

一种新结构的最优伺服系统

吕振铎 朱立 伏宝林

(北京控制工程研究所)

摘 要

本文提出一种新的伺服系统设计方法,即根据最优控制系统理论,引入一个反映变摩擦干扰的状态变量,给出新的包含指令发生器方程的状态方程,在伺服系统中构成新的状态反馈,用以改善伺服系统的动态品质,降低系统对参数变化的灵敏度,克服系统的低速爬行运动,并通过实例,给出了计算和试验结果。

一、前 言

对低速有严格要求的位置伺服系统,如转台、记录仪等,由于支承部件、测量部件等存在着接触摩擦,这种摩擦在速度变化过零时存在着负斜率特性,使伺服系统低速运行到一定程度时发生爬行运动,并影响其动态品质。

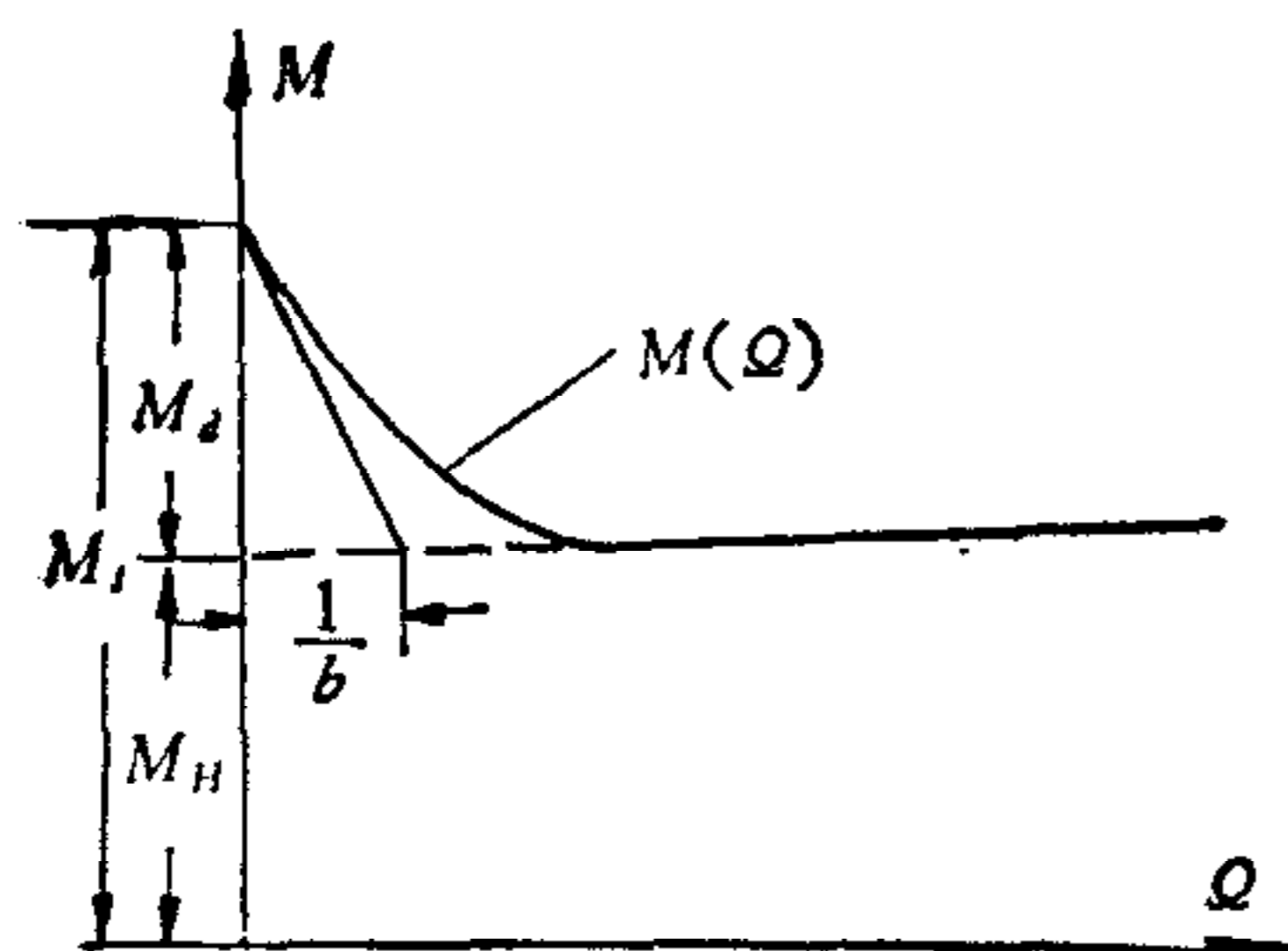


图1 负斜率摩擦特性

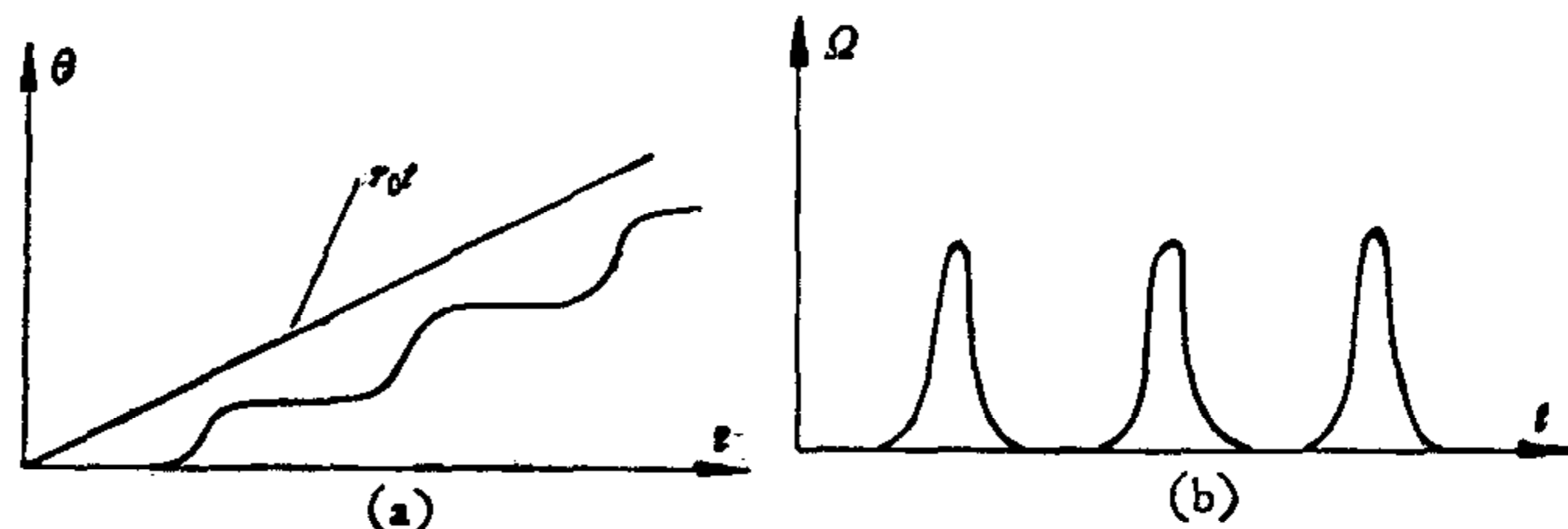


图2 斜坡输入引起的爬行运动

这一问题过去有很多学者作过一些分析^[3,4],但均是在一定假设条件下给出发生爬行运动的限制条件,而负斜率转速摩擦转矩特性因物理条件(轴承等级、润滑情况及电刷压力大小等)的不同而异,因此这些分析与试验结果差别很大。并且尽管分析时简化了假设条件,但分析的结果仍然是很复杂的。[3]中以三阶系统为例,用相平面法找出了爬行运动的限制条件,并把它归结为六个参数。实际上这六个参数又和其他一些物理参数有关,而这些物理参数有的是靠试验测定的(如静、动摩擦之差);有的又很难用试验测准(如静动摩擦的衰减度)。因此这些分析结果对设计低速伺服系统的用途不大。

为了避免负斜率转速摩擦转矩特性造成的低速爬行运动和动态品质的变坏,通常在伺服系统机械结构上采用空气轴承,以交流力矩电机或无刷直流力矩电机作为执行元件,

用无接触的码盘如光栅、感应同步器等作为测量元件,但这种伺服机构造价高、附件多、工艺复杂,制造周期长.

为了解决上述缺点,作者用最优控制理论,引入一个反映变摩擦干扰的状态变量,构成一个新的状态反馈,以改善系统的动态品质,降低参数变化的灵敏度,克服伺服系统的低速爬行运动.

二、新状态变量的引入

1. 对象的物理方程

电势平衡方程为:

$$L \frac{di}{dt} + ri + K_e \Omega = u \quad (1)$$

力矩平衡方程为:

$$J \frac{d\Omega}{dt} + M \operatorname{sgn}(\Omega) = K_M i \quad (2)$$

其中:

$$M = M_H(1 + M_a e^{-b\Omega}). \quad (3)$$

根据实际物理状况定义符号函数为:

$$\operatorname{sgn}(\Omega) = \begin{cases} 1 & \Omega \geq 0 \\ -1 & \Omega < 0 \end{cases} \quad (4)$$

则不难推出对象之状态方程(忽略 L)

$$\dot{X} = A_1 X + B_1 u + W \quad (5)$$

其中:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Jr}{K_M} \theta \\ \frac{Jr}{K_M} \Omega \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_M} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{r}{K_M} M \operatorname{sgn}(\Omega) \end{pmatrix}.$$

其中: $T_M = Jr/K_e K_M$ 为系统机电时间常数; θ 为转角; $\Omega = d\theta/dt$ 为角速度.

考虑补偿变摩擦扰动力矩,降低系统对参数变化的灵敏度,引入一个新的状态变量,其 W 代表摩擦转矩和时间无关,故有:

$$X_3 = u + W \quad (7)$$

$$\dot{X}_3 = \dot{u} = V \quad (8)$$

则对象的状态方程变为

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + B\dot{u} \quad (9)$$

其中:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_M} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$[B:AB:A^2B] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{T_M} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

为 3×3 方阵.

其秩,

$$\text{Rank}(B:AB:A^2B) = 3 \quad (10)$$

故满足完全能控的充要条件.

2. 指令发生器的状态方程

指令发生器的状态方程为: $\dot{z} = Z \cdot z$

z 是直接可观测的

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

则带有指令发生器的对象状态方程为

$$\dot{\xi} = \bar{A}\xi + \bar{B}V \quad (13)$$

取二次性能指标:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^t [\xi^T \bar{Q} \xi + RV] dt \quad (14)$$

其中: R 为给定权标量;

$$\xi = \begin{pmatrix} X \\ z \end{pmatrix}; \quad (15)$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & Z \end{pmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{pmatrix}; \quad (16)$$

(16)式为权矩阵,正定实对称常阵.

$$Q_{11} = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + Q_2; \quad Q_{12} = \begin{pmatrix} -Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_{22} = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Q_1 = \begin{pmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{pmatrix};$$

Q_1, Q_2 为给定增广阵。

使二次性能指标最小的最优控制向量为

$$V = \dot{u}_{opt} = -\bar{K}\xi = -R^{-1}\bar{B}^T\bar{P}\xi. \quad (17)$$

其中： $\bar{K} = R^{-1}\bar{B}^T\bar{P}$ 为最佳控制矩阵；

$$\bar{P} = \begin{pmatrix} P & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{pmatrix} \text{ 是 Riccati 方程的解.}$$

用 $\begin{bmatrix} X \\ z \end{bmatrix}$ 代替 ξ 则有：

$$V_{opt} = \dot{u}_{opt} = -KX - K_1z = -R^{-1}B^TPX - R^{-1}B^TP_{12}z. \quad (18)$$

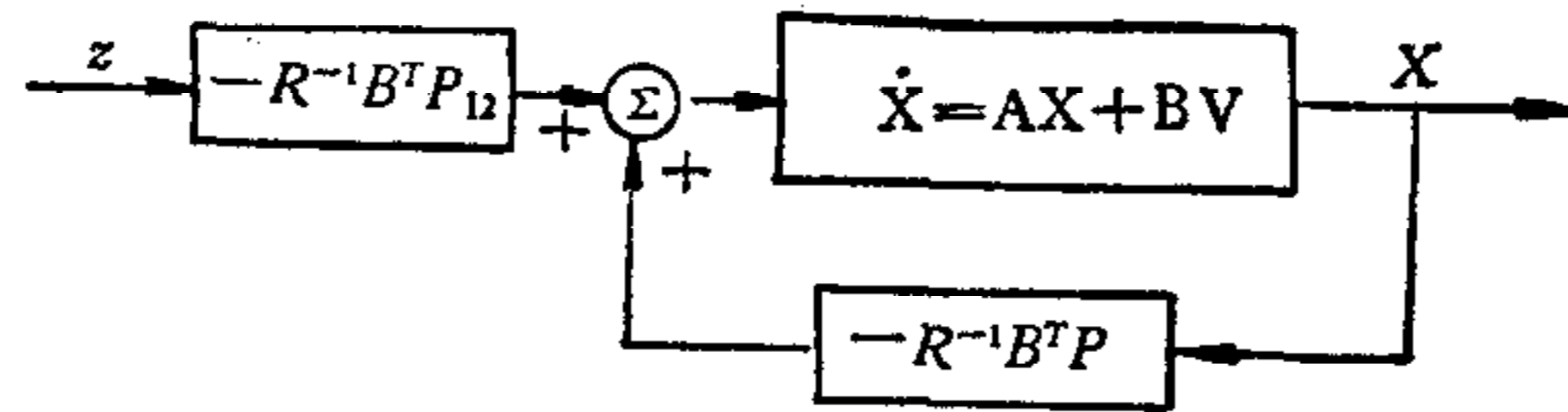


图3 最优伺服系统状态框图

考虑状态变量 X_1, X_2, X_3 的 Riccati 方程为：

$$Q_{11} + PA + A^TP - RPBB^TP = 0. \quad (19)$$

由于 R 是纯量，而 B 为 1 故有：

$$\dot{u}_{optx} = -RP_{31}X_1 - RP_{32}X_2 - RP_{33}X_3, \quad (20)$$

$$u_{optx} = \int_0^t \dot{u}_{optx} dt = -RP_{31} \frac{J_r}{K_M} \int_0^t \theta(t) dt - RP_{32} \frac{J_r}{K_M} \theta(t) \Big|_0^t \\ - RP_{33} \left(K_e \theta(t) + \frac{J_r}{K_M} \Omega(t) \right) \Big|_0^t. \quad (21)$$

初始条件：

$$\theta(0) = 0; \quad \Omega(0) = 0.$$

则：

$$u_{optx} = -RP_{31} \frac{J_r}{K_M} \int_0^t \theta(t) dt - R \left(P_{32} \frac{J_r}{K_M} + P_{33}K_e \right) \theta(t) - RP_{33} \frac{J_r}{K_M} \Omega(t). \quad (22)$$

考虑状态变量 z 的 Riccati 方程为：

$$Q_{12} + P_{(12)}Z + A^TP_{(12)} - RPBB^TP_{(12)} = 0, \quad (23)$$

$$\dot{u}_{optz} = -RP_{(12)31}z_1 - RP_{(12)32}z_2 - RP_{(12)33}z_3, \quad (24)$$

$$u_{optz} = \int_0^t \dot{u}_{optz} dt = -RP_{(12)31} \frac{J_r}{K_M} \int_0^t \theta_z(t) dt - RP_{(12)32} \frac{J_r}{K_M} \int_0^t \dot{\theta}_z(t) dt \\ - RP_{(12)33} \frac{J_r}{K_M} \int_0^t \ddot{\theta}_z(t) dt \quad (25)$$

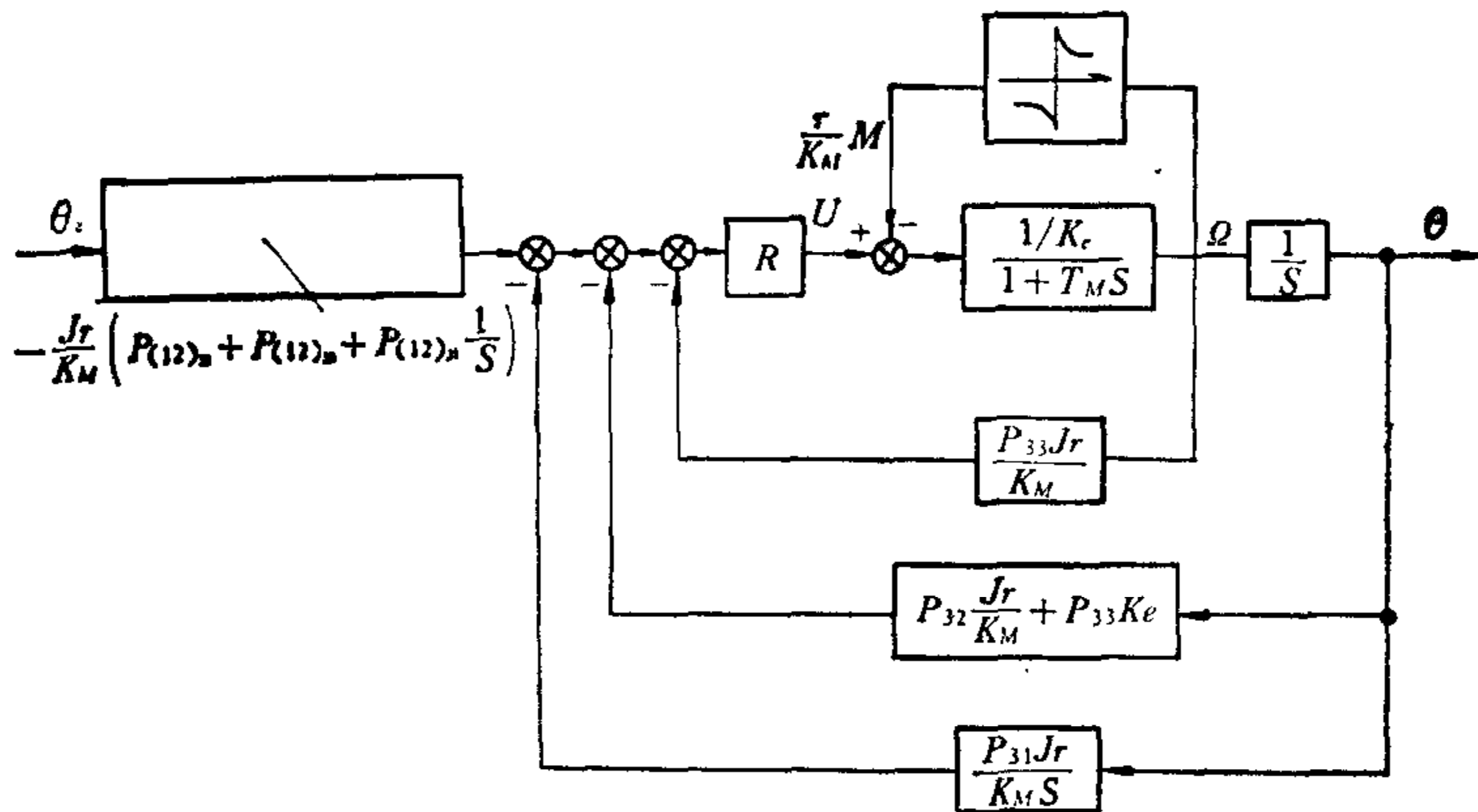


图 4 系统结构框图

三、实例的计算与试验

1. 计算

以某伺服系统为例,分别用未引入新状态变量的最优控制,和引入新状态变量的最优控制两种方案进行计算,比较其动态反应品质。

1) 已知数据

- 伺服系统惯量: $J = 0.18$ 公斤-米-秒²,
- 力矩电机力矩常数: $K_M = 0.35$ 公斤-米/安,
- 力矩电机速度常数: $K_e = 3.3$ 伏/弧度/秒,
- 力矩电机电枢电阻: $r = 6.5$ 欧姆,

机械时间常数: $T_M = \frac{Jr}{K_M K_e} \doteq 1$ 秒

摩擦力矩: $M = M_H(1 + 0.3e^{-b\Omega})$ 公斤-米,

根据实际负载考虑三种情况,即 M_H 为 0.2, 0.1, 0.05 公斤-米, $b = 500$ 。

2) 计算机计算程序框图

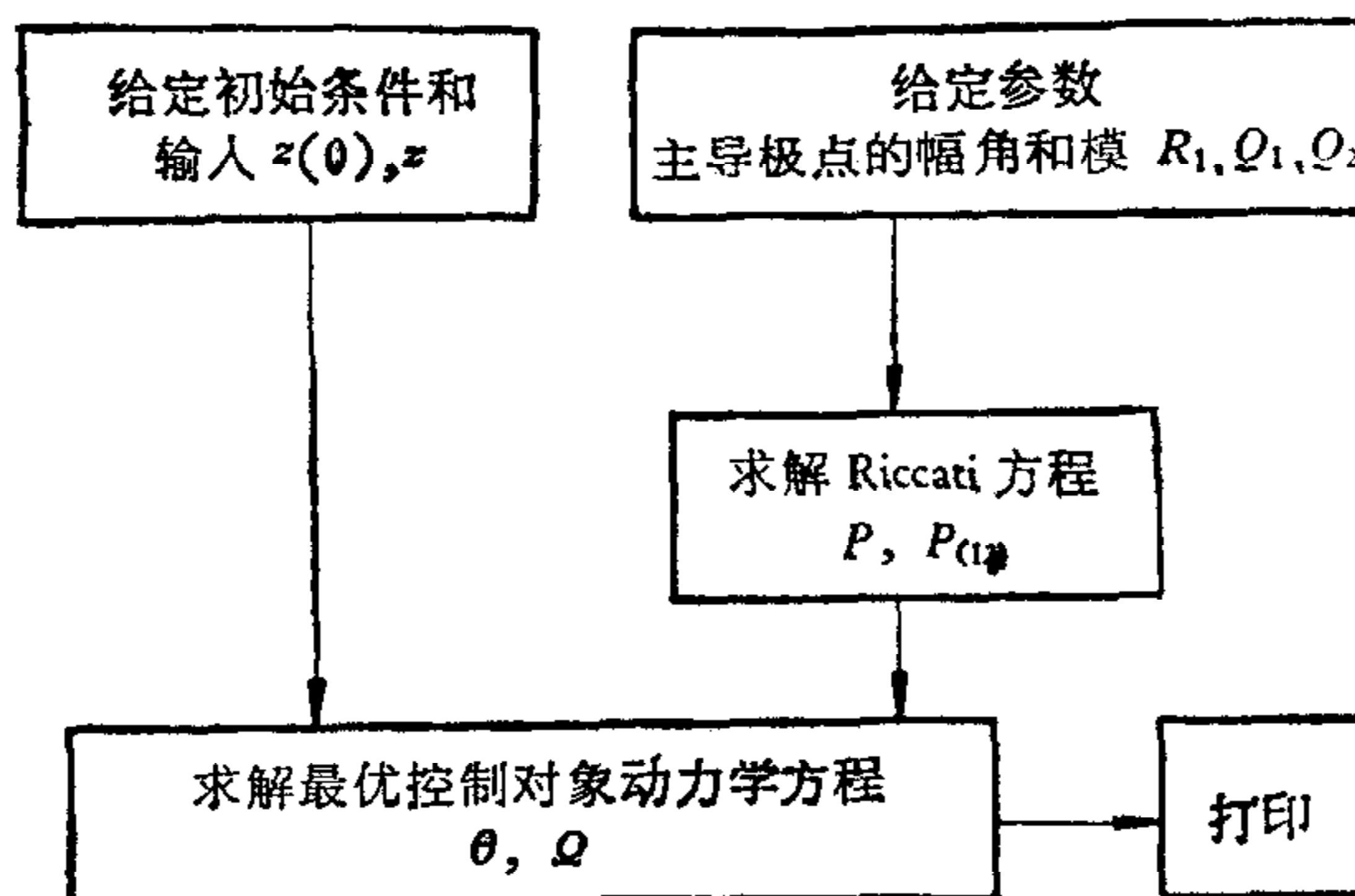


图 5 计算机计算程序框图

把已知参数代入 Riccati 方程，并依据闭环系统主导极点的配置给定幅角和模值代入 Riccati 方程，解出 P, P_{12} 值。然后给定输入(我们选择单位阶跃和单位斜坡输入)，求出最优控制量，再求解对象动力学方程，给定不同参数，反复运算，最后选出使伺服系统动态品质满意的最优参数。

2. 计算结果与分析

1) 两种方案对阶跃输入响应都可达到选择之最优值，当增益增加到一定程度时，两种方案对单位阶跃响应几乎相同。

2) 两种方案对不同摩擦力矩作用下的斜坡输入响应：加入新的状态反馈的方案品质优良，摩擦力矩改变对系统品质影响极小，不仅未出现爬行运动且能快速响应；而未加入新的状态反馈的系统动态响应误差很大，并当 M_H 增至 0.1 公斤-米时还出现爬行现象。见图 6。

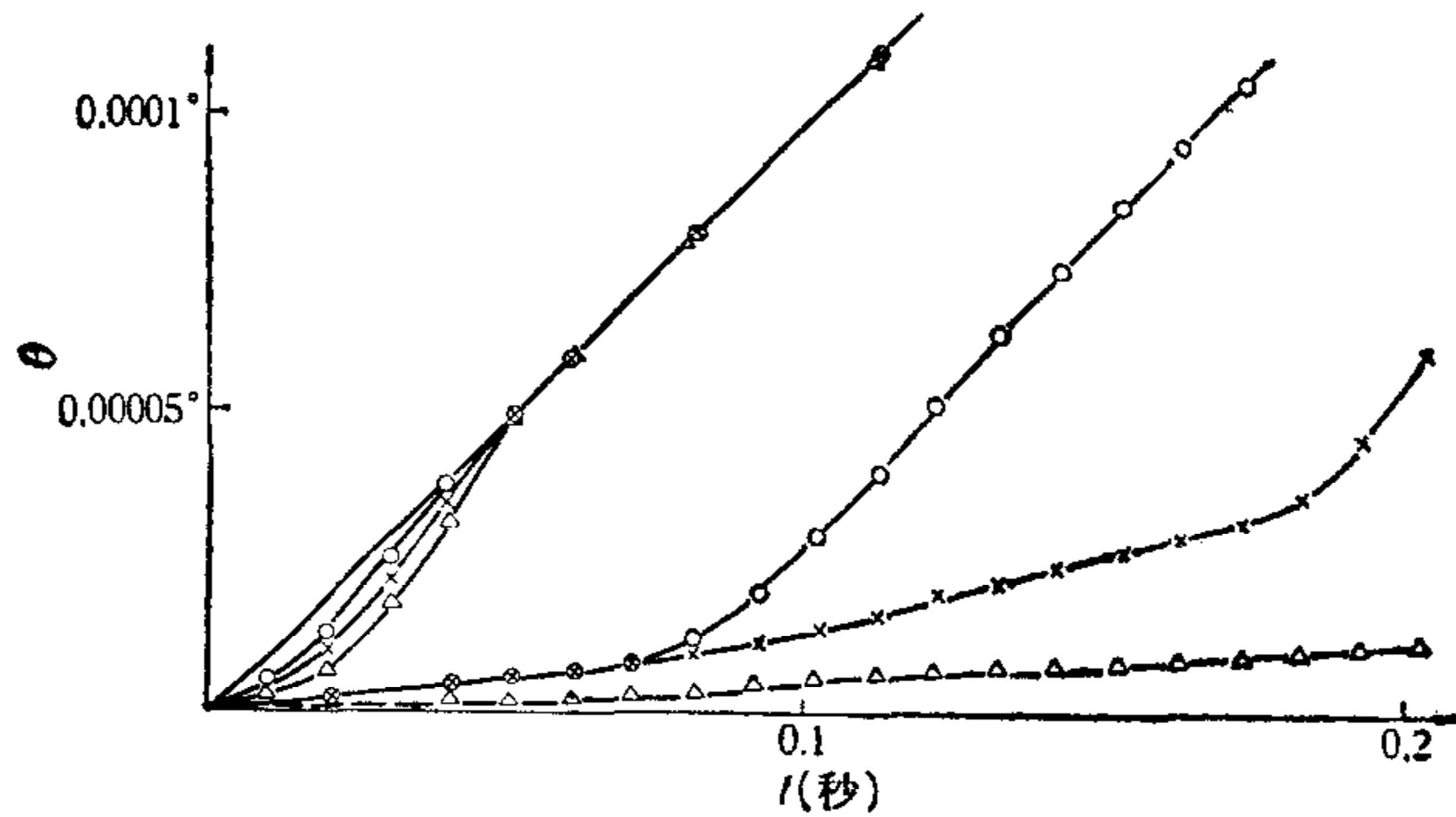


图 6 0.001°/秒的斜坡输入反应(不同摩擦力矩的斜坡输入反应)

○—○ $M = 0.05(1 + 0.3e^{-500Q})$; ×—× $M = 0.1(1 + 0.3e^{-500Q})$; △—△ $M = 0.2(1 + 0.3e^{-500Q})$
 $q_1 = 2.4 \times 10^{13}$; $q_2 = 2.3 \times 10^7$; $q_3 = 1 \times 10^6$

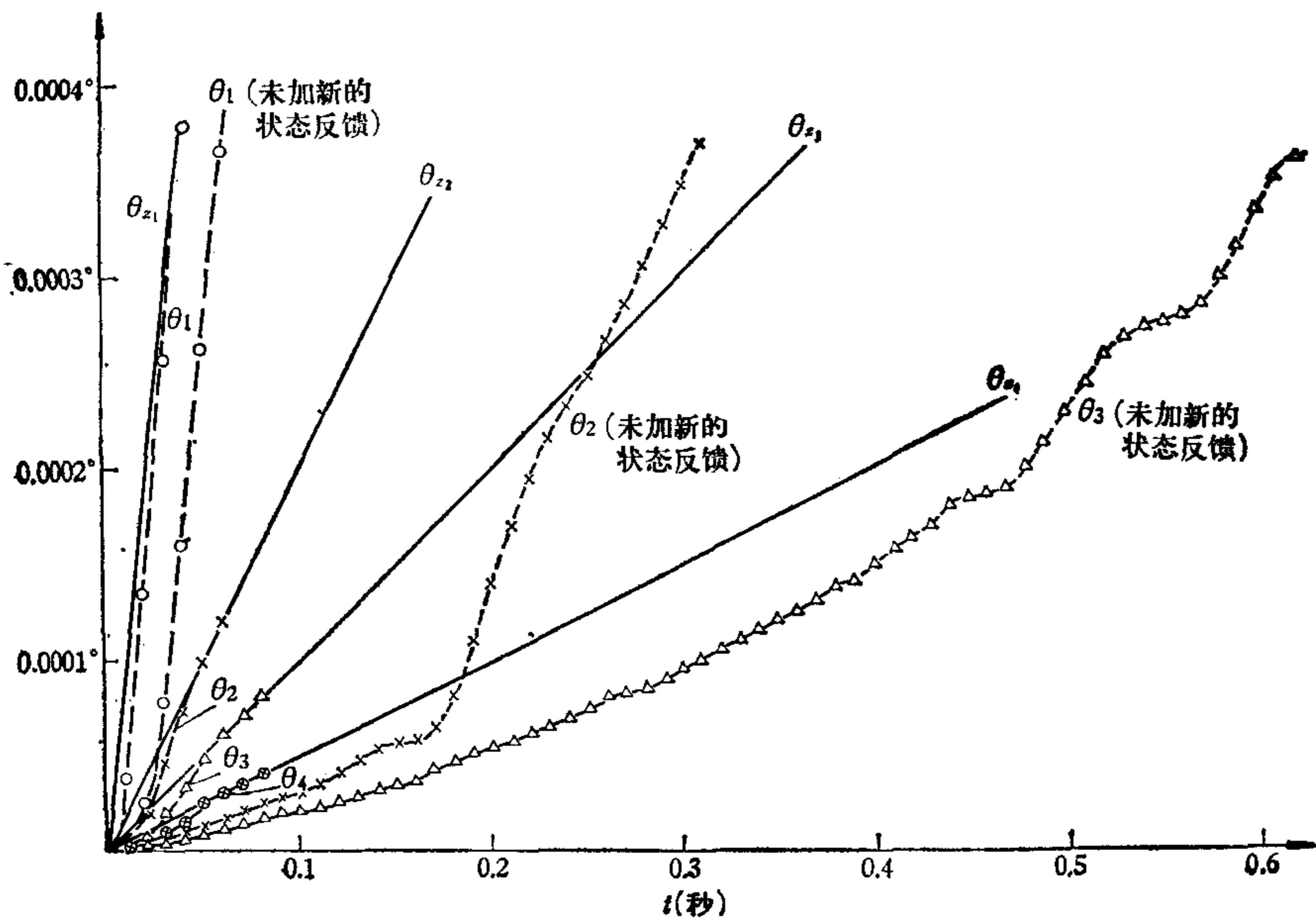


图 7 不同斜坡输入的反应

$\theta_{z1} = 0.01^\circ/\text{秒}$; $\theta_{z2} = 0.002^\circ/\text{秒}$; $\theta_{z3} = 0.001^\circ/\text{秒}$
 $\theta_{z4} = 0.0005^\circ/\text{秒}$; $M = 0.2(1 + 0.3e^{-500Q})$ 公斤-米.

3) 两种方案对不同斜坡输入的响应: 在给定的最大干扰力矩作用下, 具有新的状态反馈的伺服系统在斜坡输入速度很低的情况下(我们做到 $0.0005^\circ/\text{秒}$), 仍然能平滑跟踪不出现爬行运动; 而没有新的状态反馈的系统, 在速度大于 $0.01^\circ/\text{秒}$ 时虽能比较快地跟踪, 但速度误差较大, 当速度减至 $0.002^\circ/\text{秒}$ 时, 跟踪误差显著增加, 待速度减至 $0.001^\circ/\text{秒}$ 时, 不仅动态速度误差很大且出现爬行运动. 见图 7.

4) 两种方案对系统参数变化的灵敏度: 在具有新的状态变量反馈的系统, 当增益在很宽的范围内变化时, 对斜坡输入的动态响应影响很小, 故此系统对参数变化具有很高的不灵敏度; 而没有新的状态变量反馈的系统, 当增益变化时, 对斜坡输入的动态响应影响极大, 当增益较大时, 系统响应品质较差, 当增益稍有降低, 系统即显著变坏, 并出现爬行运动. 见图 8.

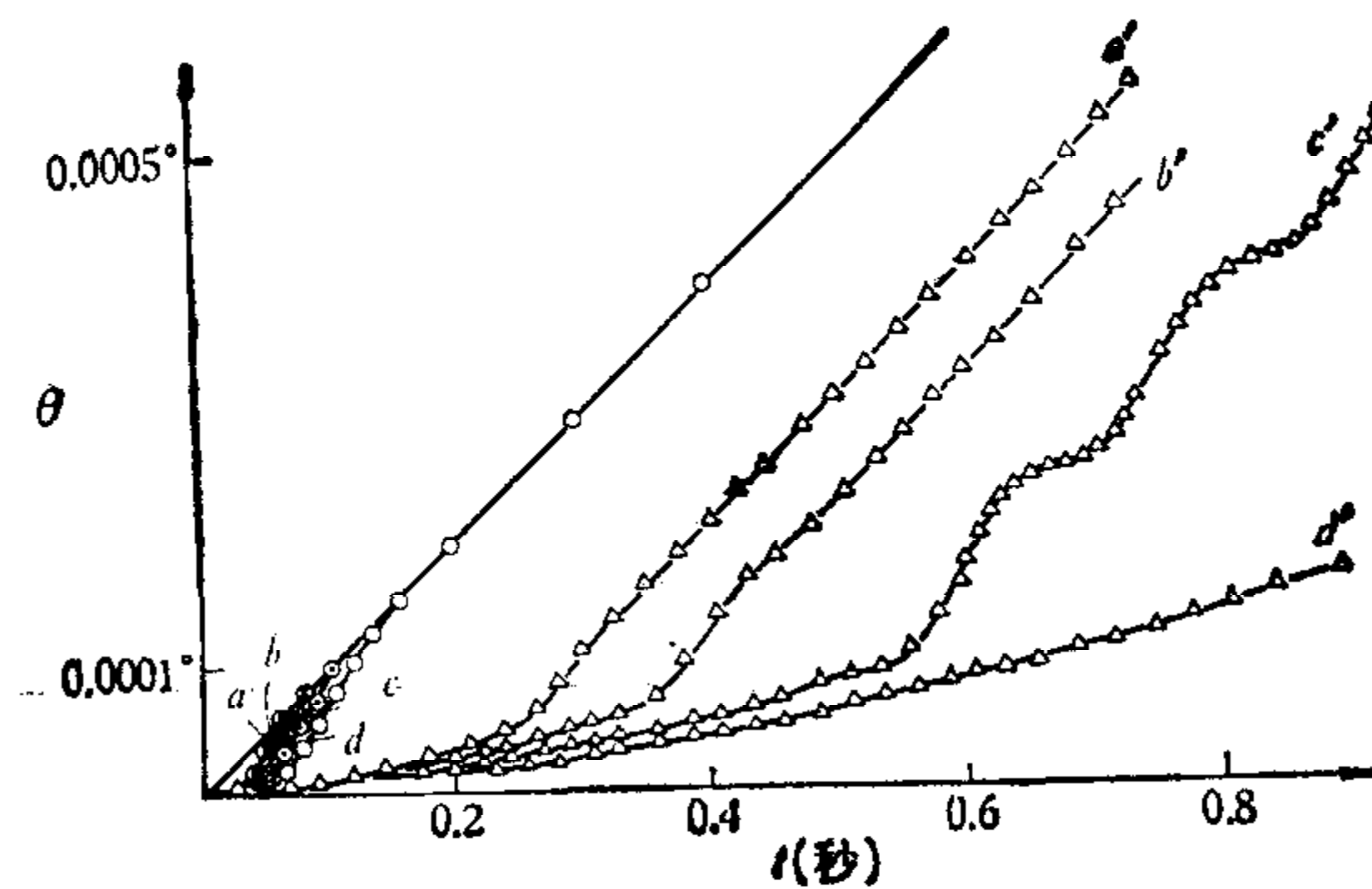


图 8 不同增强阵 Q 作用下的斜坡反应

	a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
	(加入新的状态反馈)				(未加新的状态反馈)			
主导极点模长	60	50	40	30	60	50	40	30
主导极点幅角	45°	45°	45°	45°	45°	45°	45°	45°

3. 试验

采用积分漂移小、漂移速度近似相同的成对积分器做成位置误差的积分装置, 如果采用模拟计算机就可以直接由计算机给出位置误差的积分.

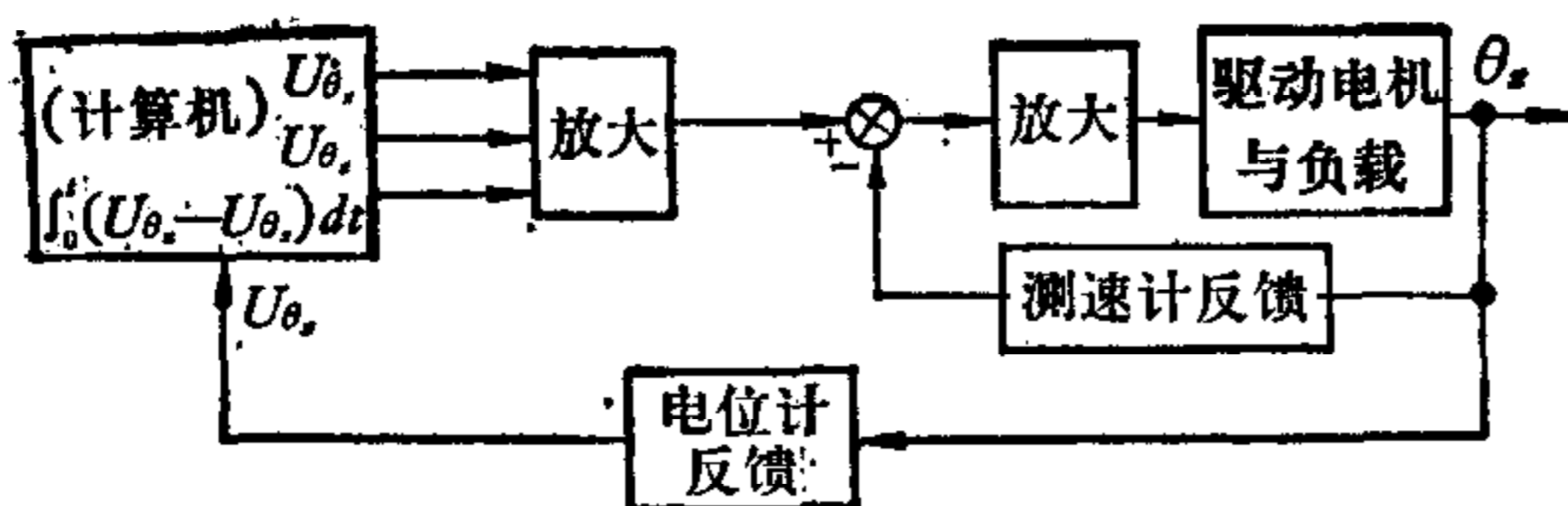


图 9 带有新状态反馈的伺服系统电原理图

图 9 为伺服系统的电原理图.

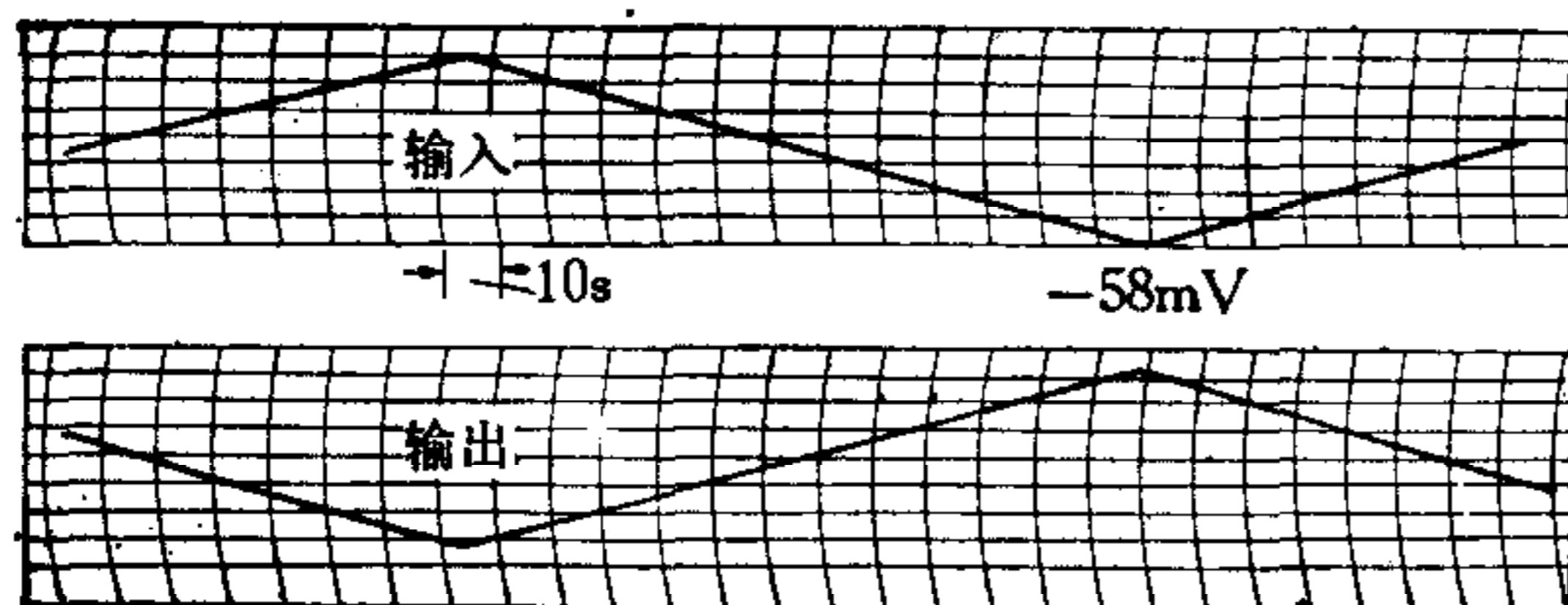
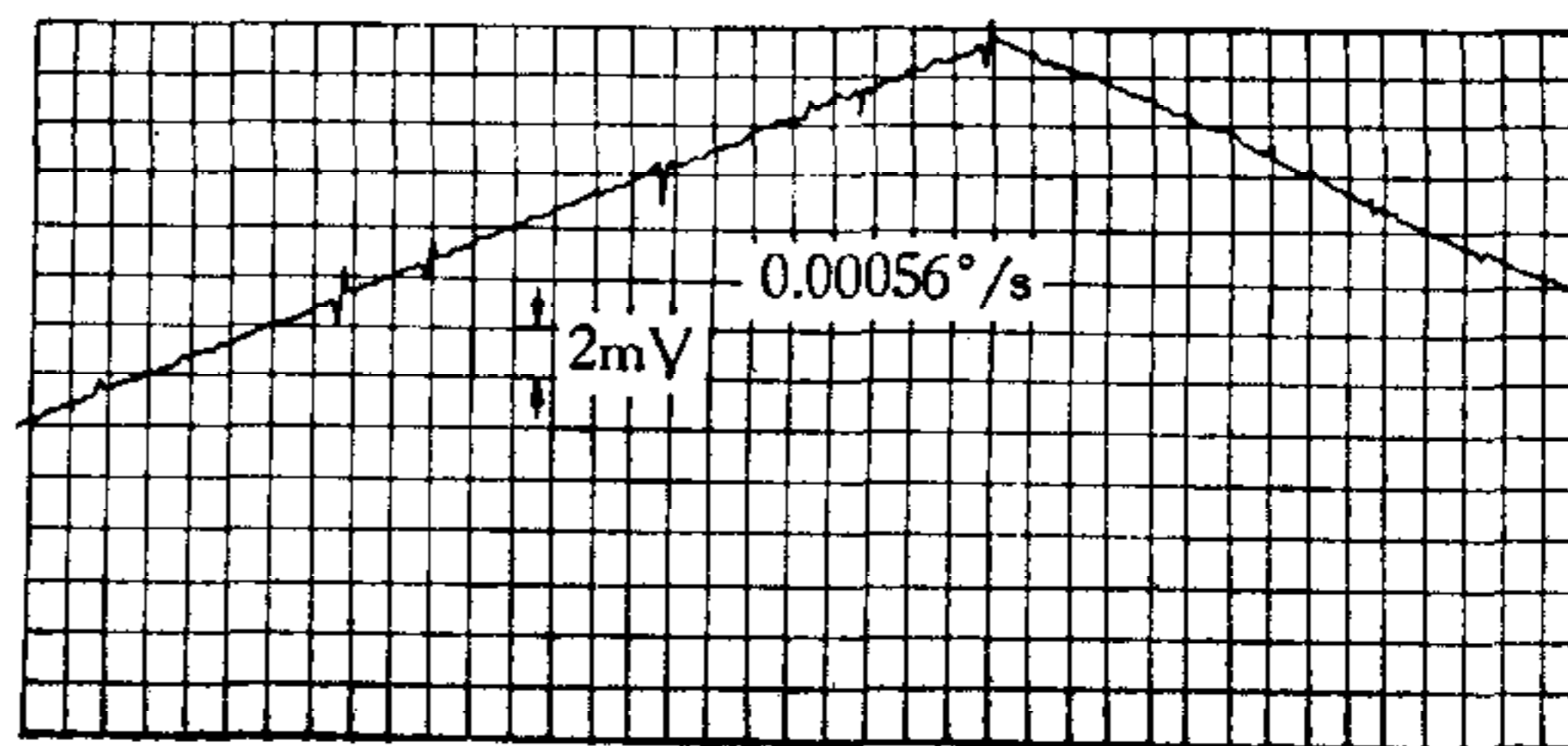
由试验可知:

1) 当斜坡输入速度低至 $0.00056^\circ/\text{秒}$ 时, 系统仍稳定工作无爬行现象出现, 并能较好地跟踪;

2) 当测速回路的增益改变 2.5 倍, 积分回路的增益改变 3 倍时, 不仅系统稳定且对低速跟踪影响极小.

3) 系统的动态响应好, 阻尼比接近 0.7.

4) 摩擦转矩在 0.05 公斤-米至 0.2 公斤-米范围内变化时, 系统都能在 $0.001^\circ/\text{秒}$ 的斜坡输入指令信号下无爬行地跟踪.

图 10 三角波输入系统响应曲线 ($0.0036^\circ/\text{秒}$)图 11 三角波输入系统响应曲线 ($0.00056^\circ/\text{秒}$)

4. 结论

通过实例进行计算、分析和所设计的具体系统表明,这种按变干扰摩擦力矩引入新状态变量构成的新状态反馈的伺服系统,比按古典控制理论设计的伺服系统有很多优点:它不仅能较好地克服由负斜率速度摩擦特性造成的低速爬行;且显著地改善了低速跟踪动态品质;该系统结构能大大降低系统对参数变化的灵敏度。

马式明同志曾参加本文计算程序的编写,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Kreindler. E., On the Linear Optimal Servo Problem *Int. J. Control* 9(1969), 465—472.
- [2] Anderson B. D. O. & Moore J. B., *Linear Optimal Control*, (1971), 247—271.
- [3] 鈴木秀男、三浦良一, サーボ機構における Jerking Motion の計算, 電気学会雑誌, 87(1967), No. 950.
- [4] 服部正行, 角位置により変動するトルクに起因する Jerking Motion について計測自動制御学会论文集, 12(1976), No. 6.

THE OPTIMAL SERVO-CONTROL SYSTEM WITH NEW STRUCTURE

Lü ZHENDUO ZHU LI FU BAOLIN
(Beijing Institute of Control Engineering)

ABSTRACT

In this paper a new method for the servo-control system design is described. According to the optimal control theory, a new state equation which includes command generator equation is given by introducing a state variable representing the variable frictional disturbance. This new state equation forms the new state feedback in the servo-control system, which not only improves the dynamic response of the system and reduces the sensitivity of the system to parameter changes, but also overcome the low speed jerking motion.

Satisfactory results are obtained by calculation and experiment of a practical example.