

数字化考斯托斯锁相环的分析与研制

曾凤池

(中国科学院自动化研究所)

摘要

本文介绍数字化“考斯托斯锁相环”的分析与研制。计算表明：传统的“考斯托斯环”可以简单地用数字电路来取代。

作者研制的数字化“考斯托斯锁相环”具有简单、可靠、易于集成化等优点。

锁相技术在数字传输系统和其它技术领域中的应用很广。近年来，由于数字电路的发展引起了人们对锁相电路数字化的重视，不少作者进行了大量工作^[1-4]。本文介绍在计算分析的基础上利用数字电路取代传统考斯托斯环 (Costas Loop)。并通过实践，达到了预定结果，已用于数据通信系统中。

一、相移键控信号 (2DPSK) 的数字锁相

数字通信中，相移键控信号本身不包含载频成份，因此往往需要采用特定的锁相环路，如平方环或考斯托斯环，从相移键控信号中提取载频用作相干解调中的参考信号。考斯托斯环数字化方面的工作已在[2]中见到，本文的工作与此类似但具有自己的特点。下面先对传统的考斯托斯环作简要分析，然后在此基础上考虑其数字化的途径。

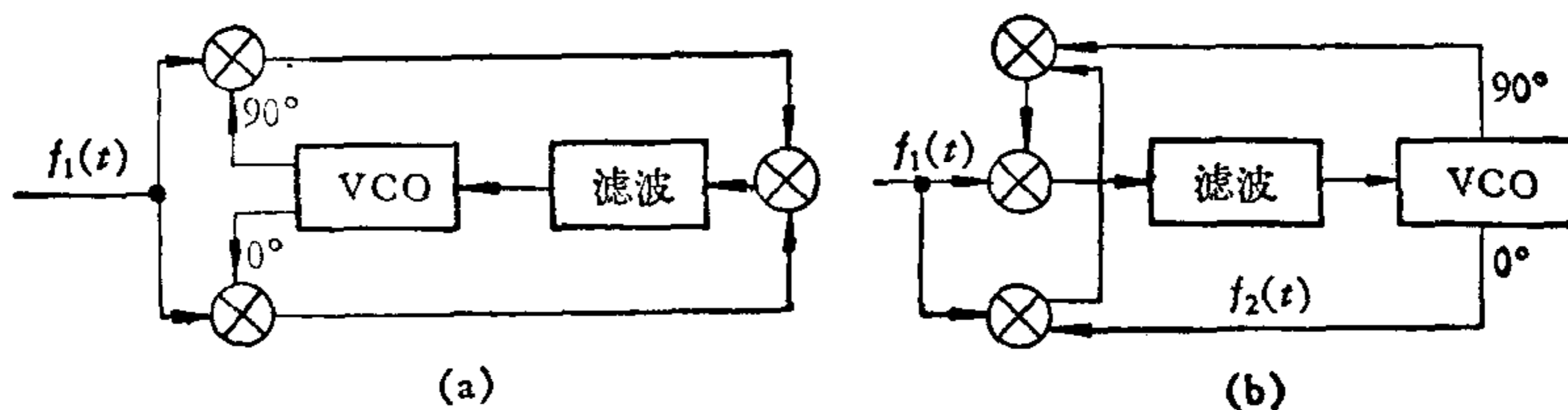


图1 传统的考斯托斯环的两种形式

传统的考斯托斯环如图1所示。其中调制、解调环节均用相乘符号 \otimes 来表示。设输入信号为

$$f_1(t) = m \sin(\omega_1 t + \theta_1) \quad (1)$$

式中 m 为相移键控码调制系数， $m = \pm 1$ 。压控振荡 (VCO) 信号为：

$$f_2(t) = \sin(\omega_2 t + \theta_2) \quad (2)$$

VCO 90 度相位输出信号为:

$$f_2\left(t + \frac{T}{4}\right) = \cos(\omega_2 t + \theta_2) \quad (3)$$

在相位锁定状态时, $\omega_1 = \omega_2$, VCO 的控制电压可以根据图 1 写出:

$$V_d = \frac{1}{T} \int_0^T m \sin(\omega_1 t + \theta_1) \cdot \sin(\omega_2 t + \theta_2) \cdot \cos(\omega_2 t + \theta_2) \cdot m \sin(\omega_1 t + \theta_1) dt = \frac{1}{8} \sin 2(\theta_1 - \theta_2) \quad (4)$$

(4) 式对于图 1, a、b 均适用。(4) 表明 VCO 仅受 2DPSK 和 VCO 两信号瞬时相角差的正弦所控制, 从而能自动调整使系统处于相位锁定状态。可见, 在传统的考斯托斯环中, VCO 控制电压 V_d 可以认为是由三个相乘环节连乘并取平均值的结果, 即:

$$V_d = \frac{1}{T} \int_0^T F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot F_2\left(t + \frac{T}{4}\right) \cdot F_1(t) dt \quad (5)$$

用数字电路实现上述关系式时, 原则上可以对 $F_1(t)$ 采样并作 A/D 变换, 而后进行数字锁相和相干解调^[2], 但本文作者采用了更为简单的方案。

把相移键控信号 (2DPSK) 作适当的转换, 见图 2。原始信号用 $f_1(t)$ 表示, 转换后信号用 $F_1(t)$ 表示。如果 $f_1(t)$ 由正弦调制系数 $M = \pm 1$ 的信号所调制, 则 $F_1(t)$ 可以看作是被 $M = \pm 1$ 所调制的方波信号, 从而有可能仍以图 1 为基础来考虑对 $F_1(t)$ 的锁相和实现相干解调。

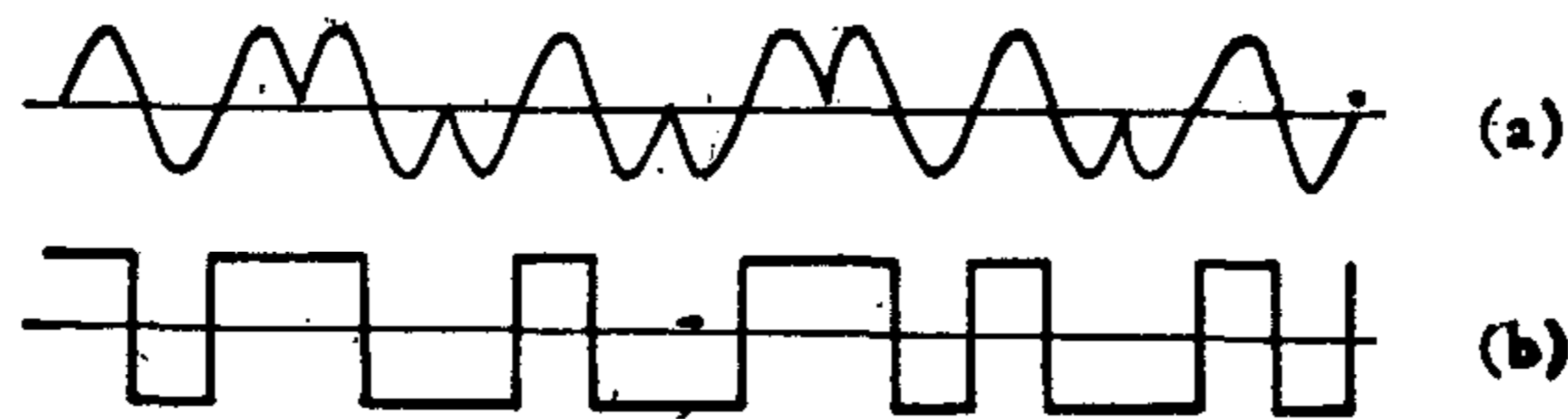


图 2 2DPSK 码的数字化处理

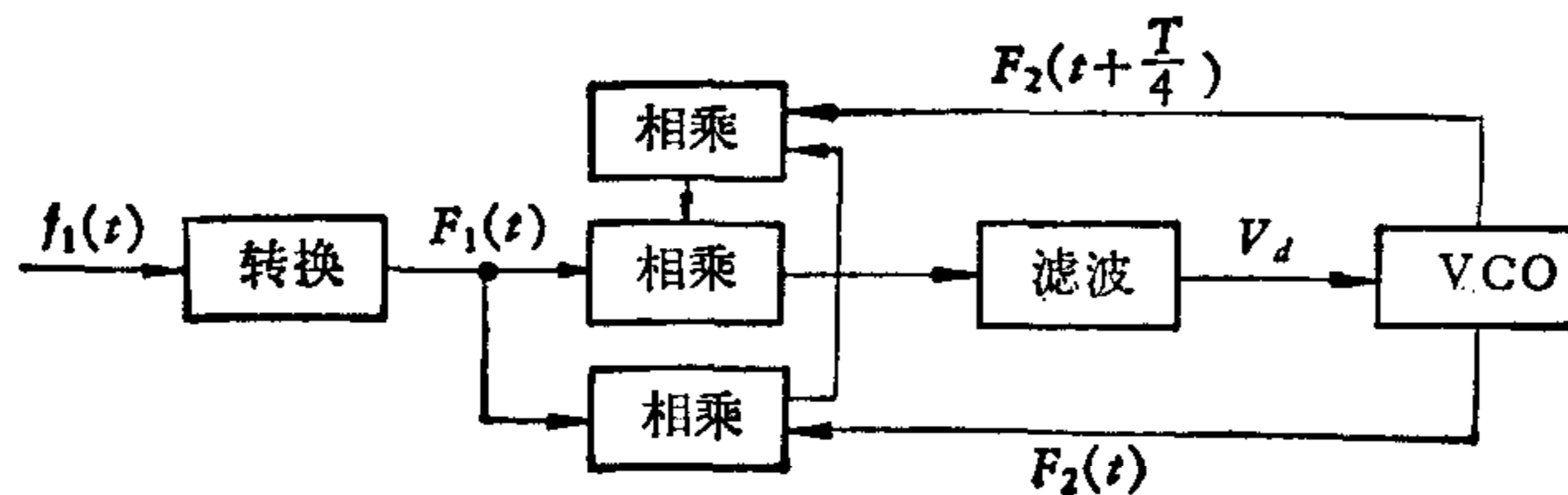


图 3 设想的数字化考斯托斯环

设想用图 3 的模式实现 2DPSK 信号的数字锁相。 $F_2(t)$ 和 $F_2\left(t + \frac{T}{4}\right)$ 是 VCO 振荡的输出方波信号, 于是该环路所得到的 VCO 控制信号仍然可以用 (5) 式来表示, 且可写为

$$V_d = \frac{1}{T} \int_0^T F_1^2(t) \cdot F_2(t) \cdot F_2\left(t + \frac{T}{4}\right) dt \quad (6)$$

如果将 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 的高电平看作“1”, 低电平看作“-1”, 则

$$F_1^2(t) = 1$$

$$V_d = \frac{1}{T} \int_0^T F_1(t) \cdot F_2\left(t + \frac{T}{4}\right) dt. \quad (7)$$

积分号内为两个相互正交的函数相乘,因此 $V_d = 0$; 这样,不论何时 $F_1(t)$ 与 $F_2(t)$ 之间的相位关系都无法确定. 因此,这样简单处理不能达到数字锁相的目的. 问题的关键在于: $F_1(t)$ 经平方处理之后,变成了一个固定电平,而失去了相位参考点,这一点曾通过实验得到验证.

参考 2DPSK 信号平方处理后的波形图 4(a), 可以假定 $F_1^2(t)$ 的波形为图 4(b), 是由 1 电平减去图 4(c) 得到. 从图 4 可以看到, $F_1(t)$ 的周期为 T ; 而 $F_1^2(t)$ 的周期为 $T' = \frac{T}{2}$.

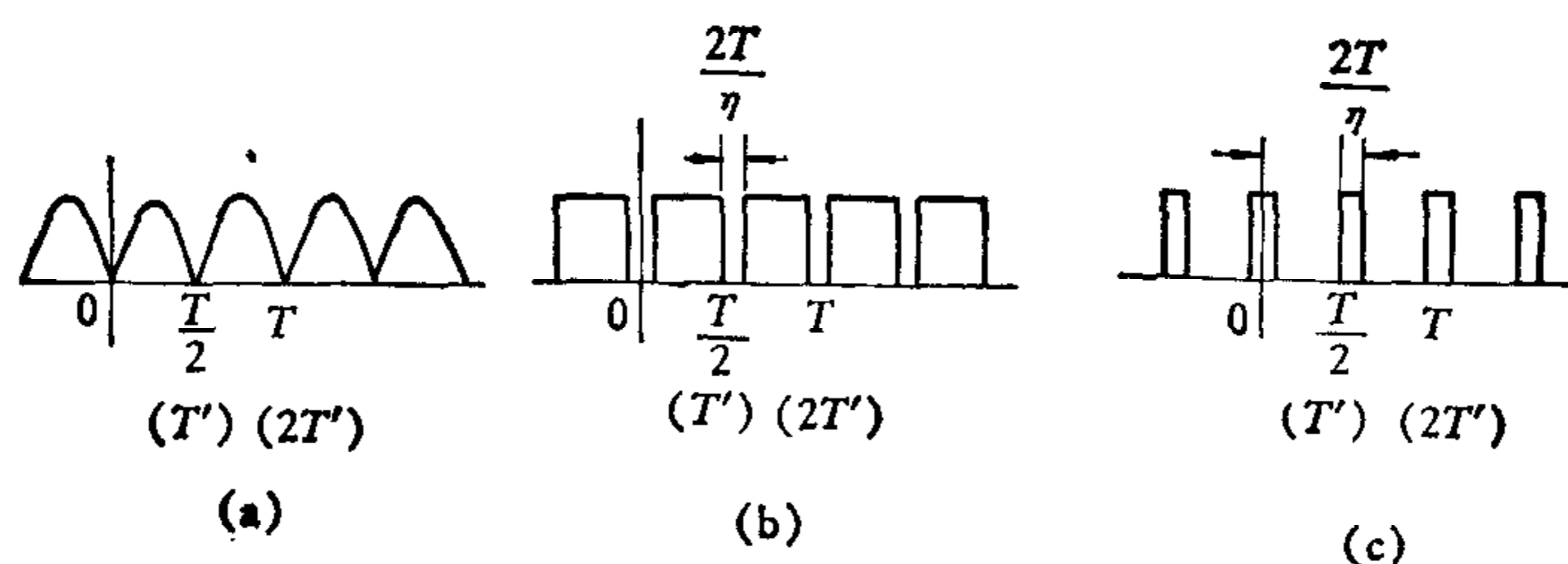


图 4 $F_1(t)$ 的平方处理

图 4(c) 所示函数的富氏级数展开式为:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos K \left(\frac{2\pi}{T'} \right) t \quad (8)$$

$$A_k = \frac{4}{T'} \int_0^{\frac{T'}{2}} f(t) \cos K \left(\frac{2\pi}{T'} \right) t dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} f(t) \cos K \left(\frac{4\pi}{T} \right) t dt,$$

由于

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \frac{T}{\eta} \\ 0, & \frac{T}{\eta} < t < \frac{T}{4} \end{cases}$$

得

$$A_k = \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T}{\eta}} f(t) \cos K \left(\frac{4\pi}{T} \right) t dt = \frac{2}{\pi K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \quad (9)$$

将 (9) 的结果代入 (8), 并考虑 $T = 2T'$

得

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos K \frac{4\pi}{T} t.$$

或

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos 2K\omega t. \quad (10)$$

式中

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

$F_1^2(t)$ 富氏级数展开式为:

$$F_1^2(t) = \left(1 - \frac{a_0}{2}\right) - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos 2K\omega t. \quad (11)$$

下面研究 $F_2(t)$ 和 $F_2\left(t + \frac{T}{4}\right)$ 的乘积。由于两个相互正交的方波信号所对应的各次谐波均相互正交, 因此当

$$F_2(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m} \sin m(\omega t + \theta_2) \quad (12)$$

时, 有

$$F_2\left(t + \frac{T}{4}\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n} \cos n(\omega t + \theta_2). \quad (13)$$

取 $F_2(t)$ 与 $F_2\left(t + \frac{T}{4}\right)$ 的任一项相乘得:

$$\begin{aligned} F_{2m}(t) \cdot F_{2n}\left(t + \frac{T}{4}\right) &= \frac{4^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{m \cdot n} \sin m(\omega t + \theta_2) \cdot \cos n(\omega t + \theta_2) \\ &= \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{m \cdot n} \{ \sin [(m+n)(\omega t + \theta_2)] \\ &\quad - \sin [(m-n)(\omega t + \theta_2)] \}. \end{aligned}$$

注意到

$$\frac{1}{m \cdot n} \sin [(m-n)(\omega t + \theta_2)] = -\frac{1}{n \cdot m} \sin [(n-m)(\omega t + \theta_2)],$$

知

$$F_2(t) \cdot F_2\left(t + \frac{T}{4}\right) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n} \sin [(m+n)(\omega t + \theta_2)]. \quad (14)$$

应该指出, 上面已假设 $F_2(t)$ 与 $F_2\left(t + \frac{T}{4}\right)$ 是幅值为 1, 上下对称的波形, 与此相对应的 (11) 式应改写成:

$$F_1^2(t) = A - \frac{B}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos 2K(\omega t + \theta_1). \quad (15)$$

式中 A 为直流分量; B 为幅值系数; θ_1 为瞬时相角。

将 $F_1^2(t)$ 和 $F_2(t) \cdot F_2\left(t + \frac{T}{4}\right)$ 代入 (6) 式得

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[A - \frac{B}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos 2K(\omega t + \theta_1) \right] \\ &\quad \cdot \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n} \sin [(m+n)(\omega t + \theta_2)] \} dt. \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式中, 由于 $m+n \neq 0$ 有:

$$\int_0^T A \cdot \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n} \sin [(m+n)(\omega t + \theta_2)] dt = 0$$

从而

$$\begin{aligned}
 V_d &= -\frac{1}{T} \int_0^T \frac{8B}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \cos 2K(\omega t + \theta_1) \\
 &\quad \cdot \sum_{m=1,2,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sin [(m+n)(\omega t + \theta_2)] dt \\
 &= \frac{4B}{T\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n \cdot K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \\
 &\quad \cdot \int_0^T \sin [(2K - m - n)\omega t + 2K\theta_1 - (m+n)\theta_2] dt \\
 &= \begin{cases} 0 & 2K \neq m+n \text{ 时} \\ \frac{4B}{\pi^3} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n \cdot K} \sin \frac{4K\pi}{\eta} \sin 2K(\theta_1 - \theta_2), & 2K = m+n \text{ 时} \end{cases} \quad (17)
 \end{aligned}$$

由于 $\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n \cdot K} \sin \frac{4K\pi}{\eta}$ 绝对收敛, 可以看作一个常数, 因而有:

$$V_d = c \sum_{k=1}^{\infty} \sin 2K(\theta_1 - \theta_2), \quad (18)$$

式中

$$c = \frac{4B}{\pi^3} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{m \cdot n \cdot K} \sin \frac{4K\pi}{\eta}.$$

由(18)式可以看出: V_d 仅与 θ_1 和 θ_2 之差的正弦有关, 当 $\theta_1 = \theta_2$ 时 $V_d = 0$, VCO 振荡状态不改变, 这表示已处于相位锁定状态; 当 $\theta_1 \neq \theta_2$ 时 $V_d \neq 0$, VCO 便受到控制, 进行自动调整, 一直到 VCO 和 $F_1(t)$ 的基波相位一致为止, 也就是达到相位锁定为止。

二、相移键控信号数字锁相的技术实现

根据上面分析, 作者设计制作了全数字化考斯托斯锁相环, 该锁相环电路简单、工作可靠、抗干扰能力强、易于集成化。环路与其对应波形示于图 5 和图 6 中。

图 5 中, 从 a 到 a' 利用放大、限幅和整形来完成。该环节对 2DPSK 信号进行了预处理, 为后面全部采用数字电路奠定了基础。

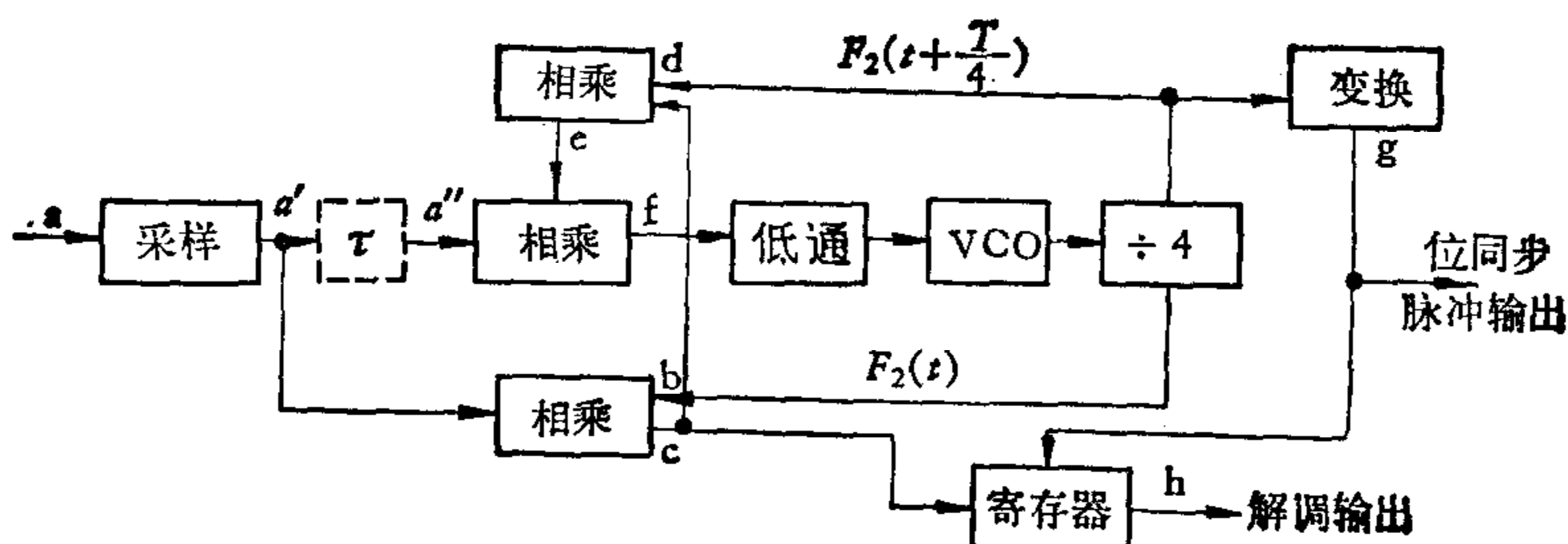


图 5 二维相移键控码的锁相解调

为了实现考斯托斯环中模拟乘法器的功能，我们设计了特殊的数字相乘器，在这里用“0”和“1”来完成相乘，然而“0”不应理解为归零二进制数的“0”，而应理解为不归零二进制数的“-1”，这样只要满足代数式 $A \times B = C$ 即可，其真值表如表 1 所示。

其逻辑式为：

$$C = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

显然，采用“异或”电路加倒相环节即可实现上述意义下的相乘，事实上可以直接采用“异或”电路(它符合代数式 $A \times B = -C$)，而所需极性(正负号)可在滤波前进行调整。

在 $F_1(t)$ 的平方处理上，没有必要采用图 4(b) 波形。为了技术上实现的方便，在相乘环节前加一延迟环节，这样，便使 $F_1^2(t)$ 保留了相位参考点，其工作原理和波形如图 7 所示。延迟环节在图 5 中用 a' 和 a'' 之间的虚线框表示。

这里，尽管没有 $F_1(t)$ 的直接平方关系，但由于(5)和(6)式在数学表达式上完全相同，决定了作者采用的办法在技术上的合理性。

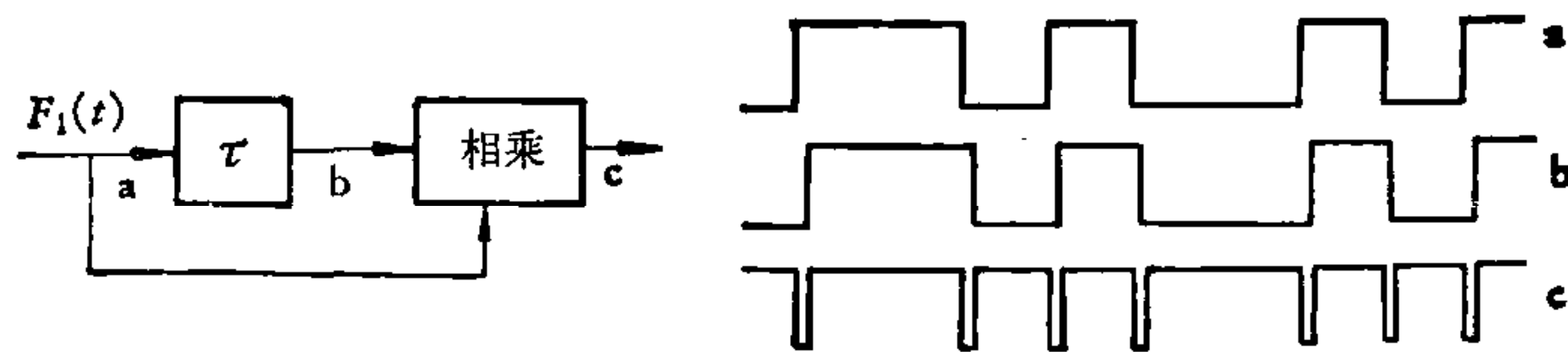


图 7 $F_1(t)$ 的简单平方处理方法

环节 τ 是 $F_1^2(t)$ 保留相位参考点所必须的，如同前述。然而，若 2DPSK 信号被数字化处理后，前后沿不太陡，加上相乘环节本身的延迟，使得两信号相乘时出现“竞争冒险”，则 $F_1(t)$ 相位参考点自动保持下来，此时不加延迟处理也能工作，我们用 CMOS 实现锁相就利用了这一点。

从图 6(c) 可以看到，由数字化考斯托斯环解调出的差分码已不能严格地保持原有差分码特征。首先，在 2DPSK 信号数字化过程中，码元或多或少受到压缩或展宽；其次，数字相乘时，两个相乘量同时变化，乘积信号形成一系列附加脉冲。可见，为了得到正确的解调输出，数字化考斯托斯环输出的差分码信号应做适当处理。

分析差分码中附加脉冲产生的原因可知，它们总是出现在 2DPSK 信号过零位置附近。这些附加脉冲宽度主要取决于 2DPSK 信号转换为数字脉冲信号的处理技术。相乘时，两数字量同时改变引起的附加脉冲只决定于信号的前后沿，因此只需避开这些附加脉冲出现的位置进行取样，便可以判别码元的真实电平“0”或“1”，然后恢复它们的正确码元周期，以得到正确的差分码码元。具体作法是：将图 6 中信号 C 输入延时触发器 D 端，

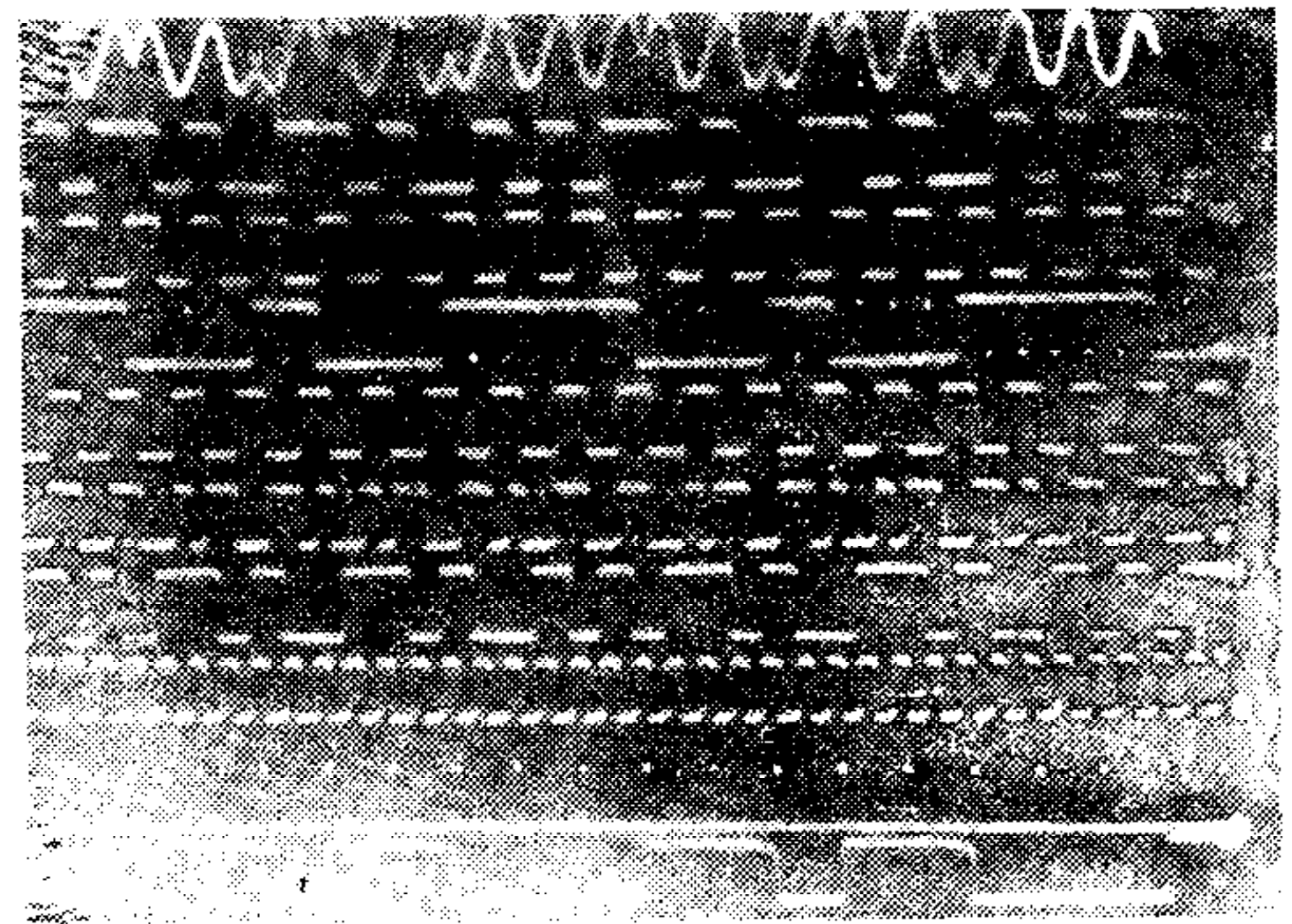


图 6 2DPSK 码锁相解调过程波形
(从上至下各线对应图 5 中 a, a', b, c, d, e, a'', f, g, h 各点)

表 1 数字相乘真值表

A	B	C
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	1

而把 VCO 的 90 度移相信号经变狭处理后,作该寄存器的时钟信号,便完成了这一工作。显然,最后得到的信号正是所需要的准确差分码元,该延时触发器的时钟即为这个码的位同步脉冲,整个码元滞后原输入信号 $\frac{T}{4}$ 周期(见图 6, c, d, g, h 波形)。

三、结 语

本文以简单的计算证明,用数字电路可以模拟某些模拟锁相电路,从而将这些电路改变为数字电路是完全可行的。由于所设计的环路建立在检测相移键控信号的过零参考点的基础上,因而单纯用数字信号的基波来进行分析就不能导出图 5 所示环路。实验证明,用一个前后沿均很陡的数字信号输入图 5 的 a' 端时,如果没有环节 τ 存在,则得不到 V_c 讯号,因而根本不能实现相位锁定。

作者用本文介绍过的思想研制了数字化考斯托斯锁相环,从 2DPSK 信号得到差分码输出,并在此基础上附加少量器件完成了二进制原码的恢复。实践证明,所设计的锁相环性能可靠、抗干扰能力强、结构简单便于集成化,现已正式用于数字通讯系统中。

本工作进行中,得到毛绪瑾、汪蔚霄同志的指导和帮助,特致谢意。

参 考 文 献

- [1] Gupta, S. C., Phase-Locked Loop, Proc. IEEE, 63(1975), 291—306.
- [2] Natali, F. D., An Digital Coherent Demodulator Techniques, In Proc. Int Telemetering Conf. VIII (1972), 89—108.
- [3] Greco, J., Garodnick, J., Schilling, D. L., An Digital Phase Locked Loop, Proc. Int Telemetering Conf. VIII (1972), 119—123.
- [4] 郑继禹等, 锁相环路原理与应用, 人民邮电出版社, 1976 年版。

AN ANALYSIS AND DEVELOPMENT OF A DIGITIZED COSTAS PHASE LOCKED LOOP

ZENG FENGCHI

(Institute of Automation, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, an analysis and development of a digitized Costtas PLL is presented. The calculation shows that the traditional one can be replaced by digital circuits simply.

The digitized costas PLL developed by the author has merits of simplicity, reliability and ease to integrate.