

# 不带 Diophantine 方程的多通道 最优去卷滤波器<sup>1)</sup>

邓自立 王玉成 刘伟华

(黑龙江大学应用数学研究所 哈尔滨 150080)

(E-mail: dzl@hlju.edu.cn)

**摘要** 用时域上的现代时间序列分析方法,基于 ARMA 新息模型和白噪声估值器,分别提出了在 ARMA 新息滤波器形式下和在 Wiener 滤波器形式下的新的渐近稳定的多通道最优去卷滤波器. 它们避免了求解 Diophantine 方程,可统一处理去卷滤波、平滑和预报问题. 还给出了 ARMA 新息滤波器和 Wiener 去卷滤波器之间的关系. 仿真例子说明了它们的有效性.

**关键词** 多通道最优去卷滤波器, ARMA 新息滤波器, Wiener 去卷滤波器, 时域方法

**中图分类号** O232

## MULTICHANNEL OPTIMAL DECONVOLUTION FILTERS WITHOUT DIOPHANTINE EQUATIONS

DENG Zi-Li WANG Yu-Cheng LIU Wei-Hua

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University, Harbin 150080)

(E-mail: dzl@hlju.edu.cn)

**Abstract** With the modern time series analysis method in the time domain and based on the autoregressive moving average (ARMA) innovation model and white noise estimators, new asymptotically stable multichannel optimal deconvolution filters in the ARMA innovation filter form and in the Wiener filter form are presented respectively. They avoid the solution of the Diophantine equations, and can handle the deconvolution filtering, smoothing and prediction problems in a unified framework. The relationship between the ARMA innovation filters and Wiener deconvolution filters is also given. A simulation example shows their effectiveness.

**Key words** Multichannel optimal deconvolution filter, ARMA innovation filter, Wiener deconvolution filter, time domain approach

## 1 引言

反卷积或去卷(Deconvolution)问题广泛出现在油田地震勘探、通讯、信号处理和轧钢

1) 国家自然科学基金(69774019)资助.

等领域. 用频域多项式方法<sup>[1,2]</sup>和时域现代时间序列分析方法<sup>[3,4]</sup>设计多通道最优去卷滤波器都要求解 Diophantine 方程. 本文提出了多通道最优去卷的两种新的时域方法, 第一种方法将问题归结为求稳态 Kalman 估值器增益, 提出了用 ARMA (Autoregressive Moving Average) 新息滤波器表示的多通道最优去卷滤波器; 第二种方法将问题归结为求增广系统的 Wiener 状态滤波器, 提出了多通道 Wiener 去卷滤波器. 两种方法都避免了求解 Diophantine 方程. 文中还揭示了 ARMA 新息滤波器与 Wiener 去卷滤波器的关系. 考虑多通道离散时间随机系统

$$y(t) = \Phi^{-1}\Psi s(t) + \eta(t) \quad (1)$$

$$s(t) = A^{-1}Cw(t), \quad \eta(t) = P^{-1}Rv(t) \quad (2)$$

其中  $y(t) \in R^m$  为输出(观测);  $s(t) \in R^n$  为输入;  $w(t) \in R^r$ ,  $v(t) \in R^q$  是零均值, 方差阵各为  $Q_w > 0$ ,  $Q_v > 0$  的独立白噪声;  $\Phi, \Psi, A, C, P, R$  为单位滞后算子  $q^{-1}$  ( $q^{-1}s(t) = s(t-1)$ ) 的多项式矩阵, 形如  $X = X(q^{-1}) = X_0 + X_1q^{-1} + \dots + X_{n_x}q^{-n_x}$ ,  $X_i$  为系数阵,  $n_x = \deg(X)$  为阶次. 设  $A_0 = I_n, \Phi_0 = I_m, P_0 = I_m, I_m$  是  $m \times m$  单位阵, 且设  $A$  是稳定的, 为叙述方便, 设  $n_a \geq n_c, n_p \geq n_r, n_\varphi \geq n_\psi$ . 最优去卷问题是: 基于输出  $(y(t+N), y(t+N-1), \dots)$  求输入  $s(t)$  的稳态最优(线性最小方差)估值器  $\hat{s}(t|t+N)$ , 称为最优去卷滤波器. 对  $N=0, N>0$  或  $N<0$ , 各称其为去卷滤波器, 平滑器或预报器.

## 2 在 ARMA 新息滤波器形式下的多通道最优去卷滤波器

将式(2)代入式(1)后左乘以  $P$  有

$$Py(t) = P\Phi^{-1}\Psi A^{-1}Cw(t) + Rv(t) \quad (3)$$

引入左素分解

$$P\Phi^{-1} = \tilde{\Phi}^{-1}\tilde{P} \quad (4)$$

带  $\tilde{\Phi}_0 = I_m$ . 将式(4)代入式(3)有

$$\tilde{\Phi}Py(t) = \tilde{P}\Psi A^{-1}Cw(t) + \tilde{\Phi}Rv(t) \quad (5)$$

引入左素分解

$$\tilde{P}\Psi A^{-1} = \tilde{A}^{-1}\tilde{G} \quad (6)$$

带  $\tilde{A}_0 = I_m$ . 设  $(\tilde{A}\tilde{\Phi}P, \tilde{G}C, \tilde{A}\tilde{\Phi}R)$  左素, 且  $(\tilde{G}C, \tilde{A}\tilde{\Phi}R)$  也左素, 将式(6)代入式(5)由谱分解有 ARMA 新息模型

$$\tilde{A}\tilde{\Phi}Py(t) = D\varepsilon(t) \quad (7)$$

其中  $D$  是稳定的,  $D_0 = I_m$ , 新息  $\varepsilon(t) \in R^m$  是零均值、方差阵为  $Q_\varepsilon$  的白噪声, 且有关系

$$D\varepsilon(t) = \tilde{G}Cw(t) + \tilde{A}\tilde{\Phi}Rv(t) \quad (8)$$

而  $D, Q_\varepsilon$  可用 Gevers-Wouters<sup>[5]</sup>迭代算法求得.

系统(1), (2)有状态空间模型

$$\alpha(t+1) = \bar{A}\alpha(t) + \bar{C}w(t), \quad s(t) = \bar{H}_1\alpha(t) + C_0w(t) \quad (9)$$

$$\beta(t+1) = \bar{\Phi}\beta(t) + \bar{\Psi}s(t), \quad y(t) = \bar{H}_2\beta(t) + \Psi_0s(t) + \eta(t) \quad (10)$$

$$\gamma(t+1) = \bar{P}\gamma(t) + \bar{R}v(t), \quad \eta(t) = \bar{H}_3\gamma(t) + R_0v(t) \quad (11)$$

其中  $(\bar{A}, \bar{H}_1), (\bar{\Phi}, \bar{H}_2), (\bar{P}, \bar{H}_3)$  均为块伴随形<sup>[4]</sup>. 合并式(9~11)有增广系统

$$x(t+1) = \bar{\Lambda}x(t) + \bar{\Gamma}\xi(t), \quad y(t) = \bar{H}x(t) + \delta(t) \quad (12)$$

其中  $x(t) = [\alpha^T(t), \beta^T(t), \gamma^T(t)]^T$ ,  $\Gamma$  为转置号,  $\bar{H} = [\Psi_0\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{H}_3]$ ,

$$\xi(t) = [\mathbf{w}^T(t), \mathbf{v}^T(t)]^T, \quad \delta(t) = \Psi_0 C_0 \mathbf{w}(t) + R_0 \mathbf{v}(t) \quad (13a)$$

$$\bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 & 0 \\ \bar{\Psi} H_1 & \bar{\Phi} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{P} \end{bmatrix}, \quad \bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} \bar{C} & 0 \\ \bar{\Psi} C_0 & 0 \\ 0 & \bar{R} \end{bmatrix} \quad (13b)$$

可证明<sup>[4]</sup>系统(12)是完全可观、可控的.

**定理 1.** 系统(12)有稳态最优 Kalman 估值器为

$$\hat{\mathbf{x}}(t+1|t+1+N) = \bar{\Lambda} \hat{\mathbf{x}}(t|t+N) + \bar{\Gamma} \hat{\xi}(t|t+N) + \bar{K}_N \boldsymbol{\varepsilon}(t+1+N) \quad (14)$$

$$\hat{\xi}(t|t+N) = [\hat{\mathbf{w}}^T(t|t+N), \hat{\mathbf{v}}^T(t|t+N)]^T \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(t|t+N) = L_N^w \boldsymbol{\varepsilon}(t+N), \quad \hat{\mathbf{v}}(t|t+N) = L_N^v \boldsymbol{\varepsilon}(t+N) \quad (16)$$

$$L_N^w = \sum_{i=0}^N Q_w F_i^{wT} Q_\varepsilon^{-1} q^{i-N}, \quad L_N^v = \sum_{i=0}^N Q_v F_i^{vT} Q_\varepsilon^{-1} q^{i-N} \quad (17)$$

其中定义  $F_i^{\theta T} = (F_i^\theta)^T$ ,  $L_N^w = 0 (N < 0)$ ,  $L_N^v = 0 (N < 0)$ , 且  $F_i^\theta (\theta = w, v)$  可递推计算为

$$F_i^\theta = -D_1 F_{i-1}^\theta - \dots - D_{n_d} F_{i-n_d}^\theta + \Psi_i^\theta, \quad F_i^\theta = 0 (i < 0), \quad \Psi_i^\theta = 0 (i > n_{\psi\theta}) \quad (18)$$

其中定义  $\Psi^w = \tilde{C}C$ ,  $\Psi^v = \tilde{A}\tilde{\Phi}R$ ,  $\Psi_i^\theta$  为  $\Psi^\theta$  的系数阵. 增益阵  $\bar{K}_N$  用如下公式计算

$$\bar{K}_N = \sum_{i=0}^{\mu-1} \Omega_i [\Pi_{i-N} Q_\varepsilon - \Delta_i^N - M_{N-i}] Q_\varepsilon^{-1} \quad (19)$$

其中  $\Omega = [H^T, (H\bar{\Lambda})^T, \dots, (H\bar{\Lambda}^{\mu-1})^T]^T$ ,  $\mu$  为可观性指数,  $\Omega_i$  由  $\Omega$  的伪逆  $\Omega^\#$  分块定义为

$$\Omega^\# = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T = [\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_{\mu-1}] \quad (20)$$

$\Psi = \tilde{A}\tilde{\Phi}P$ ,  $\Pi_i$  可递推计算为

$$\Pi_i = -\Psi_1^p \Pi_{i-1} \dots - \Psi_{i-n_{\psi p}}^p \Pi_{i-n_{\psi p}} + D_i, \quad \Pi_i = 0 (i < 0), \quad D_i = 0 (i > n_d) \quad (21)$$

$$\Delta_i^N = \sum_{j=1}^{i-1} H \bar{\Lambda}^{i-1-j} \bar{\Gamma} Q_\varepsilon F_{N-j}^{\varepsilon T}, \quad \Delta_0^N = 0 \quad (22)$$

$$F_i^\varepsilon = [F_i^w, F_i^v], \quad Q_\varepsilon = \text{diag}(Q_w, Q_v) \quad (23)$$

$$M_i = \Psi_0 C_0 Q_w F_i^{wT} + R_0 Q_v F_i^{vT} \quad (24)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  可由式(7)取初值( $\boldsymbol{\varepsilon}(0), \dots, \boldsymbol{\varepsilon}(n_d-1)$ )递推计算为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \tilde{A}\tilde{\Phi}P\mathbf{y}(t) - D_1 \boldsymbol{\varepsilon}(t-1) - \dots - D_{n_d} \boldsymbol{\varepsilon}(t-n_d), \quad t = n_d, n_d+1, \dots \quad (25)$$

**证明.** 由式(8)和文献[6]有

$$E[\mathbf{w}(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(j)] = Q_w F_{j-t}^{wT}, \quad E[\mathbf{v}(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(j)] = Q_v F_{j-t}^{vT}, \quad E[\mathbf{y}(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(j)] = \Pi_{t-j} Q_\varepsilon \quad (26)$$

其中  $E$  为数学期望. 由式(13a), (26)有

$$E[\xi(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(j)] = Q_\varepsilon F_{j-t}^{\varepsilon T}, \quad E[\delta(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(j)] = M_{j-t} \quad (27)$$

注意  $\mathbf{x}(t)$  可表为<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=0}^{\mu-1} \Omega_i \left[ \mathbf{y}(t+i) - \sum_{j=0}^{i-1} H \bar{\Lambda}^{i-1-j} \bar{\Gamma} \xi(t+j) - \delta(t+i) \right] \quad (28)$$

其中规定  $\bar{\Lambda}^i = 0 (i < 0)$  且  $j \geq 0$ . 由式(12)和射影公式易得式(14), 其中稳态最优增益为<sup>[7]</sup>

$$\bar{K}_N = E[\mathbf{x}(t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(t+N)] Q_\varepsilon^{-1} \quad (29)$$

将式(28)代入式(29)后利用式(26), (27)得式(19~24). 证毕.

下面给出求增益  $\bar{K}_N$  的另一种算法, 其基本思想是直接利用文献[7]的已知结果到系统(12). 注意在系统(12)中白噪声  $\xi(t), \delta(t)$  是相关的, 它们的方差阵  $Q_\varepsilon, Q_\delta$  和相关阵  $S$  易

知为

$$Q_\xi = \text{diag}(Q_w, Q_v), \quad Q_\delta = \Psi_0 C_0 Q_w C_0^T \Psi_0^T + R_0 Q_v R_0^T, \\ S = E[\xi(t)\delta^T(t)] = \begin{bmatrix} Q_w C_0^T \Psi_0^T \\ Q_v R_0^T \end{bmatrix} \quad (30)$$

由式(7),(8),  $y(t)$  与  $\xi(t), \delta(t)$  有关系

$$\tilde{A}\tilde{\Phi}P y(t) = [\tilde{G}C - \tilde{A}\tilde{\Phi}P\Psi_0 C_0, \tilde{A}\tilde{\Phi}R - \tilde{A}\tilde{\Phi}P R_0] \xi(t) + \tilde{A}\tilde{\Phi}P \delta(t) \quad (31)$$

于是有关系

$$D\varepsilon(t) = \Psi^\xi \xi(t) + \Psi^\delta \delta(t) \quad (32)$$

其中定义  $\Psi^\xi = [\tilde{G}C - \tilde{A}\tilde{\Phi}P\Psi_0 C_0, \tilde{A}\tilde{\Phi}R - \tilde{A}\tilde{\Phi}P R_0]$ ,  $\Psi^\delta = \tilde{A}\tilde{\Phi}P$ . 基于式(32)文献[5]证明了

$$E[\xi(t)\varepsilon^T(j)] = Q_\xi F_{j-t}^{\xi T} + S F_{j-t}^{\delta T} \quad (33)$$

$$E[\delta(t)\varepsilon^T(j)] = Q_\delta F_{j-t}^{\delta T} + S^T F_{j-t}^{\xi T} \quad (34)$$

其中  $F_i^\xi, F_i^\delta$  由式(18)置  $\theta = \xi, \delta$  递推计算, 且有

$$\xi(t|t+N) = L_N^\xi \varepsilon(t+N), \quad L_N^\xi = \sum_{i=0}^N (Q_\xi F_i^{\xi T} + S F_i^{\delta T}) Q_\varepsilon^{-1} q^{i-N} \quad (35)$$

将  $L_N^\xi$  分块为  $L_N^\xi = [L_N^{wT}, L_N^{vT}]^T$ , 则有

$$\hat{w}(t|t+N) = L_N^w \varepsilon(t+N) \quad (36)$$

式(35),(36)给出了不同于式(15~17)的  $\xi(t|t+N), \hat{w}(t|t+N)$  的另一种算法. 将式(28)代入式(29)利用式(26),(33),(34)可得如下定理

**定理 2.** 系统(1),(2)有稳态最优 Kalman 估值器(14~16), 其中  $\xi(t|t+N), \hat{w}(t|t+N)$  由式(35),(36)计算, 增益  $\bar{K}_N$  由下式计算

$$\bar{K}_N = \sum_{i=0}^{\mu-1} \Omega_i [\Pi_{i-N} Q_\varepsilon - U_i^N - \Theta_{N-i}] Q_\varepsilon^{-1} \quad (37)$$

其中定义

$$U_i^N = \sum_{j=0}^{i-1} H \bar{\Lambda}^{i-1-j} \bar{T} (Q_\xi F_{N-j}^{\xi T} + S F_{N-j}^{\delta T}), \quad U_0^N = 0 \quad (38)$$

$$\Theta_{N-i} = Q_\delta F_{N-i}^{\delta T} + S^T F_{N-i}^{\xi T} \quad (39)$$

下面推导最优去卷滤波器. 将最优增益  $\bar{K}_N$  分块表示为

$$\bar{K}_N = \begin{bmatrix} \bar{K}_\alpha \\ \bar{K}_\beta \\ \bar{K}_\gamma \end{bmatrix}, \quad K_x = \begin{bmatrix} K_{x0} \\ \vdots \\ K_{x n_x} \end{bmatrix}, \quad x = \alpha, \beta, \gamma \quad (40)$$

其中  $K_{\alpha_i}$  为  $n \times m$  阵;  $K_{\beta_i}, K_{\gamma_i}$  为  $m \times m$  阵;  $n_\alpha = n_a - 1; n_\beta = n_\varphi - 1; n_\gamma = n_p - 1$ . 注意式(13b), 由式(14~16)有子系统(9)的稳态最优 Kalman 估值器为

$$\hat{\alpha}(t+1|t+1+N) = \bar{A}\hat{\alpha}(t|t+N) + \bar{C}\hat{w}(t|t+N) + \bar{K}_\alpha \varepsilon(t+1+N) \quad (41)$$

$$\hat{s}(t|t+N) = \bar{H}_1 \hat{\alpha}(t|t+N) + \bar{C}_0 \hat{w}(t|t+N) \quad (42)$$

因  $(\bar{A}, \bar{H}_1)$  为块伴随形, 则式(41),(42)等价于 ARMA 模型

$$A\hat{s}(t|t+N) = C\hat{w}(t|t+N) + K_\alpha \varepsilon(t+N) \quad (43)$$

其中多项式矩阵  $K_\alpha$  定义为  $K_\alpha = K_\alpha(q^{-1}) = K_{\alpha 0} + K_{\alpha 1} q^{-1} + \cdots + K_{\alpha n_\alpha} q^{-n_\alpha}$  带  $n_\alpha = n_a - 1$ , 且  $K_{\alpha_i}$  由式(40)定义, 由式(19)或式(37)计算.

**定理 3.** 系统(1),(2)有渐近稳定的多通道最优去卷滤波器

$$A\hat{s}(t|t+N) = K_N \epsilon(t+N) \quad (44)$$

它是 ARMA 新息滤波器,其中

$$K_N = K_a + CL_N^w \quad (45)$$

**证明.** 将  $\hat{w}(t|t+N) = L_N^w \epsilon(t+N)$  代入式(43)得式(44), (45). 由  $A$  的稳定性假设引出式(44)是渐近稳定的,即式(44)的计算渐近地与其初值选取无关. 证毕.

**注 1.** 在定理 3 中  $K_N$  是通过式(19)或式(37)计算稳态 Kalman 增益  $\bar{K}_N$  求得,注意式(20),这要求计算  $[nn_a + (n_\varphi + n_p)m] \times [nn_a + (n_\varphi + n_p)m]$  维矩阵  $\Omega^T \Omega$  的逆矩阵. 而用文献[3,4]的方法要求解 Diophantine 方程,它可归解为求解一个矩阵代数方程组,要求计算一个  $[nn_a + (n_\varphi + n_p)m] \times [nn_a + (n_\varphi + n_p)m]$  维系数阵的逆矩阵. 因此定理 3 的方法同文献[3,4]的方法相比,计算量大致相同.

### 3 多通道 Wiener 去卷滤波器

所谓 Wiener 去卷滤波器是指它具有以观测信号作为输入的传递函数阵表达式或它可表为以观测信号作为输入的 ARMA 递推滤波器.

**定理 4.** 系统(1), (2)有渐近稳定的 Wiener 去卷滤波器

$$\hat{s}(t|t+N) = A^{-1} K_N D^{-1} \tilde{A} \tilde{\Phi} P y(t+N) \quad (46)$$

它具有以观测  $y(t+N)$  作为输入的传递函数阵表达式,且渐近稳定的 ARMA 递推 Wiener 去卷滤波器为

$$\underline{D}_N \hat{s}(t|t+N) = \underline{K}_N y(t+N) \quad (47)$$

其中  $\underline{D}_N, \underline{K}_N$  由如下左素分解决定

$$\underline{D}_N^{-1} \underline{K}_N = A^{-1} K_N D^{-1} \tilde{A} \tilde{\Phi} P \quad (48)$$

带  $\underline{D}_{N0} = I_n$ . 式(46)还等价于如下渐近稳定的 ARMA 递推 Wiener 去卷滤波器

$$\det D A \hat{s}(t|t+N) = K_N \text{adj} D \tilde{A} \tilde{\Phi} P y(t+N) \quad (49)$$

特别对单通道系统(1), (2), 渐近稳定的递推 Wiener 去卷滤波器为

$$D \hat{s}(t|t+N) = K_N \Phi P y(t+N) \quad (50)$$

**证明.** 由式(7)有  $\epsilon(t+N) = D^{-1} \tilde{A} \tilde{\Phi} P y(t+N)$ . 将其代入式(44)得式(46). 将式(48)代入式(46)得式(47). 将  $D^{-1} = \text{adj} D / \det D$  代入式(46)得式(49). 对单通道情形有  $\tilde{A} = A, \tilde{\Phi} = \Phi$ , 由式(46)得式(50). 由  $A, D$  的稳定性引出式(46), (49)是渐近稳定的. 由  $A, D$  的稳定性和式(48)引出  $\underline{D}_N$  是稳定的,故式(47)是渐近稳定的. 由  $D$  的稳定性有式(50)渐近稳定.

证毕.

应指出,定理 4 揭示了 ARMA 新息滤波器与 Wiener 去卷滤波器的关系,由 ARMA 新息滤波器可引出相应的 Wiener 去卷滤波器. 定理 3 和定理 4 的局限性是要求  $A$  是稳定的多项式矩阵. 下面将提出另一种多通道 Wiener 去卷滤波器,它不要求  $A$  是稳定的. 方法的原理是由系统(12)的 Wiener 状态滤波器引出多通道 Wiener 去卷滤波器. 利用文献[8]的推论 1, 系统(12)有 Wiener 状态滤波器

$$\hat{x}(t|t+N) = \tilde{K}_N \tilde{D}^{-1} y(t+N) \quad (51)$$

其中  $\tilde{D}, \tilde{\Psi}$  由如下右素分解决定

$$D^{-1} \tilde{A} \tilde{\Phi} P = \tilde{\Psi} \tilde{D}^{-1} \quad (52)$$

带  $\tilde{D}_0 = I_m$ , 而  $\tilde{K}_N$  由下式计算

$$\tilde{K}_N = \sum_{i=0}^{\mu-1} \Omega_i [J_{i-N} - \sum_{j=0}^{i-1} H \bar{\Lambda}^{i-1-j} \Gamma L_{N-j}^\varepsilon \tilde{\Psi} - L_{N-i}^\delta \tilde{\Psi}] \quad (53)$$

其中规定  $\bar{\Lambda}^i = 0 (i < 0)$  且  $j \geq 0$ .  $J_i$  由下式决定

$$\tilde{D} = E_i \tilde{\Psi} + q^{-i} J_i (i > 0), \quad J_i = \tilde{D} q^i (i \leq 0) \quad (54)$$

带  $\deg(E_i) = i - 1, \deg(J_i) = \max(n_\Psi - 1, n_A - i)$ , 且

$$L_{N-i}^\delta = \Psi_0 C_0 L_{N-i}^w + R_0 L_{N-i}^v \quad (55)$$

由式(42)并注意  $\bar{H}_1 = [I_n \ 0]$ , 其中 0 为  $n \times (n_a - 1)n$  零阵, 则有

$$\hat{s}(t|t+N) = H^0 \hat{x}(t|t+N) + C_0 \hat{w}(t|t+N) \quad (56)$$

其中  $H^0 = [I_n \ 0]$ , 0 为适当维数零阵. 由式(7), (52)有

$$\varepsilon(t+N) = \tilde{\Psi} \tilde{D}^{-1} \mathbf{y}(t+N) \quad (57)$$

故由式(16)有

$$\hat{w}(t|t+N) = L_N^w \varepsilon(t+N) = L_N^w \tilde{\Psi} \tilde{D}^{-1} \mathbf{y}(t+N) \quad (58)$$

将式(51), (58)代入式(56)可得如下定理

**定理 5.** 系统(1), (2)有渐近稳定的多通道 Wiener 最优去卷滤波器

$$\hat{s}(t|t+N) = \tilde{K}_N^s \tilde{D}^{-1} \mathbf{y}(t+N) \quad (59)$$

其中

$$\tilde{K}_N^s = H^0 \tilde{K}_N + C_0 L_N^w \tilde{\Psi} \quad (60)$$

其中  $\tilde{K}_N$  由式(53)计算, 且有 ARMA 递推 Wiener 去卷滤波器

$$\bar{D}_N^s \hat{s}(t|t+N) = \bar{K}_N^s \mathbf{y}(t+N) \quad (61)$$

其中  $\bar{D}_N^s, \bar{K}_N^s$  由如下左素分解决定

$$(\bar{D}_N^s)^{-1} \bar{K}_N^s = \tilde{K}_N^s \tilde{D}^{-1} \quad (62)$$

带  $\bar{D}_{N_0}^s = I_n$ , 且还有另一种形式递推 Wiener 去卷滤波器

$$\det \tilde{D} \hat{s}(t|t+N) = \tilde{K}_N^s \text{adj} \tilde{D} \mathbf{y}(t+N) \quad (63)$$

注意由  $D$  的稳定性引出  $\tilde{D}, \bar{D}_N^s$  都是稳定的, 故式(59), (61), (63)是渐近稳定的, 而与  $A$  的稳定性无关, 因此定理 5 可处理  $A$  不稳定情形.

**注 2.** 由注 1, 定理 5 的方法同频域多项式方法相比<sup>[1,2]</sup>, 计算量大体相同.

## 4 仿真例子

考虑双通道系统(1), (2), 其中  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t)]^T$ ,  $\mathbf{w}(t), \mathbf{v}(t)$  是零均值, 方差阵各为  $Q_w = I_2, Q_v = I_2$  的独立高斯白噪声,  $\Psi = I_2 q^{-1}, C = C_1 q^{-1}, R = I_2, A, P, \Phi$  有形式  $X = I_2 + X_1 q^{-1}$ , 且

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -0.65 & 0.3 \\ -1.5 & -0.6 \end{bmatrix}, & C_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0.7 & 1 \end{bmatrix} \\ \Phi_1 &= \begin{bmatrix} -0.9 & 0 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix}, & P_1 &= \begin{bmatrix} 0.95 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (64)$$

应用 Gevers-Wouters 算法<sup>[5]</sup>可得 ARMA 新息模型

$$\tilde{A} \tilde{\Phi} P \mathbf{y}(t) = D \varepsilon(t) \quad (65)$$

其中  $\tilde{A} = I_2 + \tilde{A}_1 q^{-1}$ ,  $\tilde{\Phi} = I_2 + \tilde{\Phi}_1 q^{-1}$ ,  $D = I_2 + D_1 q^{-1} + D_2 q^{-2}$ , 且

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= \begin{bmatrix} -0.791 & 0.423 \\ -1.128 & -0.459 \end{bmatrix}, & \tilde{\Phi}_1 &= \begin{bmatrix} -0.98 & 0 \\ -0.102 & 0.5 \end{bmatrix} \\ D_1 &= \begin{bmatrix} 0.137 & -0.283 \\ -0.128 & -0.121 \end{bmatrix}, & D_2 &= \begin{bmatrix} 0.057 & 0.008 \\ 0.116 & -0.100 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (66)$$

取  $N = -1, N = 1$ , 由定理 3 可求得最优去卷预报器和平滑器分别为

$$A\hat{s}(t|t-1) = K_{-1}\epsilon(t-1), \quad A\hat{s}(t|t+1) = K_1\epsilon(t+1) \quad (67)$$

易验证  $A$  是稳定的, 且有

$$K_{-1} = \begin{bmatrix} -0.022 & -0.275 \\ 1.196 & -0.683 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} 0.638 & -0.328 \\ 0.013 & 0.758 \end{bmatrix} \quad (68)$$

仿真结果如图 1~图 4 所示.

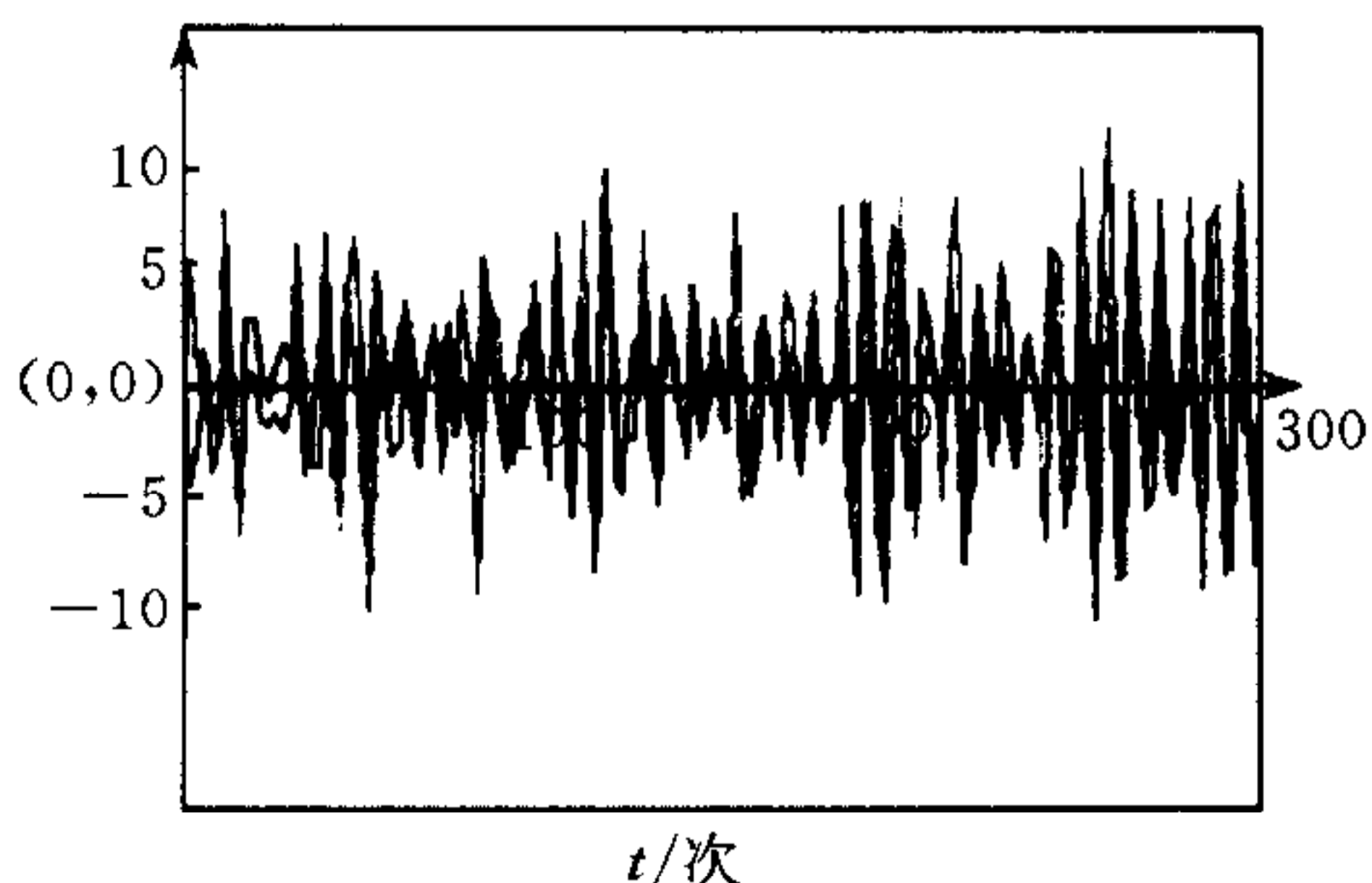


图 1  $s_1(t)$  和最优去卷预报器  $\hat{s}_1(t|t-1)$

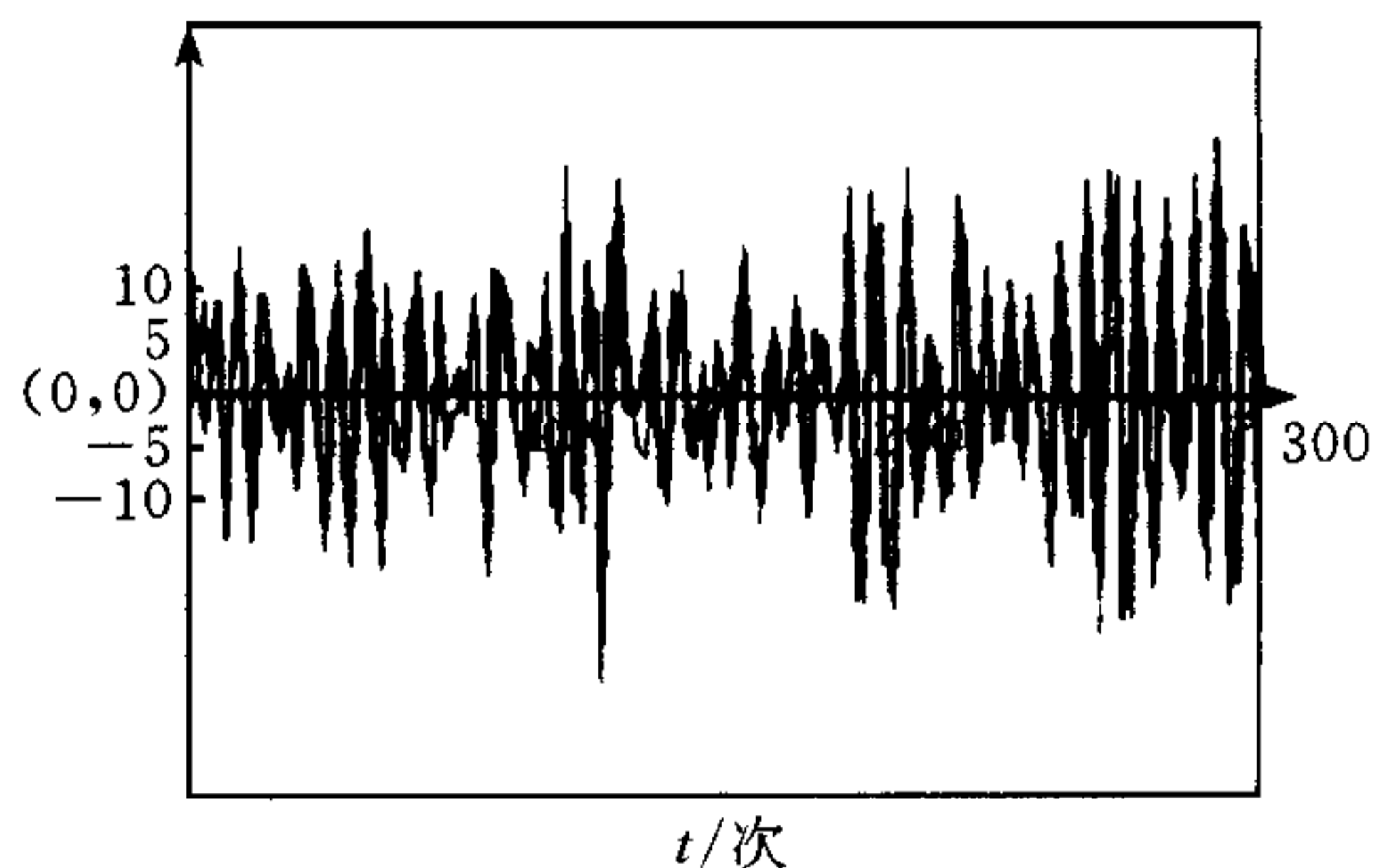


图 2  $s_2(t)$  和最优去卷预报器  $\hat{s}_2(t|t-1)$

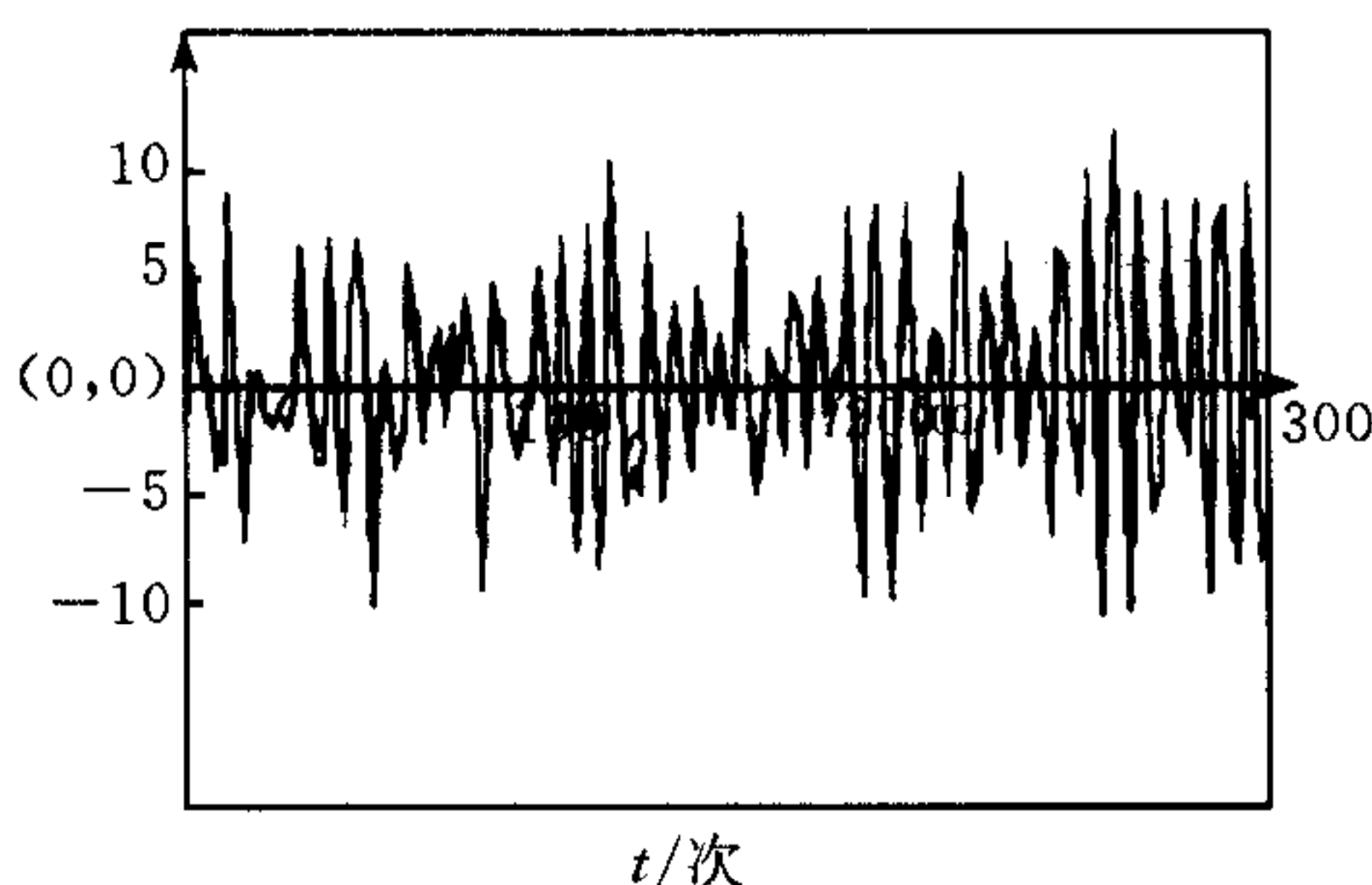


图 3  $s_1(t)$  和最优去卷平滑器  $\hat{s}_1(t|t+1)$

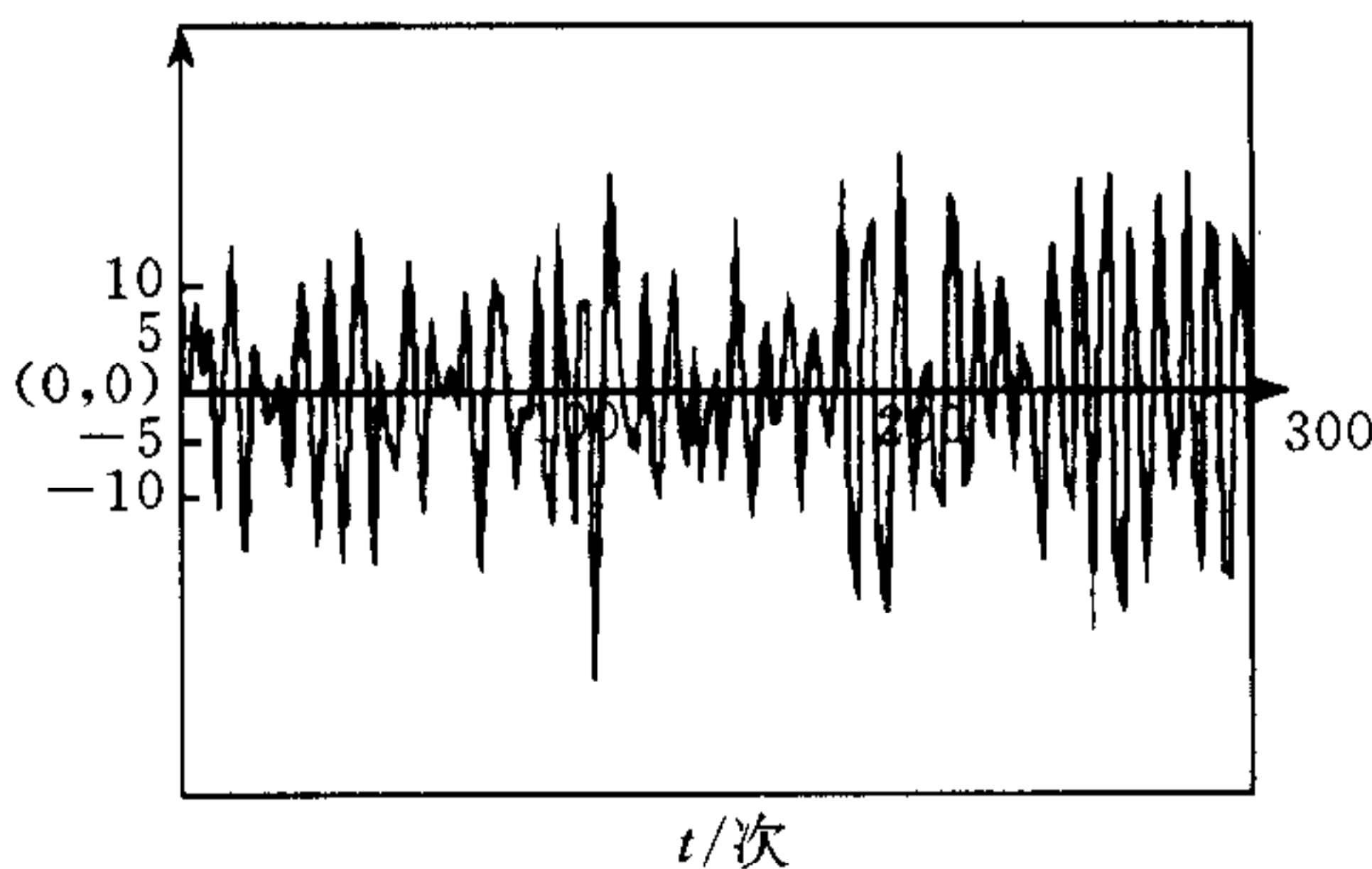


图 4  $s_2(t)$  和最优去卷平滑器  $\hat{s}_2(t|t+1)$

## 5 结论

本文用现代时间序列分析方法<sup>[6]</sup>, 提出了多通道最优去卷的两种新的时域方法. 第一种时域方法给出了在 ARMA 新息滤波器形式下的最优去卷滤波器的两种新算法; 第二种时域方法给出了新的 Wiener 去卷滤波器. 两种时域方法都不要求解 Diophantine 方程, 计算量大体相同于采用解 Diophantine 方程方法的计算量.

## 参 考 文 献

- 1 Ahlen A, Sternad M. Wiener filter design using polynomial equations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1991, 39

- (11):2387~2399
- 2 Grimble M J. Multichannel optimal linear deconvolution filters and strip thickness estimation from gauge measurement. *Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, **117**:165~174
  - 3 邓自立,刘伟华,石莹. 应用 Diophantine 方程的多通道最优去卷. *自动化学报*, 1999, **25**(3):480~483
  - 4 Deng Z L. Multichannel optimal deconvolution filters using modern time series analysis method. In: Proc. 14th I-FAC World Congress, Beijing:1999, **I**:1~6
  - 5 Gevers M, Wouters W R E. An innovation approach to the discrete-time stochastic realization problem. *Journal A*, 1978, **19**(2):90~109
  - 6 Deng Z L, Zhang H S, Liu S J, Zhou L. Optimal and self-tuning white noise estimators with applications to deconvolution and filtering problems. *Automatica*, 1996, **32**(2):199~216
  - 7 邓自立,刘玉梅. 一种统一的稳态 Kalman 估值器. *信息与控制*, 1999, **28**(4):249~254
  - 8 邓自立,许燕. 一种统一的 Wiener 状估值器. *信息与控制*, 1998, **27**(5):336~341

**邓自立** 黑龙江大学教授. 研究方向为最优滤波、状态估计、信号处理.

**王玉成** 黑龙江大学自动化系副教授. 研究方向为随机系统与状态估计.

**刘伟华** 1994年毕业于哈尔滨师范大学数学系,1996年获自动控制理论及应用专业硕士学位. 研究方向为最优反卷积.

## 第一届控制与自动化国际年会 (ICCA'02)

### 征文通知

第一届控制与自动化国际年会(ICCA'02)将于2002年6月16日至6月19日在中国厦门举行. 本次会议由厦门大学主办、香港中文大学、弗吉尼亚大学、华盛顿大学、IEEE新加坡自动控制学会和IEEE香港机器人自动控制系统联合会共同协办. 会议地点厦门市位于中国东南沿海的台湾海峡,是著名的“海上花园”,与之相邻的武夷山在1999年被联合国授予“世界自然和文化遗产”. 该会议的宗旨是为系统和自动控制研究领域的专家学者和工程技术人员提供一个该领域最新研究成果的学术交流的机会. 会议关注理论及应用的发展,设立了许多特邀报告、专题报告和会议报告. 会议论文将被推荐到亚州控制杂志发表.

**征文范围**(不限于以下领域):

- |          |             |            |               |
|----------|-------------|------------|---------------|
| • 线性系统   | • 机器人控制系统   | • 非线性系统    | • 控制应用        |
| • 随机系统   | • 系统工程理论与方法 | • 综合管理系统   | • 复杂系统分析      |
| • 复杂系统建模 | • 信息管理系统    | • 自适应自学习系统 | • 系统建模和仿真     |
| • 实时系统   | • 决策支持系统    | • 预测与辨识    | • ERP和BRP应用   |
| • 故障检测   | • 算法分析与设计   | • 优化控制     | • 人工智能及应用     |
| • 多变量控制  | • 专家系统及应用   | • 离散事件系统   | • 数据挖掘        |
| • 鲁棒控制   | • 柔性制造系统    | • 非线性控制    | • 过程自动化       |
| • 智能控制   | • 计算机集成制造系统 | • 模糊神经网络   | • 制造系统的建模和自动化 |
| • 过程控制   | • Petri网及应用 | • 运动控制     | • 人机交互        |

**投稿说明:**

1. 论文及摘要必须用英文撰写,只有作者参加会议的论文才会被采纳.
2. 论文摘要字数1000字左右,论文中必须提供详细的论文要点,如主要思想、方法和主要特点等,同时必须包括论文名称、作者、联系地址、邮政编码、E-mail、电话、传真等.
3. 稿件要求一式三份,可通过邮局统计,或通过E-mail投稿.

(下转73页)