

具有滚动接触的多指手操作运动学及其算法¹⁾

李剑锋 张玉茹 张启先

(北京航空航天大学机器人研究所 北京 100083)

(E-mail: lijf_bj@263.net)

摘要 研究多指手滚动操作的运动学及其算法. 简要介绍了滚动接触运动方程, 根据接触的运动学约束, 建立了描述物体与关节速度关系的关节—物体运动方程, 并给出物体与手指表面间相对角速度的表达式. 得到的关节—物体运动方程、相对角速度表达式和接触运动方程构成了形式简洁的滚动操作运动学方程. 结合对方程的分析, 进一步给出了多指手滚动操作物体跟踪期望的运动轨迹时, 关节运动轨迹的生成算法.

关键词 多指手, 运动学, 滚动接触, 操作

中图分类号 TP24

THE KINEMATICS AND ITS ALGORITHM FOR MULTI-FINGERED HAND MANIPULATION WITH ROLLING CONTACTS

LI Jian-Feng ZHANG Yu-Ru ZHANG Qi-Xian

(Robotics Institute, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

(E-mail: lijf_bj@263.net)

Abstract The kinematics and its algorithm for multi-fingered hand manipulation with rolling contacts are investigated. At first, the rolling contact kinematic equation is briefly introduced. Then, according to the kinematic characteristics of the contact constraints, a joint-object kinematic equation which describes the velocity relation between the finger joints and object is established, and the expression of the relative angle velocity between the finger surfaces and the object surface is derived. By combining the obtained equations with the contact kinematic equation, a simple and explicit kinematic equation of multi-fingered hand rolling manipulation can be set up. Based on that equation, an algorithm is presented to generate joint trajectories for a multi-fingered hand manipulating an object to track a given trajectory.

Key words Multi-fingered hand, kinematics, rolling contact, manipulation

1) 国家自然科学基金资助项目(59985001)

收稿日期 1999-06-22 收修改稿日期 2000-09-22

1 引言

多指手滚动操作物体的过程中,同时伴有物体、关节和接触点的运动.建立三者之间的联系、根据期望的物体运动确定相应的关节运动是实现操作的前提.许多研究者对此问题进行了探讨.文献[1,2]研究了物体表面间的接触运动,导出了接触运动方程.文献[3~5]将接触运动链看做手指运动链的延伸部分,在同等看待物体、关节及接触点运动的基础上,根据系统的运动约束,推出了滚动操作运动方程.可根据此方程由期望的物体运动确定接触点及关节的运动轨迹.但方程中同时含有三种运动,其阶数较高,在构造相应的运动学算法时,求解困难且计算量较大.此外,当系统运动学退化时,难以直接由方程确定物体的可运动空间及建立物体与关节运动间的关系.当系统运动学冗余时,不便于给出由关节自运动生成的接触点运动的表达式.而此表达式的获得对于简化运动学算法及优化操作过程中的抓持姿态具有实际意义.

虽然物体、关节及接触点的运动同时存在,但它们的地位是不同的.其中,关节运动是主动的,物体运动是所期望的,而接触点运动则是由关节、物体运动及系统约束确定的被动运动.在操作的任意瞬时,物体与关节间有确定的运动学关系.依据上述基本特征,本文给出一种建立多指手滚动操作运动学方程的方法.该方法对运动学退化系统、非退化非冗余系统和冗余系统具有普遍性.结合对操作运动方程的分析,进一步给出了关节轨迹生成算法.

2 滚动接触运动方程

手指与物体接触如图 1 所示, $\{o\}$ 及 $\{f\}$ 分别为物体和手指坐标系, $\{c_o\}$ 和 $\{c_f\}$ 为接触点 c 处的接触坐标系, φ 为 $\{c_o\}$ 及 $\{c_f\}$ 系 t_o 和 t_f 轴间的夹角.令 $(v_{t_{fo}} \ v_{o_{fo}} \ v_{n_{fo}} \ \omega_{t_{fo}} \ \omega_{o_{fo}} \ \omega_{n_{fo}})^T$ 为在系 $\{c_o\}$ 中表示的 $\{c_f\}$ 系相对于 $\{c_o\}$ 系的绝对速度,若接触表面间为无相对滑动的摩擦点接触,则滚动接触运动方程为^[1,2]

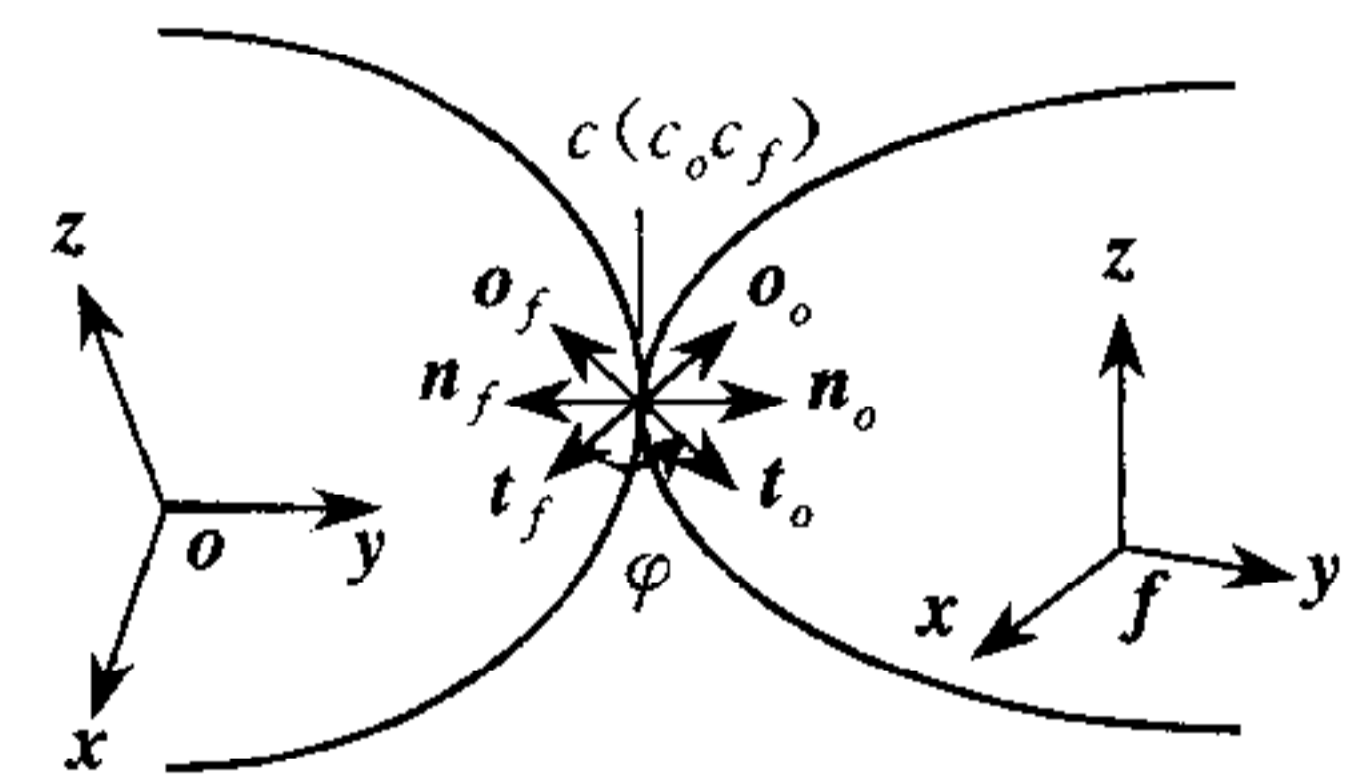


图 1 物体与手指接触的几何表示

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_f \\ \dot{\beta}_f \end{bmatrix} &= M_f^{-1}(K_f + \tilde{K}_o)^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_{o_{fo}} \\ \omega_{t_{fo}} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_o \\ \dot{\beta}_o \end{bmatrix} &= M_o^{-1}R_\varphi(K_f + \tilde{K}_o)^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_{o_{fo}} \\ \omega_{t_{fo}} \end{bmatrix}, \\ \dot{\varphi} &= \omega_{n_{fo}} + T_f M_f \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_f \\ \dot{\beta}_f \end{bmatrix} + T_o M_o \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_o \\ \dot{\beta}_o \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{1}$$

式中, $\dot{\alpha}$ 及 $\dot{\beta}$ 为接触点在物体及手指表面上的运动速度,其它符号的意义见文献[1,2].若接触表面之间为软指接触,则式(1)中的 $\omega_{n_{fo}} = 0$.

3 关节——物体运动方程

设 ${}^o c_i$ 和 ${}^f c_i$ 分别为在接触坐标系 $\{c_o\}$ 中表示的 $\{c_o\}$ 系及 $\{c_f\}$ 系的绝对速度,则在滚动操

作的任意瞬时,接触点 c_i 的运动约束为

$${}^o\mathbf{x}_i = {}^f\mathbf{x}_i \quad (2)$$

式中, ${}^o\mathbf{x}_i$ 和 ${}^f\mathbf{x}_i$ 为在接触约束方向上分别由物体和关节运动生成的接触速度.

令 \mathbf{u} 为在基坐标系中表示的物体速度, $\dot{\theta}_i$ 为第 i 个手指的关节速度,则有

$${}^o\mathbf{x}_i = H_i G_i^T \mathbf{u}, \quad {}^f\mathbf{x}_i = H_i J_i \dot{\theta}_i \quad (3)$$

式中, G_i, J_i 和 H_i 分别为对应于接触点 c_i 的接触矩阵, 雅克比矩阵^[6]及选择矩阵. 选择矩阵 H_i 取决于接触形式, 对应于摩擦点接触和软指接触分别为

$$H_{if} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T \\ \mathbf{o}_i^T & o_{3 \times 3} \\ \mathbf{n}_i^T \end{bmatrix}, \quad H_{is} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T \\ \mathbf{o}_i^T & o_{3 \times 3} \\ \mathbf{n}_i^T \\ o_{1 \times 3} & \mathbf{n}_i^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

如果多指手与物体之间共有 n 个接触, 则由式(3)集成有

$${}^o\mathbf{x} = [G_1 H_1^T \quad G_2 H_2^T \quad \cdots \quad G_n H_n^T]^T \mathbf{u} = G^T \mathbf{u} \quad (5)$$

$${}^f\mathbf{x} = \text{diag}(H_1 J_1 \quad H_2 J_2 \quad \cdots \quad H_n J_n) (\dot{\theta}_1^T \quad \dot{\theta}_2^T \quad \cdots \quad \dot{\theta}_n^T)^T = J \dot{\theta} \quad (6)$$

根据接触约束及式(5)和(6)知, 物体和关节运动之间应满足下述约束关系

$$G^T \mathbf{u} - J \dot{\theta} = \mathbf{0} \quad (7)$$

设 $N(G^T)$ 和 $N(J)$ 分别为矩阵 G^T 和 J 的零空间. 由文献[7]知 $N(G^T)$ 为物体的不确定运动子空间, 在实际的操作系统中 $N(G^T)$ 应为空空间. 而 $N(J)$ 为关节的自运动空间, 此空间上的关节运动可由零空间 $N(J)$ 的基向量为列构成的矩阵 N_J 如下表示

$$\dot{\theta}_N = N_J \mathbf{y}_J \quad (8)$$

式中, \mathbf{y}_J 为任意的系数向量.

设 $N^\perp(J)$ 为零空间 $N(J)$ 基于内积 $p = \dot{\theta}^T \dot{\theta}$ 的正交补空间, $\dot{\theta}_{N^\perp} \in N^\perp(J)$ 为属于正交补空间上的关节速度向量. 由内积的定义有

$$\dot{\theta}_{N^\perp}^T \dot{\theta}_{N^\perp} = \mathbf{y}_J^T N_J^T \dot{\theta}_{N^\perp} = 0 \quad (9)$$

令 $B = N_J^T$, 且 N_B 为由矩阵 B 的零空间基向量为列构成的矩阵, 则有

$$\dot{\theta}_{N^\perp} = N_B \mathbf{y}_B \quad (10)$$

式中, \mathbf{y}_B 为任意的系数向量.

根据上述分析知, 接触速度 ${}^f\mathbf{x}$ 只能由 $N^\perp(J)$ 空间上的关节运动生成, 即

$${}^f\mathbf{x} = J N_B \mathbf{y}_B \quad (11)$$

由式(7)及(10)知满足接触约束的物体与关节运动间的关系为

$$[G^T \quad -J N_B] \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_B \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (12)$$

令 $C = [G^T - J N_B]$, 并设 N_C 为由矩阵 C 的零空间基向量为列构成的矩阵, 由式(12)得

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_B \end{pmatrix} = N_C \mathbf{y}_C = \begin{bmatrix} N_{CA} \\ N_{CB} \end{bmatrix} \mathbf{y}_C \quad (13)$$

式中, \mathbf{y}_C 为任意的系数向量.

综合式(8), (10)及(13), 并令 $D = N_{CA}$, $E = N_B N_{CB}$. 有如下的关节——物体运动方程

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ E \quad N_J \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_C \\ \mathbf{y}_J \end{pmatrix} \quad (14)$$

4 接触表面间的相对角速度

联系式(1)及(14)的物理量为接触表面间的相对角速度,可按下式计算

$$\text{摩擦点接触} \quad \begin{pmatrix} \omega_{oi_{fo}} \\ \omega_{ti_{fo}} \\ \omega_{ni_{fo}} \end{pmatrix} = \bar{H}_{if}(J_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i - G_i^T \mathbf{u}), \quad \bar{H}_{if} = \begin{bmatrix} o_{1 \times 3} & \mathbf{o}_i^T \\ o_{1 \times 3} & \mathbf{t}_i^T \\ o_{1 \times 3} & \mathbf{n}_i^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{软指接触} \quad \begin{pmatrix} \omega_{oi_{fo}} \\ \omega_{ti_{fo}} \end{pmatrix} = \bar{H}_{is}(J_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i - G_i^T \mathbf{u}), \quad \bar{H}_{is} = \begin{bmatrix} o_{1 \times 3} & \mathbf{o}_i^T \\ o_{1 \times 3} & \mathbf{t}_i^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

将以上两式代入式(1)即可得到由关节自运动 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{ir}$ 生成的接触点 c_i 的速度.

5 运动学算法

由式(14)知,当 $\text{rank}(D) < 6$ 时,操作系统运动退化,只有子空间 $R(D)$ 上的操作任务才能由多指手实现.如果同时有 $\text{rank}(N_J) \neq 0$,则物体在跟踪子空间 $R(D)$ 上期望运动的同时,还可调整某些或全部接触点的运动.否则,接触点的运动是确定的.

如果 $\text{rank}(D) = 6$, $\text{rank}(N_J) = 0$,操作系统为非退化、非冗余的.多指手可通过滚动操作跟踪物体的任意运动.但不能同时调整接触点的运动.

若 $\text{rank}(D) = 6$, $\text{rank}(N_J) \neq 0$,操作系统运动冗余.多指手可在滚动操作物体跟踪任意期望运动轨迹的同时,调整接触点的运动对抓持姿态进行优化.

运动学算法:

输入:系统参数,初始位形,物体运动轨迹 $\mathbf{g}(t)$, $t \in [0, T]$,采样周期 T_0 和操作过程中的抓持姿态约束要求.如果系统运动学退化,则物体运动轨迹 $\mathbf{g}(t)$ 必须是可达的.

输出:多指手关节的运动轨迹 $\mathbf{g}(t)$, $t \in [0, T]$.

过程:

- 1) 通过轨迹离散化处理确定物体在时间段 $[kT_0, (k+1)T_0]$ 内的运动速度 $\mathbf{u}(k, k+1)$.
- 2) 在已知 kT_0 时刻的关节位形 $\boldsymbol{\theta}(k)$ 和接触位形 $\boldsymbol{\eta}_i(k) = (\alpha_f \beta_f \alpha_o \beta_o \varphi)_i^T(k)$, $(i=1, 2, \dots, n)$ (以下略写)的前提下, $(k+1)T_0$ 时刻的关节位形 $\boldsymbol{\theta}(k+1)$ 可按下述步骤求得:
 - a) 由式(14)计算对应于 $\mathbf{u}(k, k+1)$ 的关节速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_c(k, k+1)$.
 - b) 根据式(15)(或(16))及式(1)计算接触点速度 $\boldsymbol{\eta}_{ic}(k, k+1)$.
 - c) 由当前的抓持姿态 $\boldsymbol{\eta}_i(k)$,接触点速度 $\boldsymbol{\eta}_{ic}(k, k+1)$ 和操作过程中抓持姿态的约束要求,确定由关节自运动生成的接触点速度 $\boldsymbol{\eta}_{ir}(k, k+1)$.
 - d) 由 $\boldsymbol{\eta}_{ir}(k, k+1)$ 及式(15),(或(16))和(1)确定关节自运动 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{ir}(k, k+1)$.
 - e) 重新计算 $[kT_0, (k+1)T_0]$ 内的关节速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}(k, k+1) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_c(k, k+1) + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ir}(k, k+1)$.
 - f) 由式 $\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \dot{\boldsymbol{\theta}}(k, k+1)T_0$ 计算 $\boldsymbol{\theta}(k+1)$ 并输出.

3) 由 $\dot{\theta}(k, k+1)$ 及式(15)或(16)计算手指与物体表面间的相对角速度 $\omega_{fo}(k, k+1)$.

4) 根据式(1)计算接触点速度 $\eta_i(k, k+1) = \eta_{ic}(k, k+1) + \eta_{ir}(k, k+1)$, 然后由式 $\eta_i(k+1) = \eta_i(k) + \eta_i(k, k+1)T_0$ 计算下一时刻的接触位置.

5) 重复步骤 1)~4)即可生成各关节及接触点在手指和物体表面上的运动轨迹.

6 操作算例

本节给出一个 2 平面手指滚动操作圆盘的算例, 该系统具有 2 个冗余自由度. 其他类型操作系统的算例请见文献[8].

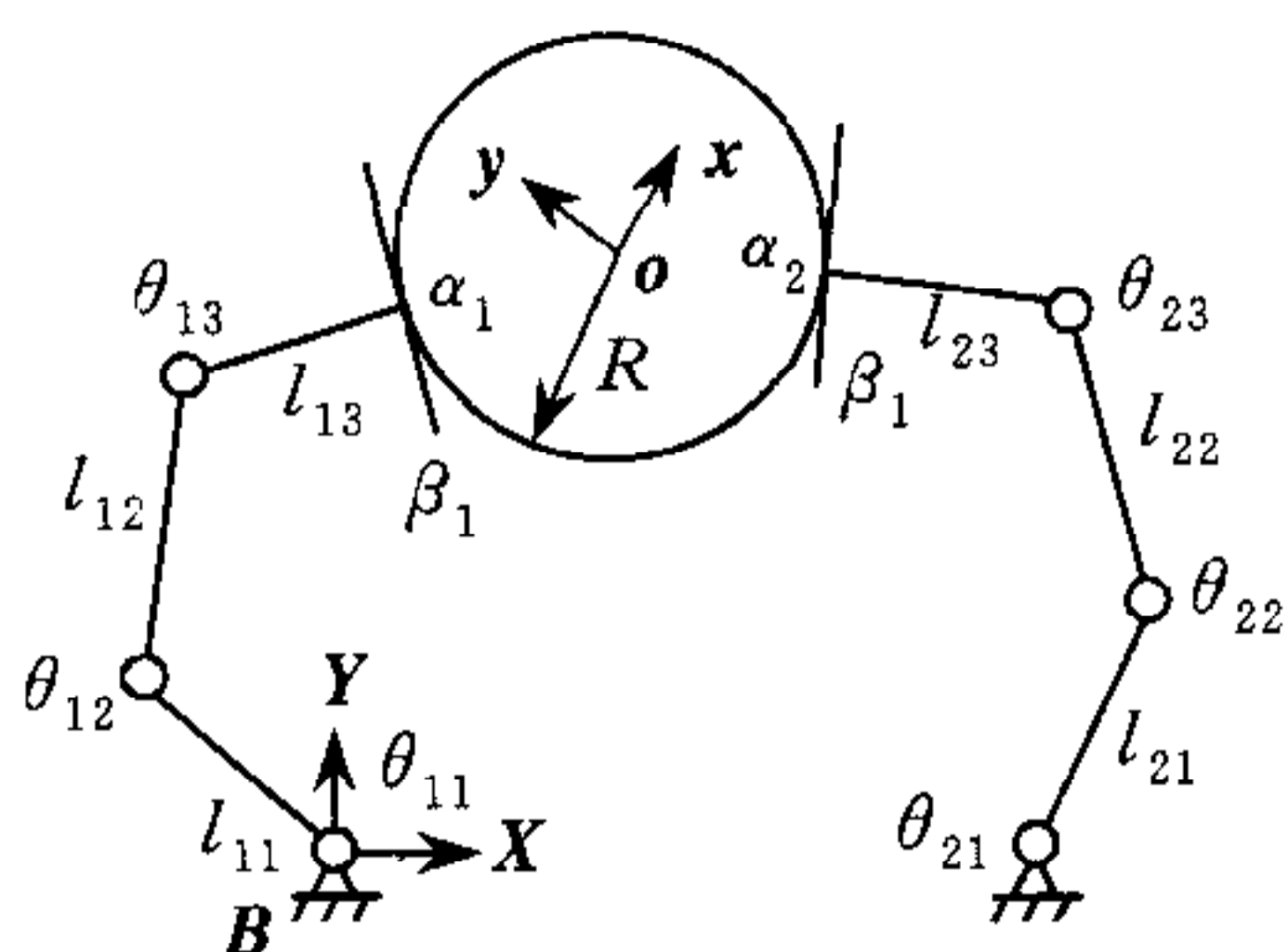


图 2 2指平面操作系统

图 2 所示操作系统中, 设 c_1, c_2 均为摩擦点接触. 杆长 $l_{11} = 20\text{cm}, l_{12} = 20\text{cm}, l_{13} = 10\text{cm}, l_{21} = 20\text{cm}, l_{22} = 20\text{cm}, l_{23} = 10\text{cm}$. 圆盘半径 $R = 10\text{cm}$. 系统的初始位形为 $\theta_{11} = 150^\circ, \theta_{12} = 240^\circ, \theta_{13} = 330^\circ, \theta_{21} = 30^\circ, \theta_{22} = 120^\circ, \theta_{23} = 30^\circ$, 抓持姿态为对顶抓持. 期望的物体运动为

$$v_{ox} = 1 - 1.5t, \quad v_{oy} = 2 - t, \quad \omega_{oz} = 0.1t.$$

若操作系统运行 3 秒, 相应的关节及接触点位移曲线

如图 3(a)~图 3(d)所示. 图中虚线为无关节自运动时关节和接触点的运动轨迹.

由两接触点在物体表面上运动轨迹长度之差 $\alpha_1 - \alpha_2$ (图 3(d)) 不难看出, 如果操作继续进行下去, 可能会因抓持力封闭条件的破坏而难以实现. 为避免出现这种情况, 应实时控制手指的自运动来调整接触点的运动, 使操作过程中抓持力封闭条件得以满足. 在操作的初始位形, 抓持姿态为对顶抓持. 从抓持力封闭的角度看, 此抓持姿态是最优的. 显然, 如果在操作的任意瞬时两接触点在物体表面上的运动速度相等, 则在操作过程中两接触点将始终保持对顶.

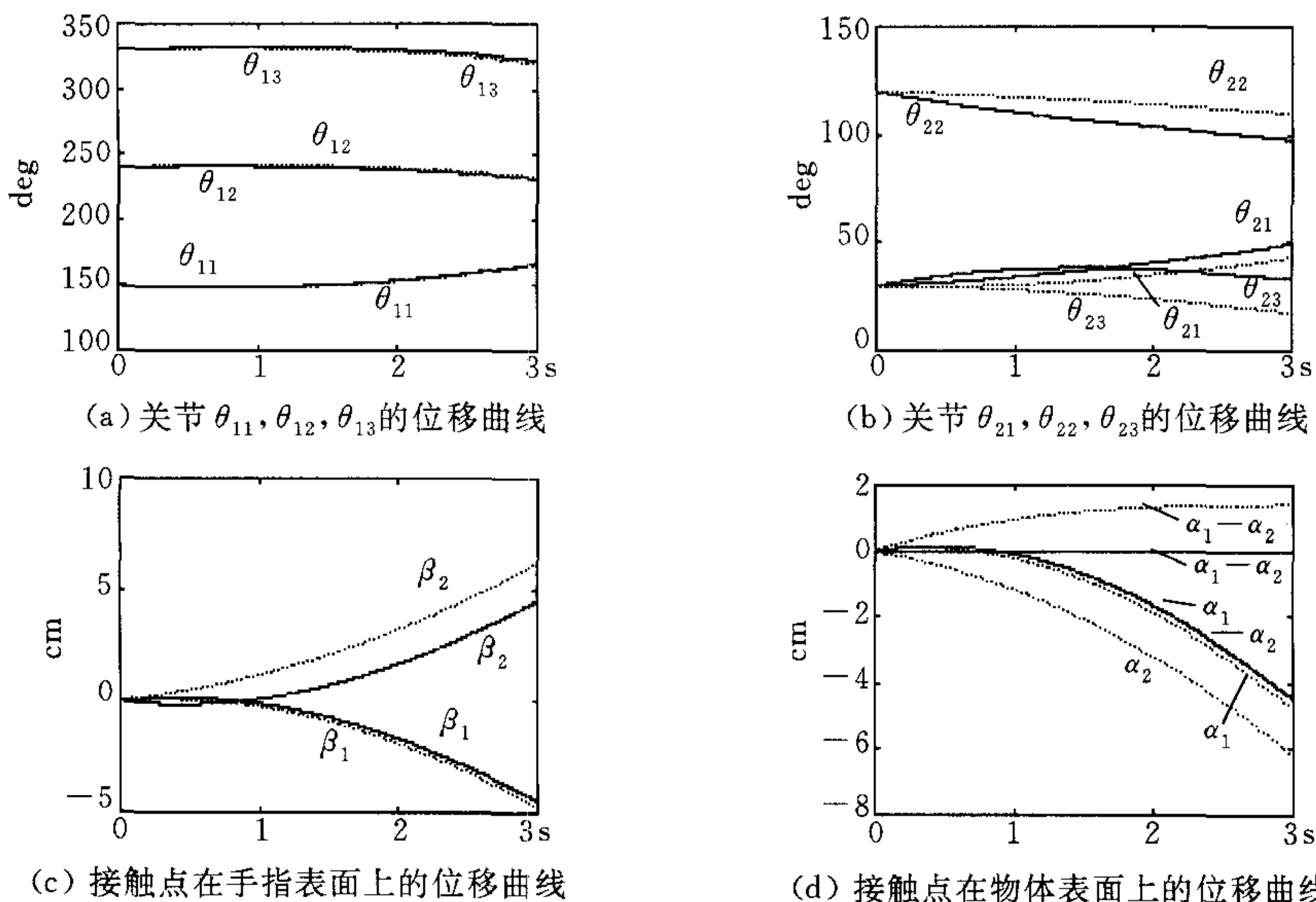


图 3 物体、关节及接触点的位移曲线

图 3(a)~图 3(d)中实线为启动关节自运动时的关节及接触点位移曲线.由图 3(d)知,在操作过程中两接触点始终保持对顶,抓持力封闭条件得以保证.

7 结论

基于多指手滚动操作的基本特征,给出一种建立其操作运动学方程的有效方法.此方法具有以下优点:1)建立的操作运动学方程物理意义明确,便于分析各种运动之间的联系;2)可得到物体及关节速度间的显式关系,使运动学算法得以简化;3)能够建立运动学退化操作系统中物体和关节间的速度关系式,对此类系统的操作规划有实际意义;4)对于运动学冗余操作系统,可给出关节自运动生成的接触点速度的显表达式,便于利用关节自运动调整接触点的运动,达到优化抓持姿态的目的.

由本文算法可生成多指手滚动操作物体跟踪期望运动轨迹时的关节轨迹.

参 考 文 献

- 1 Montana D J. The kinematics of contact and grasp. *The International Journal of Robotics Research*, 1988, 7(3):17~32
- 2 Li Z X, Canny J. Motion of two rigid bodies with rolling constraint. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, 6(1):62~71
- 3 Montana D J. The kinematics of multi-fingered manipulation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, 11(4):491~503
- 4 Cole A, Hsu P, Sastry S S. Kinematics and control of multi-fingered hands with rolling contacts. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 4(4):389~404
- 5 熊蔡华,熊有伦,张卫平. 机器人滚动操作时手指的运动分析. *自然科学进展*, 1999, 8(6):748~754
- 6 熊有伦. *机器人学*. 北京:机械工业出版社, 1993. 284~289
- 7 Bicchi A, Melchiorric C. On the mobility and manipulability of general multiple limb robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, 11(2):215~228
- 8 李剑锋. 多指手的灵巧性设计及操作运动学研究[博士学位论文]. 北京:北京航空航天大学, 1999

李剑锋 男, 1964年生, 讲师、博士, 现在清华大学从事博士后研究工作. 研究方向为机器人运动学及动力学分析、操作规划与控制、并联机床设计.

张玉茹 女, 1959年生, 教授、博士生导师. 研究方向为机械系统动力学、机器人操作规划与控制.

张启先 男, 1925年生, 工程院院士. 研究方向为机构学、机器人学.