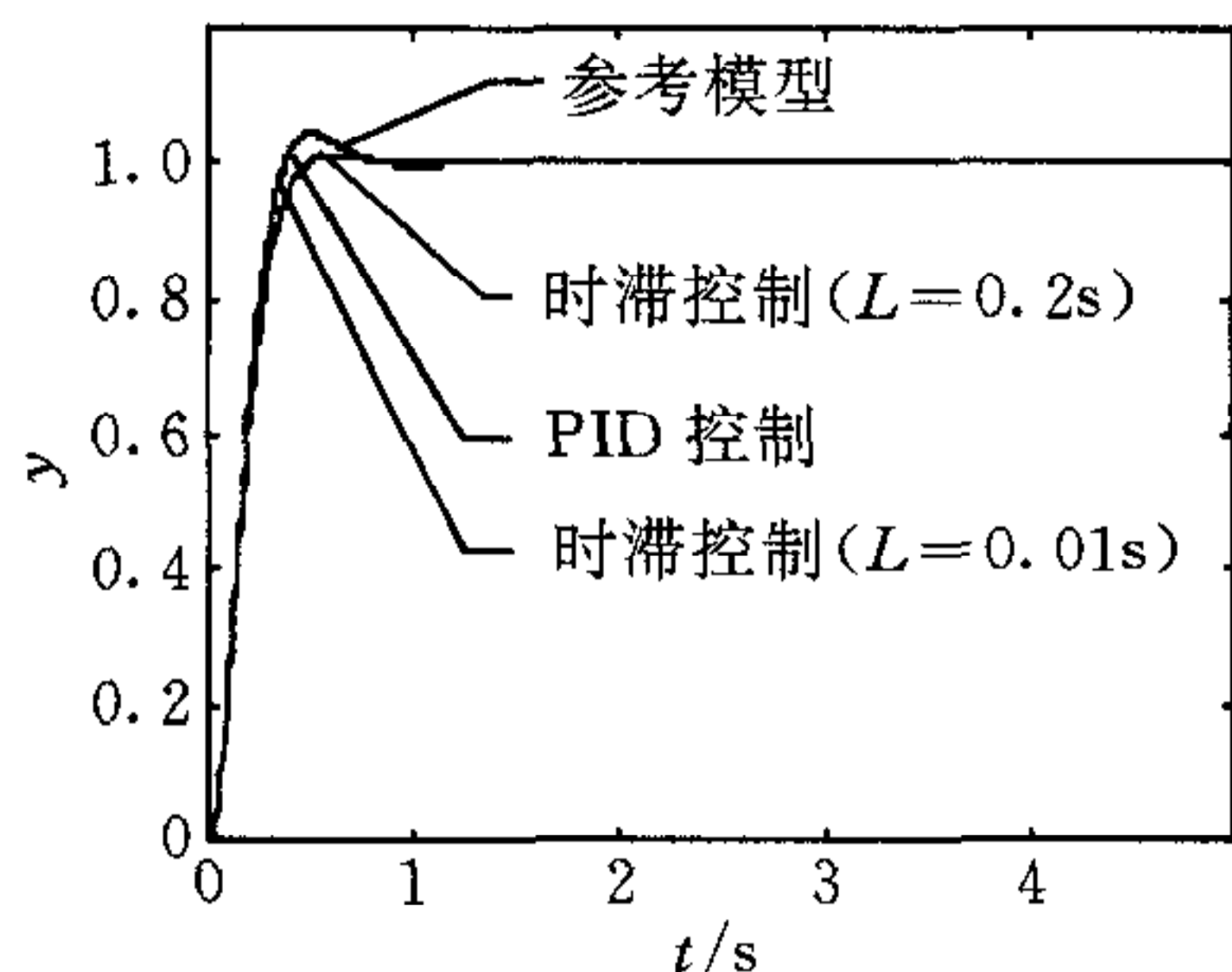
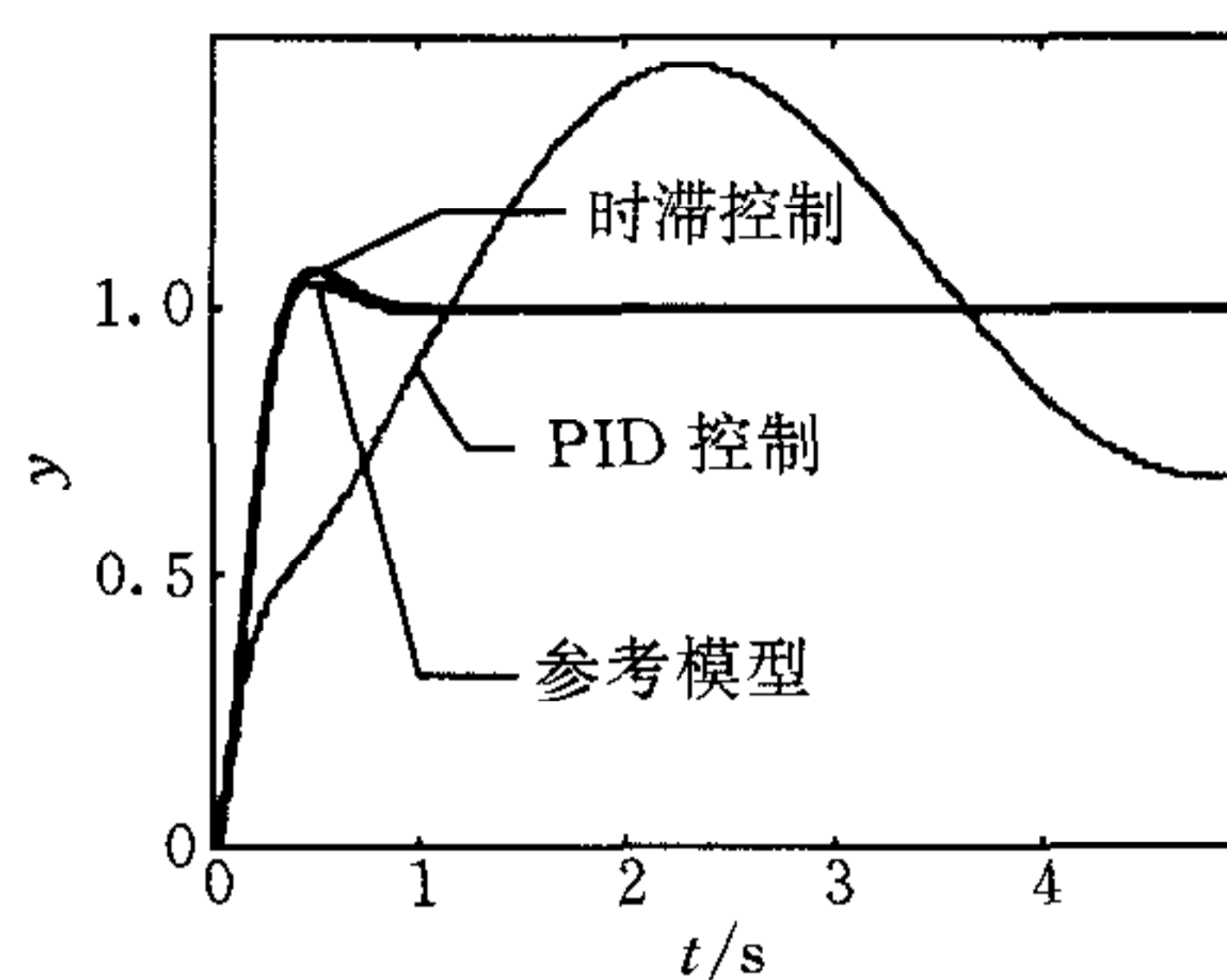


图 2 动态性能(标称情况)

图 3 不确定性对性能的影响($a_1=1, a_2=10$)

2) 抗干扰能力($L=0.01s$)

系统受到外部阶跃干扰时,响应曲线如图 4 所示.时滞控制系统能够很好地估计出干扰,并及时地予以补偿,动态性能几乎不受影响,但是 PID 控制无法观测到外部干扰而必须通过调节才能消除干扰的影响,动态偏差大,恢复时间长.

3) 滤波器对系统性能的影响($L=0.01s$)

低通滤波器的通频带大小对系统跟随参考模型的能力、抑制不确定性的能力以及抗干扰能力均有很大的影响,一般可取其时间常数等于时滞 L .图 5 示出了滤波器时间常数取不同值,系统受到阶跃干扰 $d=3.1(t-2)$ 时的响应曲线.

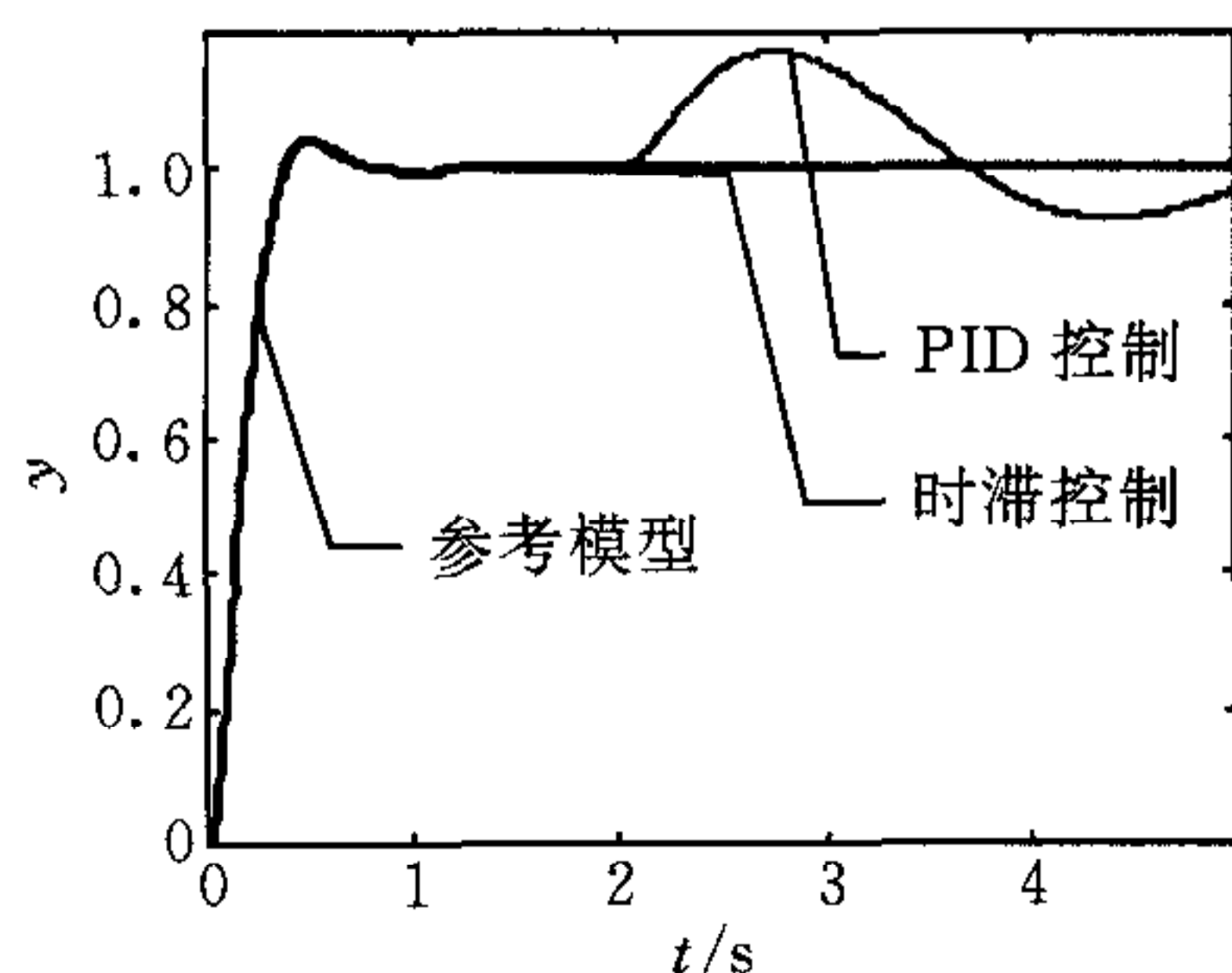
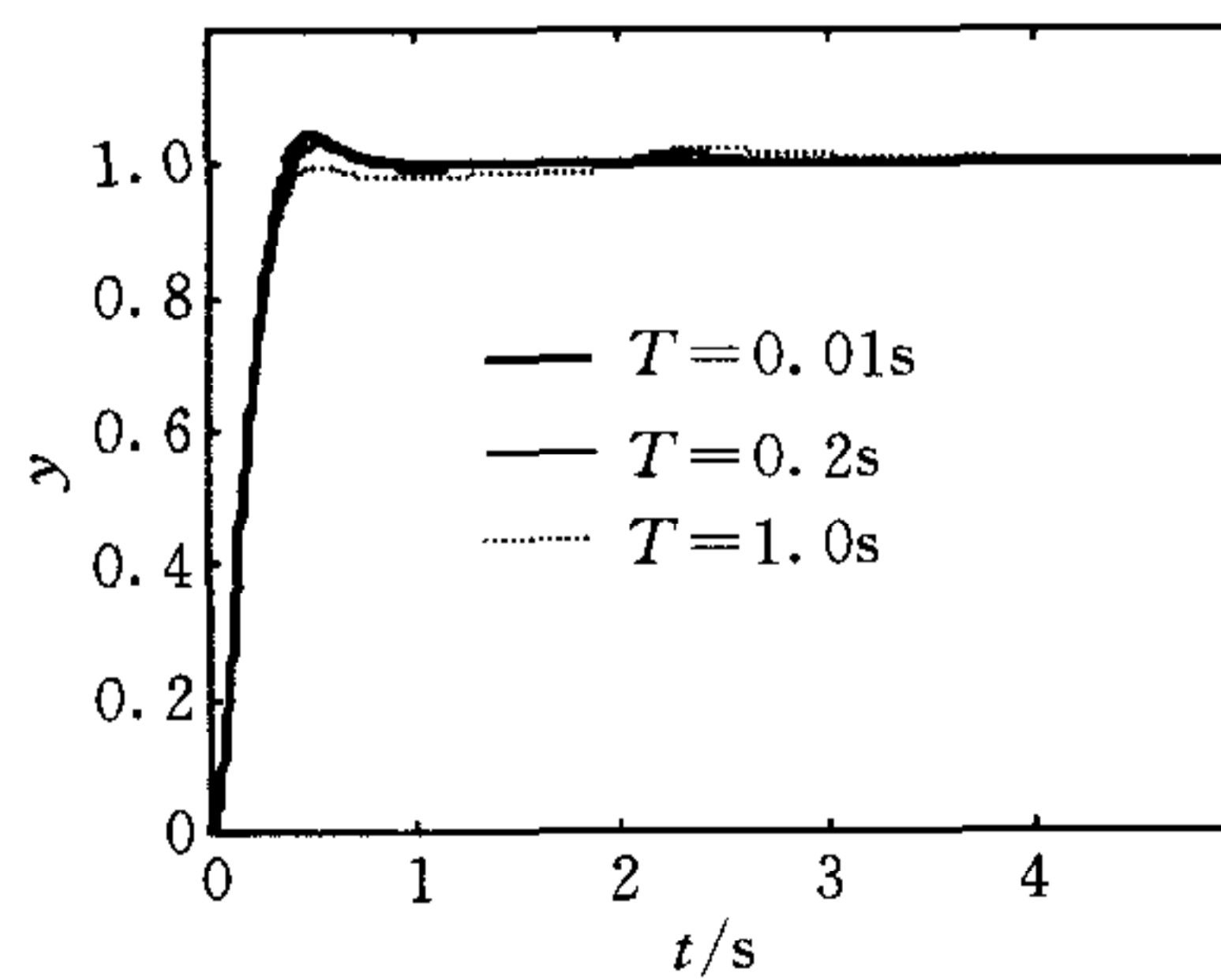
图 4 抗阶跃干扰的能力($d=3.1(t-2)$)

图 5 滤波器对系统性能的影响

参 考 文 献

- 1 钟庆昌. 时滞控制及其应用研究[博士学位论文]. 上海:上海交通大学自动化研究所, 1999
- 2 Zhong Qingchang, Xie Jiaying, Jia Qing. Time delay filter-based deadbeat control of process with dead time. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2000, **39**(6):2024~2028

- 3 钟庆昌, 谢剑英, 梁春燕. 时滞滤波器及其应用研究. 上海交通大学学报, 1999, 5(1):45~49
- 4 Youcef-Toumi K, Ito O. A time delay controller for systems with unknown dynamics. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control-Transactions of the ASME*, 1990, **112**(1):133~142
- 5 Youcef-Toumi K, Ito O. Model reference control using time delay for nonlinear plants with unknown dynamics. In: Proc. IFAC World Congress, Munich; Federal Republic of Germany, 1987
- 6 Song Jun-Gyu, Yoon Yong-San. Feedback control of four-wheel steering using time delay control. *International Journal of Vehicle Design*, 1998, **19**(3):282~298
- 7 Chang Pyung H, Park Byung S, Park Ki C. Experimental study on improving hybrid position/force control of a robot using time delay control. *Mechatronics*, 1996, **6**(8):915~931
- 8 Cheng Chi-Cheng, Chen Cheng-Yi. Controller design for an overhead crane system with uncertainty. *Control Engineering Practice*, 1996, **4**(5):645~653
- 9 Park J H, Kim Y M, Yim J G. Time-delay sliding mode control for a servo system. In: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Piscataway; IEEE, 1997. 147~151
- 10 钟庆昌, 贾青, 谢剑英. 不确定 LTI-SISO 系统的低通滤波时滞观测器控制. 控制与决策, 2001, **16**(4):468~472
- 11 Minichelli R J, Anagnost J J, Desoer C A. An elementary proof of Kharitonov's stability theorem with extensions. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1989, **34**(9):995~998
- 12 Youcef-Toumi K, Bobbett J. Stability of uncertain linear systems with time delay. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control-Transactions of the ASME*, 1991, **113**(4):558~567

钟庆昌 2000 年在上海交通大学获博士学位, 现为 Technion-Israel Institute of Technology 博士后研究人员. 研究领域为计算机过程控制、运动控制、时滞控制、鲁棒控制等.

谢剑英 1964 年毕业于上海交通大学自动化系, 教授, 博士生导师. 研究领域为复杂工业过程建模、控制与优化、网络工程与信息系统集成.