

综述与评论

经济系统的数学模型*

张钟俊 侯先荣

(上海交通大学) (西安无线电技术研究所)

摘 要

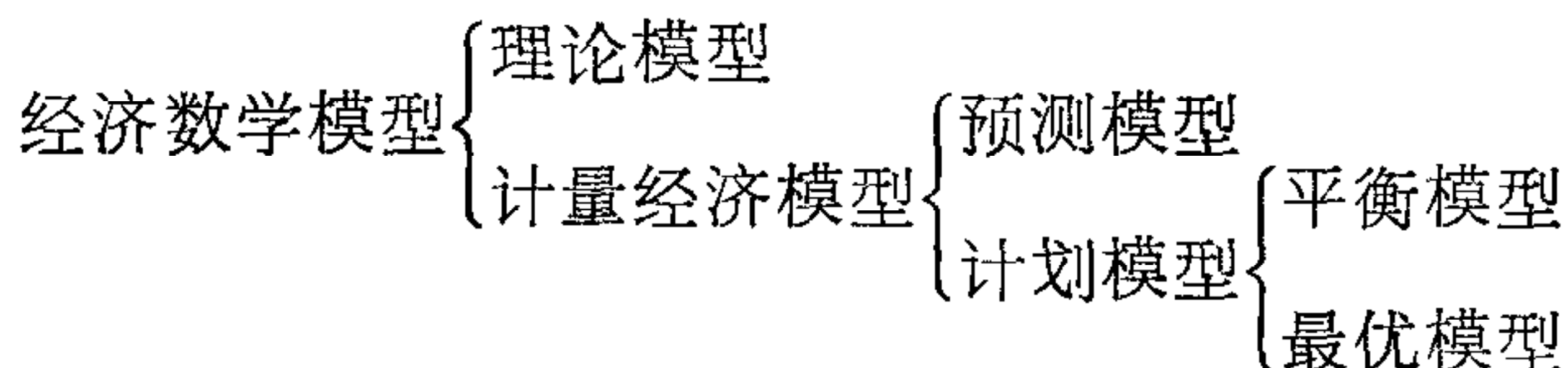
本文介绍了经济系统的数学模型的定义、类型及其作用，回顾了经济数学模型发展史，并给出了建立计量经济模型的一般步骤，以实例说明了现代控制理论在建立微观经济模型与宏观经济模型中的应用。

一、经济系统的数学模型的定义、类型和作用

1. 定义与类型

描述经济系统特性的数学表达式，叫做经济系统的数学模型（以下简称经济数学模型）。

经济数学模型按其用途可分理论性的经济模型和实证性的计量经济模型两大类。比如，古老的经济数学模型——Walras的综合平衡模型，属于理论性的经济模型，而 Keynes的国民收入模型则属于计量经济模型。理论性经济模型（简称理论模型）的主要作用是：(1) 用经验数据验证经济理论中的重要假设；(2) 将实际情况理想化之后，为经济系统提供一般的结构。然而，迄今出现的经济数学模型，多数都是计量经济模型，它又可分为预测模型和计划模型，而计划模型又分为平衡模型和最优模型：



经济数学模型就其研究的对象范围来说，可分为宏观经济数学模型和微观经济数学模型。宏观经济数学模型又叫总量模型，它描述经济总量（如国民生产总值，国民收入等）之间关系，研究整个国家的或地区性的大范围经济系统。微观经济数学模型则研究家计经济、工厂、企业以及公司一级的小范围的经济系统，它所表现的正是这种系统的经济关系。

2. 经济数学模型的作用

根据经济规律和统计数据推导被研究系统的数学模型时，必须在该模型的简化性（主要是考虑到计算能力和时间）和分析结果的准确性之间作出适当的折衷。因此，所有的模型（自然科学、工程技术中的数学模型也一样）与真实情况总有一定的差别。

* 本文在第二届全国控制理论及其应用学术交流会上宣读过。修改稿于1980年12月22日收到。

美、英、日等国家(在市场经济方面),苏联(在中央计划经济方面),罗马尼亚、南斯拉夫以及其他一些发展中的国家(在混合经济方面)多年来的实践表明:对于国家的治理或企业的管理,无论是用经济方法还是行政方法,要想提高领导方法的效果,使得每一项决策最优化而达到完全满意的程度,都必须运用经济数学模型.比如:在编制计划过程中,对全面计算社会的需求问题等经济数据的分析和估算;对各种不同决策方案的制订、分析和评价;对国民经济发展的预测以及国民经济发展规划的制订等等,如果没有经济数学模型都难以得到最优结果.特别是近十年来,模型化与仿真技术的发展,数学模型越来越具有重要的用途.它不仅用来制订最优化决策,而且也可用来协助人们最佳地实现这些决策.

“预测模型”常常是用来估算被研究系统的近期、中期或长远发展趋势;用它可以对被研究系统的生产经营活动等进行预测分析和监督.“计划模型”侧重于对所研究系统的各种发展或控制指标的计算,用于制订国民经济或企业生产经营活动的各种规划和计划.其中用于确定国民经济中的比例关系、企业中的生产或经营活动中的主要经济比例,资源分配,主要产品的生产与分配等等的综合平衡与协调的计划模型,叫作“平衡模型”.而用于选择被研究系统的发展或主要指标的最优方案(即在一定的约束条件下,使国民收入、产量、运输量等达到最大,或使产品成本、运输费等达到最小)的计划模型,叫“最优模型”.最优模型在资源分配、运输和生产任务分配等问题中已得到广泛的应用.解决这类问题常用数学规划、对策论及排队论等方法.

二、计量经济模型

1. 计量经济学

“计量经济学 (Econometrics)”一词是挪威经济学家 R. Frisch 在 1926 年创立的.他把这个词的涵义解释为“统计学、经济理论和数学的结合”.与此同时,荷兰经济学兼统计学家 G. Tinbergen 在 50 年代写的一本教科书中说:“计量经济学是数理经济学和数理统计学联合应用的一个科学领域的名字.”为了表彰这两位经济学家创立这门学科的功绩,在 1969 年,他俩获得了首届诺贝尔经济学奖金.

计量经济学不同于数理经济学、统计经济学及一般经济理论,它是经济理论、统计学和数学的有机结合体,三者缺少任何一个方面都不能叫做计量经济学.美国著名经济学家 Klein 教授写道:“经济学建立了在一般情况下人们怎样行动的理论.计量经济学的课题是观察行为,根据观察数值来测定理论参数,以及预测观察不到的事物中的行为.”

2. 计量经济模型

计量经济模型是描述各种经济现象的数量之间的相互关系的.首先,根据经济理论来假定模型的结构,并利用数学表达式表示出这种结构,然后用统计学方法来估计模型的参数.

计量经济模型中的变量可分为三大类:

1) 内生变量 (Endogenous Variables)——可以用模型本身来说明的变量,是由模型的方程体系内部的经济规律所决定的,也叫“经济变量”.它可以是模型的输出变量.这些变量都是未知的,要靠求解方程式来得到.

2) 外生变量 (Exogenous Variables)——方程体系外部独立决定的变量, 对模型来说就是输入变量, 是已知量, 如政府已经执行的政策变量等。

3) 前期变量¹⁾——表明内生变量过去数值的量。它不是本时期(所论时期)经济体系内部所决定的量, 是已知的, 类似于外生变量。由此可见, 内生变量与外生变量并不是绝对的, 在一个模型中是内生变量, 在另一个模型中则可能成为外生变量。

前期变量和外生变量合起来统称“先决变量”。

计量经济模型的结构方程按其性质可分为如下四类:

(1) 行为方程: 是结构方程中最主要的一种, 是把经济规律具体公式化的一种数学表达式。

(2) 技术方程: 是由技术因素决定的数学表达式, 它表示生产要素投入量与产出量之间的关系, 如生产函数等。

(3) 制度方程: 是以法律、规章(诸如经济法、税制等)等制度形式所确定的诸变量之间的关系式。

(4) 定义方程: 是用来表达定义的恒等式。比如, 我国对“国民收入”的定义法有两种, 一种是生产法, 另一种是分配法。

3. 建立计量经济模型的步骤

建立计量经济模型的步骤大致可分为以下四个阶段:

1) 摸清经济内容

主要进行以下三部分工作:

(1) 根据模型的用途确定模型的规模, 即确定模型的内生变量和外生变量的个数, 并明确区分内生变量与外生变量。有多少个内生变量, 就至少要有多少个结构方程。结构方程数目的多少, 决定着模型规模的大小。在确定了规模之后, 还要进一步确定各变量的单位和表示形式: 用何种货币单位, 对增长的经济变量是用百分比变化率表示, 还是用对数表示等等。

(2) 根据经济理论假定结构方程。即确定各变量的关系并用行为方程、制度方程、技术方程, 及定义恒等式来表示。

(3) 假定随机干扰(即误差)的概率分布。

2) 根据过去的时间数列, 运用统计学中合适的参数估计方法来估算模型的参数。

3) 运用统计学的假设检验方法, 来检验第二阶段所估算的模型参数是否合适, 并进一步检验每一个结构方程及模型整体的拟合优度²⁾。如不满意就提出改进的方法, 并返回第一阶段对模型结构方程进行修正。

4) 对模型各部分及其整体完成统计检验之后, 再利用事先收集到的时间数列资料, 假设未来的外生变量的数值, 用以推断模型未来的情况, 即进行预测检验。如不满意, 则回到第一阶段再重复进行以上各步骤, 直到满意为止。

由此可见, 每一个模型都要经过预测检验才能付诸使用。因而在某种意义上说, 任何

1) 前期变量, 英文为 lagging Variables。经济学界有人译作“拉后变量”、“降后内生变量”等。根据其定义, 我们认为称作“前期变量”较好。

2) 拟合优度, 英文是 “goodness of fit”, 意指拟合的适当性。

模型都是预测模型。

三、经济数学模型的发展概况

F. Quesnay 于 1758 年所发表的“经济表”就是世界上最早的经济数学模型之一。他把法国当时社会的三个主要阶级——地主、农民和手工业者之间的生产与分配关系，平衡在一张表上。可以说 F. Quesnay 的经济表是现在“投入产出表”的先驱。

苏联的经济学者还认为，马克思和列宁的扩大再生产图式也是最早的经济模型之一。

19 世纪最著名的模型是法国人 Walras 提出的综合平衡模型。该模型用四套代数方程式概括了社会生产与消费、生产要素的供求、产品成本与价格等等的综合平衡关系。

到了 20 世纪，出现的经济数学模型就越来越多了，而且从理论性的模型迅速地发展成实用的模型。

1927 年，Cobb and Douglas 提出了一个重要的结论：在产量的增加中有 $3/4$ 是由于劳动的增加，而只有 $1/4$ 是由于资本的增加。1938 年，Schultz 通过对食糖需求进行的统计研究，提出了一个对食糖需求的计量经济模型。与此同时，Tinbergen 以荷兰和美国的经济为对象，提出了一个宏观计量经济模型。1941 年和 1951 年，Leontief 利用美国 1919—1939 年的统计数据制成了投入产出模型。1950 年 Klein 以美国经济为对象，根据 Keynes 的经济理论建立了宏观动态经济模型。

早在 50 年代初，刚刚问世不久的控制论就被 Tustin (1953 年) 和 Phillips (1954 年) 用来制订经济数学模型，他们利用 PID (比例-积分-微分) 控制来改进经济政策的稳定性。

60 年代以来，经济学家建立了大量的经济数学模型。几乎所有的这些模型都有控制理论专家参加。特别是进入 70 年代以后，现代控制理论和大系统理论的发展，为经济学提供了新的理论基础，为解决经济系统问题提供了新的有效的工具。经济学家、数学家和控制理论专家的协作也越来越广泛，越来越密切，他们在解决各类经济课题中取得了许多可喜的收获。事实证明，这种不寻常的三结合，的确展现着非常诱人的前景。

在经济数学模型中，比较出名的有：美国的 Wharton 季度计量经济模型、麻省理工-宾夕法尼亚联合模型、布鲁金斯模型、密西根季度计量经济模型、联邦储备局模型，英国的 PREM 模型和日本的大阪模型、中短期发展规划模型…。对于这些模型本身及用以建立它们所采用的方法，世界上的经济学家们毁誉不一。我们自动控制工作者，虽然不甚懂经济学，但总认为，把数学和控制论用于经济学领域去建立经济数学模型是个方向，是个值得我们用力去研究的课题，如果做得好，它会给国家和人民带来巨大的物质利益。比如，美国用作预测和政策分析的 Wharton 模型，就曾经准确地预测到美国 1969—1970 年的经济衰退。1970 年美国经济衰退还在加深的时候，模型的建立者却预告：到 1971 年，实际产量将有适度的增长。结果，这个预告如期实现了，而且它对上升和失业水平的预测也都符合实际情况。

四、现代控制理论与经济模型

1. 引言

上面已提到,控制理论诞生不久,就被用来解决经济问题。从那时候起,也确实有一些控制理论家和控制工程师一直坚持做这方面的工作。他们的研究成果均在美国自动控制联合会的会议上宣读或发表在工程技术书期刊里。直到60年代中期,他们获得的进展却甚微。这主要是因为控制理论专家对经济学了解得太少,必须有经济学家积极参加、协同作战才行。同时,经济学家对此重视不够,他们不读工程技术文献,因而对理论控制专家们的这些开创性的工作知道得很少,或根本就不了解。其实,经济学家很早就在应用最优化理论,甚至他们在某些方面取得成果比控制理论家还早。例如,1960年控制理论家在线性二次型高斯问题中归纳出来的分离定理早为经济学家当作“确定性等价原理”所熟知,这个等价原理最早是由计量经济学家 Simon (1956年)和 Thiel (1957年)发表的。由此可见,经济学家与控制理论家互相合作,互相促进,共同提高,还是具有深厚的基础的。

最优控制理论在空间计划中的成功启发了经济学家,使他们开始重视它了。经济学家迫切地希望,它能成功地解决十分困难的大规模经济问题。自此,控制理论开始被经济学家大量地引入经济学领域。经济学家与控制理论家的协作也越来越广泛,越来越深入了。

1965年,美国哈佛大学经济学系的 R. Dobell 和控制专业组的何毓琦教授首次合作,利用控制理论建立经济模型。次年,经济系的 L. Taylor 和 D. Kendrick 教授专门去学习控制理论课程,并应用控制理论家向他们提供的共轭梯度法去确定南朝鲜经济最优计划模型。70年代初, Kendrick 接受 IEEE 控制系统协会的邀请,担任其经济系统专业委员会的主席。

1972年5月,由美国国家经济研究局发起,在普林斯顿成立了第一个“随机控制和经济系统研究小组”,约有40位经济学家和控制理论家参加,邹至庄教授和 M. Athans 教授任主席。该小组的工作“打破了坚冰”受到社会的广泛注意。因此,一年之后,由国家经济研究局和芝加哥大学创办了第二个“随机控制和经济系统研究小组”。

1972年9月以后,美国联邦储备局的工作人员肩负起调整和稳定美国经济的责任。由于这些工作人员大都参加了上述两个小组的研究工作,所以他们在该局工作时可以熟练地应用最优控制技术来制订定量模型;然后利用模型提出经济调整政策和控制财政供给的建议方案;并最后将他们的政策建议择优提供给联邦储备局长,供他决策时考虑。

在这个时期,经济学家与控制理论家相结合的风气在许多国家都盛行起来。比如,在英国成立了计量经济方法研究计划组织。日本、苏联等国也都纷纷成立了类似的联合组织。

为了进一步说明现代控制理论对经济学的应用,下面我们从文献中摘引了几个用现代控制理论建立经济数学模型的实例。

2. 微观经济模型实例

首先，我们列举一个微观经济学中制订计划的例子，这个模型是用来制订某个中等规模皮鞋厂的半月“日生产计划”的。该厂制鞋过程分为四个步骤：① 皮革剪切；② 鞋面缝合；③ 上底；④ 抛光及质量检查。其中第②、③步对生产指标影响较大，缝合车间有 21 条生产线，是批量生产；而上底车间是连续生产，有三条生产线(九个品种)。因此，我们把缝合车间叫做整个工厂系统的子系统 1，把上底车间叫做子系统 2，它们的数学模型分别取：

$$\bar{x}_1(k+1) = \bar{x}_1(k) + \bar{u}_1(k) - \sum_{j=1}^Q \alpha_j \bar{u}_1(k-j) \quad k = 1, 2, \dots, 16 \text{ (天)} \quad (4.1)$$

式中： $\bar{x}_1(k)$ 表示第 k 天后的产量向量。

$\bar{u}_1(k)$ 表示第 k 天的投产量(控制向量)。

Q 为最大滞后时间， $Q = 13$ (天)。

α_j 是延时系数

$$\bar{x}_2(k+1) = \bar{x}_2(k) - \bar{u}_2(k) + N \sum_{j=1}^Q \alpha_j \bar{u}_1(k-j) \quad (4.2)$$

式中： $\bar{x}_2(k)$ 表示缓冲库存量(因为缝合是批量生产，上底是连续生产，所以两个子系统之间必须有缓冲库)，供应着三条上底生产线。

$\bar{u}_2(k)$ 为第 k 天的投产量。

N 为其元为 1 和 0 的 9×21 阶聚合矩阵。两个子系统的性能指标函数分别取为：

$$J_1 = \frac{1}{2} \|\bar{x}_1(16) - \bar{x}_1^*(16)\|_{\bar{Q}_1}^2 + \sum_{k=1}^{15} \left\{ \frac{1}{2} \|\bar{x}_1(k) - \bar{x}_1^*(k)\|_{\bar{Q}_1}^2 + \frac{1}{2} \|\bar{U}_1(k) - \bar{U}_1^*(k)\|_{R_1}^2 \right\}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \|\bar{x}_2(16) - \bar{x}_2^*(16)\|_{\bar{Q}_2}^2 + \sum_{k=1}^{15} \left\{ \frac{1}{2} \|\bar{x}_2(k) - \bar{x}_2^*(k)\|_{\bar{Q}_2}^2 \right\}$$

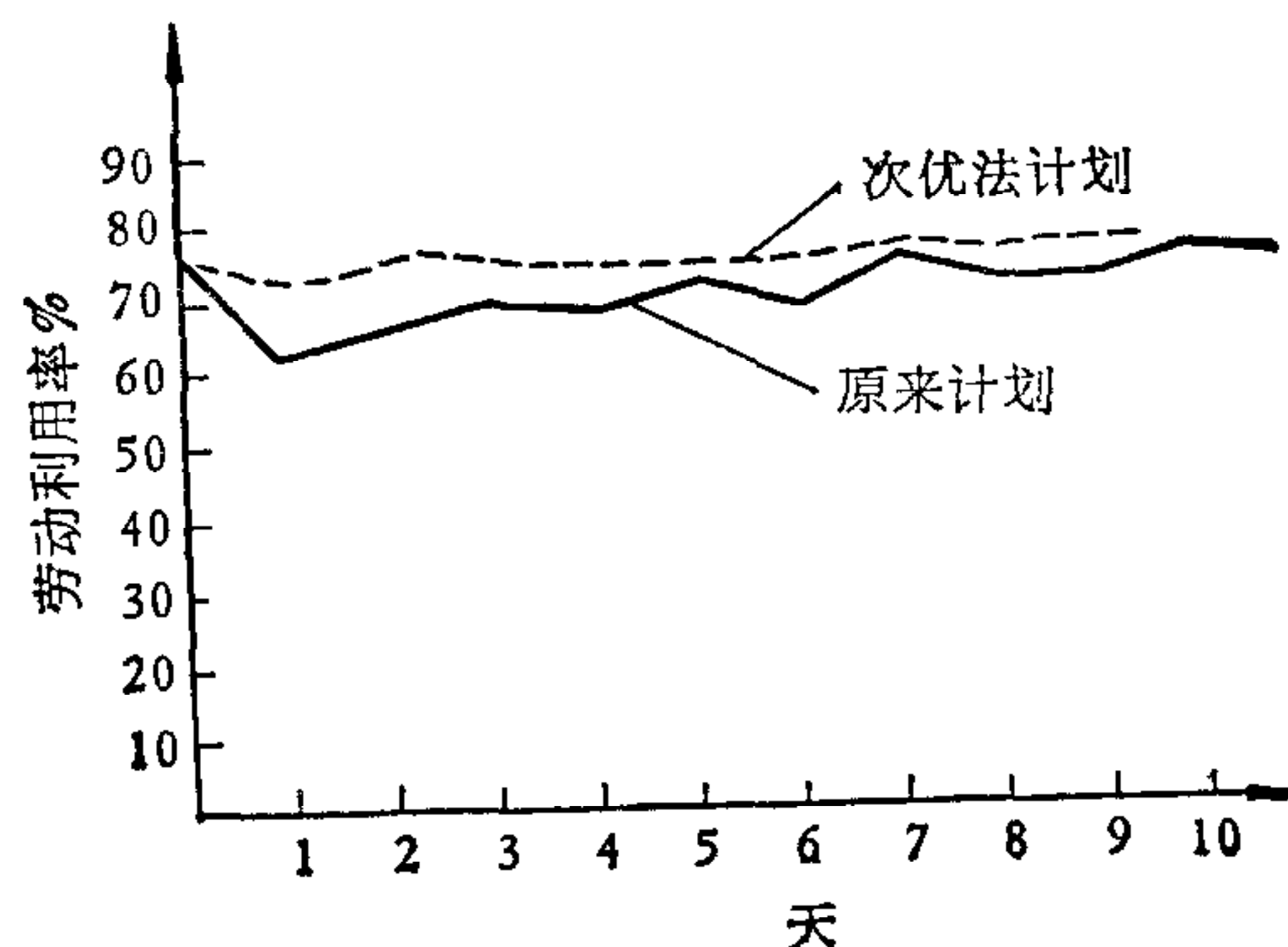


图 1

$$+ \frac{1}{2} \|\bar{U}_2(k) - \bar{U}_2^*(k)\|_{l_2}^2 \}$$

式中, \bar{x}^* 、 \bar{U}^* 等表示各变量的理想值。

这个问题利用大系统“分解-协调”方法,可以在数字计算机上迭代求解,但这样来求最优解所需计算量很大。通过改变子系统的性能指标函数、(降低最优化指标)则可减少计算量,求得“次优解”。一般对两个子系统只须分别求解一次就够了。

在 IBM370/165 计算机上只要计算 4—5 分钟、用 100K 存贮量,就可以制订出 16 天内的日生产计划来(见图示)。这样作出的计划使生产效率平滑,可使经济效果增加 15% (参阅文献 [18])。

3. 宏观经济计划模型实例

利用宏观经济模型来研究和控制国民经济的发展,已有 20 多年的历史了。应用最优控制理论已经相当普遍了。下面我们摘引两个例子。

文献 [1] 中假想了一个有趣的例子,一个新当选的中央政府,为了向人民说明自己的经济政策是最优的,利用了下面的最优计划模型:

$$y_0 = T(y; k) = T(y_1, y_2, \dots, y_n; k_1, k_2, k_3, \dots, k_n) \quad (4.3)$$

y_0 为“人均总产出”,即单位劳动的总产出。

y_i 为投入第 i 种财货所得到的产出, $i = 1, \dots, n$ 。

k_i 是第 i 种财货的贮备量, $i = 1, \dots, n$ 。

y 和 k 都是列向量。

取社会福利函数作为其性能指标函数:

$$J = \int_0^{\infty} y_0 e^{-rt} dt \quad (r \text{ 是一个正的常数})$$

通过求解如下的静态规划问题

$$\begin{cases} \max \int_0^{\infty} T(y; k) e^{-rt} dt \\ k = y - (g + \delta)k \end{cases} \quad (4.4)$$

即可看出选择什么样的政策,能使社会福利函数达到最大值。从而证明政府将要执行的经济政策是最优的,是能为整个社会带来最大利益的。

4. 宏观经济控制模型——密西根模型

密西根模型是根据计量经济理论,使用反馈控制技术建立起来的大规模非线性随机模型。它用来分析和制订美国的国家经济政策。其结构方程为如下的联立随机差分方程组:

$$y_t = \Phi(y_t, y_{t-1}, k_t, u_t) + e_t \quad (4.5)$$

式中: y_t ——内生变量,模型本身所决定的输出变量在 t 时点上的向量值。

y_{t-1} ——前期变量,是在上一个时点上的输出变量的向量值。

k_t ——在 t 时点上的控制变量,即政策变量的向量值。

u_t ——外生变量,不受控制影响的输入变量的向量值。

e_t ——具有零均值和全部时间内独立的随机干扰向量。

下脚 t 为时点序列, 即季度数, $t = 1, \dots, T$.

Φ 是其元为函数 Φ_i 的非线性的单调向量函数, 该模型的性能指标函数取为:

$$J = \sum_{t=1}^T (y_t - a_t)' k_t (y_t - a_t) = \sum_{t=1}^T (y_t' k_t y_t - 2y_t' k_t a_t + a_t' k_t a_t) \quad (4.6)$$

式中: a_t 为目标值, “ $'$ ”是转置的符号.

解此问题, 就是从该模型中推导出政策变量 k_t 的最佳决策, 通常是用控制变量迭代法, 在数字计算机上进行求解. 首先令随机扰动 e 等于它的期望值——零, 即可把 T 个时期(季度)的随机控制问题化为确定性控制问题. 由于把长时期的性能指标函数看作是已给定的确定性经济模型的 k_1, \dots, k_T 的函数, 我们可以把它作为对政策变量 k_1, \dots, k_T 的无约束最小化问题来解. 具体来说, 这个解法由下列步骤组成:

(1) 令 (4.5) 式中 $e_t = 0$, 将假设的试验性决策(各季度的政策变量值) k_1^0, \dots, k_T^0 和已给出的 $y_{i-2}^0, y_{i-1}^0, \dots, y_{T-1}^0$ 及输入变量 u_1, \dots, u_T 等代入, 可得路径 $y_1^0 \dots y_T^0$ 之解为:

$$y_t^0 = \Phi(y_t^0, y_{t-1}^0, k_t^0, u_t), \quad t = 1, 2, \dots, T$$

(2) 将方程 (4.5) 在点 y_t^0, y_{t-1}^0 和 k_t^0 附近线性化得:

$$y_t = y_t^0 + B_{1t}(y_t - y_t^0) + B_{2t}(y_{t-1} - y_{t-1}^0) + B_{3t}(k_t - k_t^0) + e_t \quad (4.7)$$

其中: B_{1t}, B_{2t}, B_{3t} 的第 ij 个元素分别是方程 (4.5) 中的 Φ_i 对 y_t, y_{t-1} 和 k_t 第 j 个元素的导数.

(3) 解线性联立方程组 (4.7), 得到线性化的状态空间模型:

$$y_t = A_t y_{t-1} + C_t k_t + b_t + \varepsilon_t \quad (4.8)$$

式中: ε_t 为附加随机扰动.

(4) 利用具有附加随机扰动 E_t 的线性模型 (4.8) 和二次性能指标函数 (4.6), 用参考文献 [22] 提出的方法, 可算出最优线性反馈方程如下:

$$\hat{k}_t = G_t y_{t-1} + g_t \quad (4.9)$$

(5) 解 (4.9) 式可得新的试验性决策 k_1^1, \dots, k_T^1 再令 (4.5) 式中的 $e_t = 0$, 将 k_t^1 和已知量 y_{t-1} 和 u_t 等代入, 可求得 y_1^1, \dots, y_T^1 之解.

(6) 返回步 (2), 反复进行 (2)—(5) 步, 直到该过程收敛为止. 在逐次迭代中, 如 y_{it} 的逐次试验值是振荡的, 可以引入一个 0—1 间的阻尼因子, 来阻尼从一次迭代到下一次迭代的每个 \hat{k}_{ij} 的变化, 从而加快收敛性.

(7) 处在控制过程中的随机系统用 (4.8) 和 (4.9) 近似地描述, 即:

$$y_t = (A_t + C_t G_t) y_{t-1} + (b_t + C_t g_t) + E_t = R_t y_{t-1} + r_t + E_t \quad (4.10)$$

通过一系列的迭代, 可以算出该系统的协方差矩阵与在 T 时期中所期望的总损失. 据此找出最佳的决策.

邹至庄教授在文献 [5] 中写道: 经济学家利用这种应用随机控制理论建立起来的经济模型, 不仅能够分析评价政府过去的经济政策, 更重要的是, 还能评定、修改和制订现在和将来的政策. 如果模型能够合理地近似于真实情况, 利用它确立的政策, 在政治上就是可行的, 在经济上也能使需要控制的经济变量达到所希望的数值.

文献 [5] 简单地介绍了应用密西根季度模型, 对美国经济从 1971 年初到 1975 年初

的 17 个季度,进行了最优控制计算,并把计算出的最优决策同该时期的历史数据相对比。据说,利用这个模型来控制美国经济,可以减小国民生产总值的实际值与目标值之差、降低失业率,同时也可在一定程度上控制通货膨胀。

参 考 文 献

- [1] F. G. Adams, & Burmeister, Economic Models, *IEEE Trans., Syst. Man, Cybern.* Vol. SMC-3 (1973), Jan. 19—27.
- [2] M. Athans, & D. Kendrick, Control Theory and Economics; A Survey, Forecast and Speculation, *IEEE Trans. Automatic control* Vol. AC-19(1974), October, 518—523.
- [3] S. P. Chakravarty, Econometric Models; Mathematical expression of personal prejudices? *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.* Vol. SMC7(1977), No. 6, 462.
- [4] K. D. Wall, & J. H. Westcott, Macroeconomic Modelling for Control, *IEEE Trans. Automatic Control* Vol. AC-19(1974), No. 6. December. 862—873.
- [5] G. C. Chow, & S. B. Megdal, The Control of Large-Scale Nonlinear Econometric Systems, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-23(1978), No. 2. April, 344—349.
- [6] 青木正直, 现代制御理論经济学, 计測と制御, Vol. 13, (1974), No. 9, 705—711.
- [7] 石川真澄, 茅阳一, 社会システムのモデ“リンク”, 计測と制御, Vol. 15, (1976), No. 3, 309—315.
- [8] 古田胜久, 砂原善文, モデ“リンク”とスミエレーション, 计測と制御, Vol. 15 No. 3, (1976), 261—268.
- [9] 妙见 孟: システム制御理論とマクロ経済理論, システムと制御, Vol. 21, No. 9, (1977), 463—472.
- [10] 埃德蒙·惠特克, 经济思想流派(徐宗士译), 上海人民出版社, (1974年) 385—394.
- [11] A. M. 奥马罗夫教授主编, 社会主义经济管理科学原理(刘家辉、周新城译), 生活·读书·新知三联书店, (1979年) 101—110.
- [12] 中国科学院数学所运筹室, 经济数学方法, 北京技术经济和管理现代化研究会编《学术资料》第5期, (1979).
- [13] 胡代光, 资本主义国家经济计量学评介, 北京技术经济和管理现代化研究会编《学术资料》第14期, (1979).
- [14] H. 格林尼斯基, 控制论浅述(甘子玉译), 科学出版社, (1963年).
- [15] 安井琢磨等, 经济理论中的数学方法(谈祥柏译), 上海科学技术出版社, (1963年).
- [16] 张钟俊、侯先荣, 现代控制理论在宏观经济学中的应用, (1979年)国防科委系统工程学术讨论会议论文集, 科学出版社.
- [17] 密契尔·P. 托达路, 经济发展计划化: 模型与方法(杨斌译), 中国社会科学出版社, (1979).
- [18] 出国参观考察报告(76)011, 国外自动控制技术现状及某些发展动向, 科学技术文献出版社, (1976), 23—26.
- [19] 王中, 投入产出表, 科技导报, 创刊号, (1980). 19—23.
- [20] 张钟俊, 侯先荣, 系统工程学综述, 《国外电子技术》, (1979年)第8期, 3—4.
- [21] 中国科学院数学研究所运筹室, 运筹学, 科学出版社, (1975年).
- [22] Chow. G. C, Analysis and Control of Dynamic Economic Systems, New York, Wiley (1975).
- [23] 杨小凯, 经济控制论简介, 经济研究参考资料, G-1 第21期, 总第221期, (1980). 85—96.

MATHEMATICAL MODEL OF ECONOMIC SYSTEMS

ZHANG ZHONGJUN

(Shanghai Jiao Tong University)

HOU XIANRONG

(Xi'an Institute of Radio Technology)

Abstract

This paper presents the formulation and the role of mathematical models of economic systems. The history of evolution of the mathematical models is reviewed and the general steps for modelling are given. Some practical examples are given to illustrate how modern control theory is used in formulating macroeconomic and microeconomic models.