

# 全局稳定的 PD+前馈机器人 鲁棒自适应控制<sup>1)</sup>

代颖 施颂椒

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

(E-mail: ydai@mail1.sjtu.edu.cn sjshi@mail1.sjtu.edu.cn)

**摘要** 研究应用 PD+前馈控制结构的不确定性机器人轨迹跟踪问题. 在忽略摩擦力和外部扰动情况下, 设计了一大类综合的自适应控制策略, 能保证系统全局的渐近稳定; 在摩擦力和外部扰动存在时, 提出两种新颖的鲁棒自适应混合控制方法, 不仅可以保证闭环系统的全局稳定性, 同时还能给出系统清晰的暂态性能. 严格的理论证明和二自由度机器人的仿真验证了控制器的有效性.

**关键词** 机器人, 机器人控制, 自适应控制, 鲁棒控制, 全局稳定

**中图分类号** TP242, TP273.2

## GLOBALLY STABLE ROBUST ADAPTIVE PD+FEEDFORWARD CONTROLLER FOR ROBOT MANIPULATORS

DAI Ying SHI Song-Jiao

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(E-mail: ydai@mail1.sjtu.edu.cn sjshi@mail1.sjtu.edu.cn)

**Abstract** Trajectory tracking problem of uncertain robot manipulators with PD+feedforward control structure is dealt with in this paper. In the absence of friction and disturbances, a new class of globally asymptotically stable adaptive control strategies are proposed. In the presence of friction and disturbances, two novel robust adaptive hybrid control methods are developed, which can not only warrant global stability of closed-loop system but also give clear transient description of the whole system. Strict theorem proofs and simulations of a two-degrees-of-freedom robot are given to show the validity of proposed controllers.

**Key words** Robot manipulators, robot control, adaptive control, robust control, global stability

## 1 引言

PD+前馈结构的机器人控制器由于结构的特殊性, 它不仅可以避免加速度测量, 增强

1) 中国博士后科学基金北京中自技术公司博士后基金资助.

速度信号的抗干扰能力,而且应用在定点调节问题时,还能简化控制结构,因此近年来吸引了众多的科技工作者.

Wen 和 Bayard<sup>[1]</sup>首先系统地分析了一类基于 PD+前馈结构的机器人控制策略,可以保证系统指数的收敛,但该方法要求很高的控制器增益.文中所提出的  $\beta$ -球域定理,虽可将稳定性证明中的高次项化简,但由于其利用了初始状态的值,实际得出的只能是局部的结果. Berghuis 等<sup>[2]</sup>在其基础上并结合 Whitcomb<sup>[3]</sup>提出的一种修改方案,设计了一种全局指数稳定的控制策略;Paden<sup>[4]</sup>提出的全局收敛自适应控制律,实际是文献[5]中的一个特例;Yu<sup>[6]</sup>采用相同的控制结构,考虑了存在摩擦力情况下,控制律在真实机器人上的实现,但是其理论证明实际得出的是局部的结果;Tomei<sup>[7]</sup>提出的自适应控制律,由于采用了赋范的梯度算法,可以保证全局的稳定;Sadegh<sup>[8]</sup>提出一种 PD+期望补偿的自适应控制律 DCAL,可以保证全局的稳定,不过也是一种高增益的方法.

本文总结了上述文献的结果,在完全未知机器人物理参数的情况下,提出了一类综合的全局稳定 PD+前馈自适应控制策略,如果忽略摩擦力和外部扰动,可以得出全局渐近收敛的结果;另外,即使存在摩擦力和外部扰动,还设计了两种新颖的鲁棒自适应混合控制策略,不仅可以保证闭环系统的渐近稳定,同时还能给出系统清晰的暂态描述.

## 2 机器人动力学结构特性

考虑下述的  $n$  自由度旋转关节机器人动力学方程

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = T \quad (1a)$$

$$H(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + f(\dot{q}) + T_d(q, \dot{q}, t) \quad (1b)$$

其中  $T$  是  $n \times 1$  控制力矩向量,  $q$  是  $n \times 1$  关节角向量,  $M(q)$  是  $n \times n$  对称正定惯性矩阵,  $C(q, \dot{q})$ ,  $\dot{q}$  是  $n \times 1$  哥氏力和离心力向量,  $G(q)$  是  $n \times 1$  重力向量,  $f(\dot{q})$  是  $n \times 1$  摩擦力向量, 通常取  $f(\dot{q}) = F_d\dot{q} + F_s(\dot{q})$ ,  $F_d$  和  $F_s$  分别是动态摩擦力矩阵和静态摩擦力,  $T_d(q, \dot{q}, t)$  是外部扰动.

**注 1.** 本文对外部扰动的限制加以放宽,即

$$\|T_d(q, \dot{q}, t)\| \leq c_0 + c_1 \|q\| + c_2 \|\dot{q}\| + c_3 \|q\|^2 + c_4 \|\dot{q}\|^2,$$

其中  $c_i$ ,  $i=0,1,2,3,4$  是正的标量常数,该假定包括更一般的外部扰动.另外,本文所有的范数  $\|\cdot\|$  均为对应的矩阵导出范数或向量范数.

机器人动力学方程(1)通常具有如下的结构特性<sup>[1,9,10]</sup>.

**特性 1.**  $\lambda_{\min}(M) \|x\|^2 \leq x^T M(q)x \leq \lambda_{\max}(M) \|x\|^2$ ,  $\forall x \in R^n$ ,  $\lambda_{\min}(\cdot)$ ,  $\lambda_{\max}(\cdot)$  分别代表取矩阵的最小和最大特征值.

**特性 2.**  $x^T [M(q) - 2C(q, \dot{q})]x = 0$ ,  $\forall x \in R^n$ .

**特性 3.** 当忽略摩擦力和外部扰动时,机器人动力学方程(1)可线性参数化为

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q),$$

其中  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times p}$  是已知关节变量函数的回归矩阵,  $\theta \in R^p$  是物理参数向量.

本文的设计目标是:对于给定的连续有界的期望轨迹  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ , 为参数及结构不确定的机器人(1)设计一类综合的全局稳定自适应和鲁棒自适应跟踪控制策略.



### 3 全局稳定的 PD+前馈鲁棒自适应控制

#### 3.1 忽略摩擦力和外部扰动的情形

当忽略摩擦力和外部扰动时,机器人的动力学模型变为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = T \quad (2)$$

对(2)式的模型,本文提出如下综合的全局收敛 PD+前馈自适应控制策略

$$T = Y(f_1, \dots, f_5)\hat{\theta} - K_v\dot{e} - K_p e + u \quad (3a)$$

$$Y(f_1, \dots, f_5)\hat{\theta} = \hat{M}(f_1)\ddot{q}_d + \hat{C}(f_2, f_3)f_4 + \hat{G}(f_5) \quad (3b)$$

$$u = -k_1 s - k_2 \|X\|^2 s - k_3 \|X\|^4 s \quad (3c)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma Y^T(f_1, \dots, f_5)s \quad (4)$$

其中  $X = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}$ ;  $s = \dot{e} + \Lambda e$ ;  $\Lambda = K_p K_v^{-1}$ ;  $f_1, f_2, f_5 \in \{q, q_d\}$ ;  $f_3, f_4 \in \{\dot{q}, \dot{q}_d, \dot{q}_r, \dot{q}'_r\}$ ;  $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda e$ ;  $\dot{q}'_r = \dot{q} - \Lambda e$ ;  $e = q - q_d$ ; 而  $K_v, K_p$  是任意对称正定阵;  $k_i (i=1, 2, 3)$  是反馈增益.

将式(3a)代入(2)式,可得系统的闭环方程为

$$Ms + Cs = Y(f_1, \dots, f_5)\tilde{\theta} - K_v\dot{e} - K_p e + u + R \quad (5)$$

$$\text{其中 } \tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta, R = Y(f_1, \dots, f_5)\theta - [M(q)(\ddot{q}_d - \Lambda\dot{e}) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d - \Lambda e) + G(q)] \quad (6)$$

可以证明<sup>[10]</sup>有

$$\|R\| \leq \eta = d_1 \|X\| + d_2 \|X\|^2 + d_3 \|X\|^3 \quad (7)$$

其中  $d_i > 0 (i=1, 2, 3)$  为已知的正常数.

显然,按照对  $f_i$  的不同选择,可以得出  $2^3 \times 4^2 = 128$  个不同的全局稳定自适应控制律. 当  $f_1 = f_2 = f_5 = q, (f_3, f_4) = \{\dot{q}, \dot{q}_d\}$ , 控制结构(3)就等同于文献[5]的一系列控制律. 另外,选择其它参数,还可得出文献[1~8]的控制律,实际上它包含了所有现存的 PD+前馈型控制结构. 如果  $f_4 = \dot{q}_d$ ,  $\eta$  还可以简化为  $\eta = d_1 \|X\| + d_2 \|X\|^2$ .

对式(3),(4)的控制律有如下的定理.

**定理 1.** 对式(2)的系统,应用式(3),(4)的控制律,并保证不等式(10)成立,则

1) 系统的位置和速度误差是全局渐近收敛的,即  $\lim_{t \rightarrow \infty} e, \dot{e} = 0$ .

2) 如果满足如下的持续激励条件,即存在正数  $\alpha_1, \alpha_2, \delta$ , 对任意的  $t_0 \geq 0$ , 满足

$$\alpha_1 I \leq \int_{t_0}^{t_0 + \delta} Y^T(\tau)Y(\tau)d\tau \leq \alpha_2 I \quad (8)$$

则参数估计误差也渐近收敛到零,即辨识参数收敛到真值  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta} = 0$ .

**证明.**

1) 选用如下的 Lyapunov 函数

$$V = 0.5 X^T \begin{bmatrix} 2K_p + \Lambda^T M \Lambda & \Lambda^T M \\ M \Lambda & M \end{bmatrix} X + 0.5 \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (9)$$

沿系统闭环轨迹(5)对时间求导,应用特性 2 并代入控制律(3),(4)可得

$$\dot{V} \leq -\beta \|X\|^2 \leq 0,$$

其中  $\beta = \lambda_{\min}(Q) - \frac{d_1^2}{4k_1} - \frac{d_2^2}{4k_2} - \frac{d_3^2}{4k_3}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} K_p \Lambda & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix}$ .

显然,只要选择适当的  $K_v, K_p \Lambda, k_1, k_2, k_3$ ,使得

$$\beta > 0 \tag{10}$$

就有  $X \in L_2 \cap L_\infty$ ,  $\tilde{\theta} \in L_\infty$ , 则  $T \in L_\infty$ ,  $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\tilde{e}} \end{bmatrix} \in L_\infty$ . 由 Barbalet 引理<sup>[9]</sup>, 可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} X = \mathbf{0}$ , 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e} = \mathbf{0}$ , 系统是渐近收敛的.

2) 设  $P(t_0, t) = \int_{t_0}^t Y^T(\tau)Y(\tau)d\tau$ , 则

$$\tilde{\theta}^T(t)P(t_0, t)\tilde{\theta}(t) = -2 \int_{t_0}^t \tilde{\theta}^T(\tau)P(t_0, \tau)\Gamma Y^T s d\tau + \int_{t_0}^t \tilde{\theta}^T(\tau)Y^T(\tau)Y(\tau)\tilde{\theta}(\tau)d\tau \tag{11}$$

由系统闭环动力学方程(5), 可得

$$Y(f_1, \dots, f_5)\tilde{\theta} = Ms + Cs + K_v \dot{e} + K_p e - u - R \tag{12}$$

显然式(5)的右边是一致连续的, 加上  $M^{-1}$  的一致连续性, 可知  $s$  是一致连续的. 按照 Barbalet 引理<sup>[9]</sup>, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} s \rightarrow 0$ , 加上  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}, e \rightarrow 0$ , 代入(12)式就有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y\tilde{\theta} = \mathbf{0} \tag{13}$$

取  $t = t_0 + \delta$ , 代入(11)式, 并对  $t_0$  取极限, 可推得

$$\lim_{t_0 \rightarrow \infty} \tilde{\theta}^T(t_0 + \delta)P(t_0, t_0 + \delta)\tilde{\theta}(t_0 + \delta) = 0 + 0 = 0,$$

利用持续激励条件(8), 可知参数误差渐近收敛到零, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta} = \mathbf{0}$ .

证毕.

### 3.2 存在摩擦力和外部扰动的情形

文献[9, 10]指出, 即使存在很小的扰动, 也会导致自适应控制系统的辨识参数发生偏移, 从而导致控制失策. 按照自适应控制理论, 对自适应控制律可以采取许多鲁棒性修改, 如采用参数投影. 不过, 这样虽可保证参数在一个已知的凸集以内, 但由于扰动的存在, 而使系统的渐近稳定性牺牲了. 为了保证系统在存在较大的外部扰动或未建模动力学的环境下, 能保证全局的渐近收敛, 并具有清晰的暂态性能, 作者修改了上述的控制律(3), (4), 提出一种鲁棒自适应控制律. 控制律由两部分构成, 一部分采用参数投影自适应控制律补偿参数不确定性, 而另一部分采用鲁棒控制补偿系统的非参数不确定性. 其结构如下

$$T = Y(f_1, \dots, f_5)\hat{\theta} - K_v \dot{e} - K_p e + u \tag{14}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \text{Proj}[-\Gamma Y^T(f_1, \dots, f_5)s] \tag{15}$$

其中  $\Gamma$  是正定阵,  $\text{Proj}[x]$  函数代表将辨识参数投影到一个已知的凸集上, 具体算法为

$$\hat{\theta}_i = \begin{cases} \omega_i & \begin{cases} \underline{\theta}_i < \theta_i < \bar{\theta}_i \\ \theta_i \geq \bar{\theta}_i, \omega_i \leq 0 \\ \theta_i \leq \underline{\theta}_i, \omega_i \geq 0, \omega_i = -\Gamma_i \sum_{j=1}^r Y_{ji}s_j, \underline{\theta}_i < \theta_i(0) < \bar{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \\ 0 & \begin{cases} \theta_i \geq \bar{\theta}_i, \omega_i > 0 \\ \theta_i \leq \underline{\theta}_i, \omega_i < 0 \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

将控制律(14)代入机器人动力学方程(1), 可得系统的闭环动力学方程为

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s = r' - K_v \dot{e} - K_p e + u \tag{17a}$$



$$\mathbf{R}' = Y(\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_5)\hat{\boldsymbol{\theta}} - [M(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d - \Lambda\dot{\mathbf{e}}) + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})(\dot{\mathbf{q}}_d - \Lambda\mathbf{e}) + G(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{t}_d] \quad (17b)$$

显然,采用式(16)的参数投影算法,可保证辨识参数  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  总在一个已知的凸集  $S$  上 ( $S = \bigcup_{i=1}^r [\underline{\boldsymbol{\theta}}_i, \bar{\boldsymbol{\theta}}_i]$ ),这实际是已知了机器人各个参数的物理界限,同样可以证明机器人的集中不确定性上界函数满足以下不等式<sup>[10]</sup>

$$\|\mathbf{R}'\| \leq \eta' = a_1 + a_2 \|\mathbf{X}\| + a_3 \|\mathbf{X}\|^2 + a_4 \|\mathbf{X}\|^3 \quad (18)$$

其中  $a_i (i=1,2,3,4)$  是正的标量常数.

如果  $\mathbf{f}_4 = \dot{\mathbf{q}}_d$  时,式(18)还可简化为  $\|\mathbf{R}'\| \leq \eta' = a_1 + a_2 \|\mathbf{X}\| + a_3 \|\mathbf{X}\|^2$ .

### 3.2.1 已知 $a_i (i=1,2,3,4)$

当机器人的集中不确定性上界函数  $\eta'$  完全已知时,本文设计了两种补偿控制结构,根据对控制参数的不同选择,可以保证闭环系统达到全局渐近稳定,全局指数收敛,全局一致最终有界三种稳定性.

设补偿控制律为

$$\mathbf{u} = - \frac{(\eta')^2 \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\| \eta' + \varepsilon(t)} \quad (19a)$$

$$\text{或} \quad \mathbf{u} = - \frac{(\eta')^{n+1} + 0.25(\eta')^2}{\|\mathbf{s}\| (\eta')^n + \varepsilon(t)} \mathbf{s}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (19b)$$

**注 2.** 从(19)式的控制结构可看出  $\|\mathbf{u}\| \leq \eta'$  或  $\|\mathbf{u}\| \leq \eta' + 0.25(\eta')^{2-n}$ ,即补偿控制律是一致有界的,并且选择不同的  $n$  还可以得出任意多种补偿控制结构.

**定理 2.** 对(1)式机器人系统,应用(14),(15)式的控制律和(19)式的补偿控制律  $\mathbf{u}$ ,则系统对  $\varepsilon(t)$  按照文献[11]引理中的三种不同选择,可以达到三种不同的稳定性结果.

**证明.** 选用如下的 Lyapunov 函数

$$V = 0.5 \mathbf{X}^T \begin{bmatrix} 2K_p + \Lambda^T M \Lambda & \Lambda^T M \\ M \Lambda & M \end{bmatrix} \mathbf{X} \quad (20)$$

根据矩阵理论有

$$0.5 \lambda_{\min}(P) \|\mathbf{X}\|^2 \leq V \leq 0.5 \lambda_{\max}(P) \|\mathbf{X}\|^2 \quad (21)$$

将式(20)沿系统闭环轨迹(17)对时间求导,应用特性 2,并代入补偿控制律(19),可得

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\mathbf{X}\|^2 + \varepsilon(t).$$

直接应用文献[11]的引理就可得证.

**注 3.** 定理 2 提出一种混合的鲁棒自适应控制策略,实际上为了降低计算复杂度和简化控制结构,也可以不用式(15)的自适应律,而只需选择任意的先验  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}_0$ ,只需  $\boldsymbol{\theta}_0 \in S$ ,甚至可选  $\boldsymbol{\theta}_0 = \mathbf{0}$ ,同样可以保证三种稳定性结果.具体实现可参看文献[11,12],不过这样做的结果虽简化了控制结构,但增大了控制作用,降低了系统的暂态品质.

### 3.2.2 未知 $a_i (i=1,2,3,4)$

式(18)的系统集中不确定性约束函数  $\eta'$ ,可以表示为

$$\eta' = a_1 + a_2 \|\mathbf{X}\| + a_3 \|\mathbf{X}\|^2 + a_4 \|\mathbf{X}\|^3 = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{a} \quad (22)$$

其中  $\boldsymbol{\sigma} = [1 \quad \|\mathbf{X}\| \quad \|\mathbf{X}\|^2 \quad \|\mathbf{X}\|^3]^T$ ,  $\mathbf{a} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4]^T$ .

采用与式(14)相同的控制结构,即取

$$T = Y(f_1, \dots, f_5)\theta - K_v \dot{e} - K_p e + u \quad (23)$$

$$\dot{\theta} = \text{Proj}[-\Gamma Y^T(f_1, \dots, f_5)s] \quad (24)$$

或  $T = Y(f_1, \dots, f_5)\theta_0 - K_v \dot{e} - K_p e + u, \theta_0 \in S \quad (25)$

$$u = -\frac{(\sigma^T \hat{a})^2}{\|s\| \sigma^T \hat{a} + \varepsilon(t)} s \text{ 或 } u = -\frac{\sigma^T \hat{a} + 0.25(\sigma^T \hat{a})^2}{\|s\| + \varepsilon(t)} s \quad (26)$$

仿照文献[12]的方法,设计在线辨识律如下

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\gamma_0 \varepsilon(t), \varepsilon(0) > 0 \quad (27a)$$

$$\dot{\hat{a}} = -\mu(t)\hat{a} + g\sigma \|s\| \quad (27b)$$

$$\dot{\mu}(t) = -\gamma\mu(t), \mu(0) > 0 \quad (27c)$$

其中  $g$  是正对角矩阵,  $\mu(t) = \text{diag}[\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4]$ ,  $\gamma = \text{diag}[\gamma_1, \dots, \gamma_4]$ .

对(23)式的控制结构,显然可以得出(17)式的闭环动力学方程.若采用(25)式的控制结构,也可以得出相同的结论,但是从仿真结果知,(23)式显然比(25)式具有更好的暂态性能.

对式(23)~(27)的控制结构,提出如下的定理.

**定理 3.** 对(1)式描述的机器人系统,应用(23)~(27)式的控制律,则

- 1) 如果  $\gamma_i = 0 (i=0, 1, 2, 3, 4)$ , 系统是全局一致最终有界的;
- 2) 如果  $\gamma_i > 0 (i=0, 1, 2, 3, 4)$ , 系统可以保证指数意义下的渐近稳定.

**证明.** 设一个待选的 Lyapunov 函数为

$$V = 0.5z^T \begin{bmatrix} 2K_p + \Lambda^T M \Lambda & \Lambda^T M & 0 \\ M \Lambda & M & 0 \\ 0 & 0 & g^{-1} \end{bmatrix} z \quad (28)$$

其中  $z = [e \ \dot{e} \ \tilde{a}]^T$ ,  $\tilde{a} = \hat{a} - a$ .

对上述 Lyapunov 函数沿系统闭环轨迹(17),对时间求导,并代入控制律(27),可得

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(P) \|z\|^2 + \varepsilon' \exp(-\gamma' t) \quad (29)$$

其中  $P = \text{diag}[K_p \Lambda, K_v, 0.5g^{-1}\mu(0)\exp(-\gamma t)]$ ,  $\varepsilon' = 4\max\{\varepsilon(0), 0.5g_i^{-1}a_i^2\mu_i(0)\}$ ,  $(i=1, 2, 3, 4)$ ,  $\gamma' = \min(\gamma_j)$ ,  $(j=0, 1, 2, 3, 4)$ .

显然对情况 1),直接应用文献[11]的引理即可得证;但对情况 2),从(29)式的结构上看,按照文献[11]的引理,系统应该是指数收敛的.但是严格地说,系统是变指数收敛率进行收敛的,因为在时间趋于无穷大时,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min}(P) = \lim_{t \rightarrow \infty} 0.5g_i^{-1}\mu_i(0)\exp(-\gamma_i t) \rightarrow 0.$$

因此全局指数收敛的结果是得不到的.但从工程的观点看来,在有限的时间范围以内,系统的状态是按时变的指数收敛率进行收敛的,称之为指数意义下的渐近稳定.可以证明,只需对 Lyapunov 函数稍加修改即可保证闭环系统全局渐近的稳定. 证毕.

## 4 仿真结果

为了验证设计的算法,本文给出一个在二自由度机器人<sup>[9]</sup>上的仿真.机器人模型如(1)式所

$$\text{示,其中 } M(q) = \begin{bmatrix} \theta_1 + \theta_3 + 2\theta_2 \cos q_2 & \theta_3 + \theta_2 \cos q_2 \\ \theta_3 + \theta_2 \cos q_2 & \theta_3 \end{bmatrix}, C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -\theta_2 \dot{q}_2 \sin q_2 & -\theta_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ \theta_2 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix},$$



$G(q)=0, F_d=\text{diag}[2,2], F_s(\dot{q})=\text{sgn}(\dot{q}), T_d(q, \dot{q}, t)=[\dot{q}_1 \sin t \quad \dot{q}_2 \cos t]^T$ , 则机器人的一个线性化参数模型为  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta=T, Y(q, \dot{q}, \ddot{q})=\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & 2\ddot{q}_1 \cos q_2 - (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) \sin q_2 + \ddot{q}_2 \cos q_2 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \\ 0 & \ddot{q}_1 \cos q_2 + \dot{q}_1^2 \sin q_2 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$ .

设机器人的真实参数为  $\theta=[2.9 \quad 1.0 \quad 0.9]^T$ , 其上下界分别为  $0 \leq \hat{\theta}_1 \leq 4, 0 \leq \hat{\theta}_2 \leq 2, 0 \leq \hat{\theta}_3 \leq 2$ , 一个先验的机器人集中不确定性上界函数为  $\eta' = 20 + 7.5 \|X\| + 5.0 \|X\|^2$ .

为了节省篇幅,在仿真中只测试基于控制结构(30)的控制器性能. 设期望轨迹为  $q_{d1} = \sin t + 0.1 \sin 3t - 0.2 \sin 4t, q_{d2} = 0.1 \sin 2t - 0.2 \sin 3t + 0.1 \sin 4t$ . 初始状态分别为  $q_1(0) = 0.5, q_2(0) = -0.5, \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$ , 应用四阶 Runge-kutta 法, 取采样间隔  $T_s = 1\text{ms}$ ,  $\gamma = 0.65, \varepsilon_i(t) = 10 \exp(-0.65t), k_1 = k_2 = 10, K_v = \text{diag}[20, 20], \Lambda = \text{diag}[5, 5], \Gamma = \text{diag}[50, 10, 10], g = \text{diag}[100, 20, 20]$ , 分别对该二连杆机器人仿真的结果如图所示.

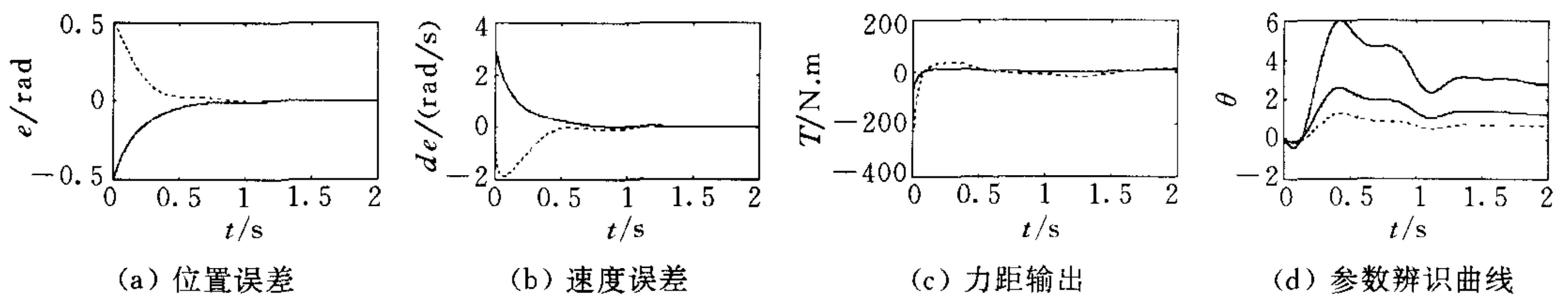


图 1 忽略摩擦力和外部扰动时自适应控制律(3),(4)的仿真

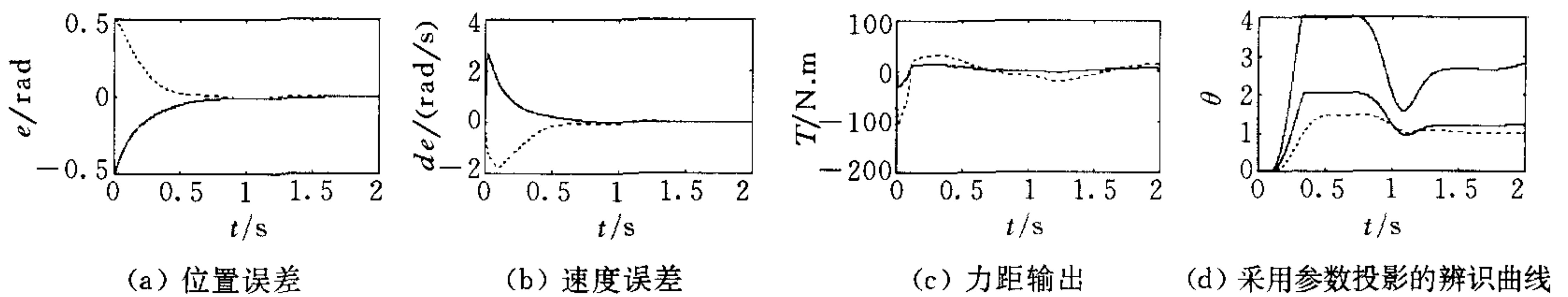


图 2 未知  $\eta'$ , 应用控制律(14)~(16)和补偿控制律(19a)的鲁棒自适应混合控制

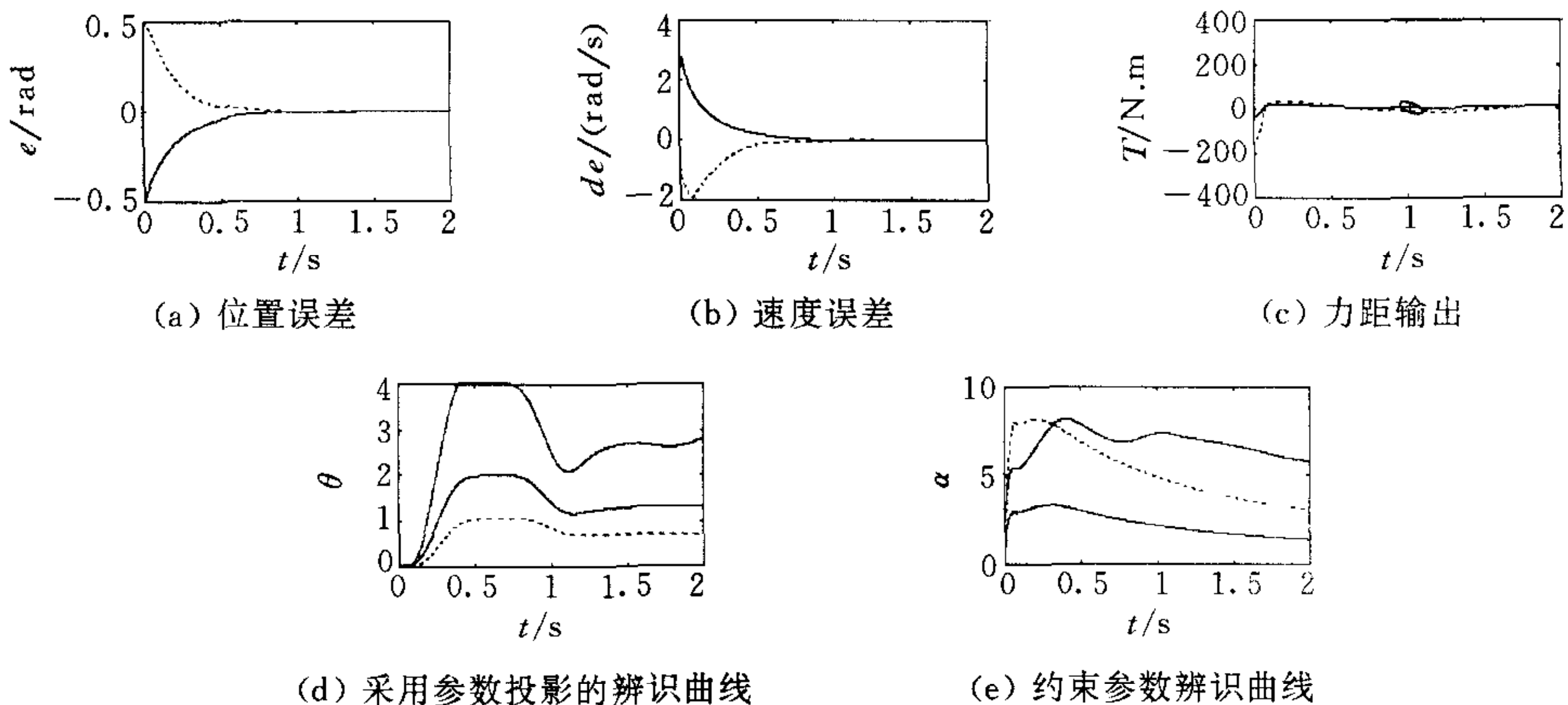


图 3 未知  $\eta'$ , 应用鲁棒自适应控制律(23),(24),(26),(27)的仿真

从图 1((a),(b))~图 3((a),(b))中可以看出,即使存在较大的初始误差情况下,均能保证位置和速度误差曲线在很短的时间内渐近地收敛到零. 另外,由于选择的期望轨迹是持

续激励的,因此辨识参数能够渐近地收敛到真值.

从图 1(d)和图 2(d)及图 3(d)的比较可知,不采用投影自适应算法,辨识参数可能是大范围震荡的,如果存在非参数不确定性,还可能会漂移.而采用参数投影自适应控制律(16),即使存在摩擦力和外部扰动,也可以将机器人的物理参数投影到一个凸集上,避免了参数漂移,同样保证全局渐近稳定的性能.

从图 3(e)可以观察到,采用在线的辨识律(27b)估计机器人集中不确定性上界函数,可以得到与先验上界函数相比相对小的上界函数系数.

## 5 结论

本文提出了一类综合的全局稳定机器人 PD+前馈鲁棒自适应控制策略,分别在摩擦力和外部扰动存在与否的情况下,设计了多个不同的补偿控制律.理论证明和计算机仿真验证了控制律的正确性.

## 参 考 文 献

- 1 Wen J T, Bayard D S. New class of control laws for robotic manipulators, Part 1. Non-adaptive case. *Int. J. Control*, 1988, **47**(5):1361~1385
- 2 Berghuis H *et al.* A robust adaptive robot controller. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1993, **9**(6):825~830
- 3 Whitcomb L L *et al.* Comparative experiments with a new adaptive controller for robot arms. *IEEE Trans. Rob. Automat.*, 1992, **9**(1):59~70
- 4 Paden B, Panja R. Globally asymptotically stable 'PD+' controller for robot manipulators. *Int. J. Control*, 1988, **47**(6):1697~1712
- 5 Bayard D S, Wen J T. New class of control laws for robotic manipulators, Part 2. Adaptive case. *Int. J. Control*, 1988, **47**(5):1387~1406
- 6 Yu S J, Muller P C. Experimental results of an adaptive controller for robot manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 1996, **13**(8):489~497
- 7 Tomei P. Adaptive pd controller for robot manipulators. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1991, **7**(4):565~570
- 8 Sadegh N. An exponentially stable adaptive control law for robot manipulators. *IEEE Auto. Contr. Conf.*, 1990, 2771~2777
- 9 Slotine JJ, Li W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991
- 10 代颖. 不确定性机器人鲁棒自适应控制方法的研究[博士学位论文]. 西安:西安交通大学, 1998
- 11 Dai Ying *et al.* Model-independent robust adaptive tracking control of robot manipulators. *Control Theory and Applications*, 1998, **15**(6):949~954
- 12 代颖等. 一类关于不确定性机器人的鲁棒控制策略. *自动化学报*, 1999, **25**(2):205~209

**代 颖** 1994 年和 1998 年于西安交通大学人工智能与机器人研究所获工学硕士和博士学位,2000 年上海交通大学做博士后出站.主要研究方向为机器人控制.

**施颂椒** 上海交通大学教授、博士生导师.近期主要研究方向为非线性控制和自适应控制.