

关于电力系统状态估计中不良数据的估计识别方法

李希武

(电力科学研究院)

摘 要

在电力系统状态估计中,某些作者提出了不良数据的估计识别方法^[1,2],本文试图把它们统一起来,并进行评价.文章利用其所定义的残差正规化灵敏度矩阵对不良数据估计误差、方法的可行性和适用范围等进行了分析.另外在控制计算机上实现其算法提出了建议.

不良数据的分析在电力系统状态估计中占有非常重要的地位,因为由远动装置从各地区收集到调度中心的大量数据中,常常不可避免地混有误差很大的不正常数据.不良数据的分析,包括检测和识别等方面的内容,国外文献[3,4,5]曾提出 χ^2 -检验, t -检验、残差搜索以及非二次准则识别等方法,这些方法对单个不良数据的分析是有效的.1979年我国文献[1]、[2]分别独立地提出了不良数据的估计识别方法,可用于多个不良数据的分析.这两种估计识别方法虽然数学处理上略有不同,但基本思想是一致的.

本文的目的是希望把两种方法统一起来,对其性能作一些分析和评价.本文同样以电力系统的静态估计为基础,并假定量测误差服从正态分布.

一、残差正规化方程

设电力系统的量测方程为:

$$\mathbf{z} = h(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (1.1)$$

假定 \mathbf{v} 的分量相互独立,且具有正态分布 $N(0, \sigma_i^2)$,其协方差为 R .若 $m > n$,则根据最小二乘法,可以导出残差方程:

$$\mathbf{r} = W\mathbf{v}. \quad (1.2)$$

定义残差正规化灵敏度矩阵

$$W^* = [I - H^*(H^{*T}H^*)^{-1}H^{*T}], \quad (1.3)$$

其中

$$H^* = \sqrt{R^{-1}}H, \text{ 令 } \mathbf{r}^* = \sqrt{R^{-1}}\mathbf{r}, \mathbf{v}^* = \sqrt{R^{-1}}\mathbf{v}.$$

则由(2.2)可得

表1 残差正规化灵敏度矩阵 W

测点 序号	P_1	P_{12}	P_{13}	P_{31}	P_{32}	P_3	P_{34}	Q_1	Q_{12}	Q_{13}	Q_{31}	Q_{32}	Q_3	Q_{34}	V_1	V_2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0.3791	-0.4371	-0.1412	0.1424	-0.0142	0.0274	-0.0458	0.0004	-0.0151	0.0187	-0.0141	0.0122	0	0	-0.0007	0.0024
2	-0.4371	0.6554	-0.0588	0.0593	-0.1465	-0.0390	0.0650	0.0101	0	0.0120	-0.0098	-0.0050	-0.0059	0.0067	-0.0001	0.0008
3	-0.1412	-0.0588	0.9229	0.0777	0.1478	0.0708	-0.1181	-0.0108	-0.0152	0.0055	-0.0031	0.0179	0.0065	-0.0075	-0.0005	0.0015
4	0.1424	0.0593	0.0777	0.9215	-0.1492	-0.0715	0.1192	0.0105	0.0152	-0.0057	0.0032	-0.0178	-0.0065	0.0074	0.0012	-0.0008
5	-0.0142	-0.1465	0.1478	-0.1492	0.4836	-0.2196	0.3661	-0.0105	0.0123	-0.0275	0.0222	-0.0051	0.0061	-0.0069	0.0002	-0.0024
6	0.0274	-0.0390	0.0708	-0.0715	-0.2196	0.1693	-0.2822	-0.0013	0.0079	-0.0111	0.0087	-0.0059	0.0006	-0.0007	0.0003	-0.0010
7	-0.0458	0.0650	-0.1181	0.1192	0.3661	-0.2822	0.4705	0.0022	-0.0132	0.0186	-0.0145	0.0099	-0.0011	0.0013	-0.0006	0.0017
8	0.0004	0.0101	-0.0108	0.0105	-0.0105	-0.0013	0.0022	0.4239	-0.4406	-0.1543	0.1415	-0.0308	0.0398	-0.0454	0.0162	0.0287
9	-0.0151	0	-0.0152	0.0152	0.0123	0.0079	-0.0132	-0.4406	0.6370	-0.0870	0.0895	-0.1317	-0.0239	0.0272	-0.0324	-0.0246
10	0.0187	0.0120	0.0055	-0.0057	-0.0275	-0.0111	0.0186	-0.1543	-0.0870	0.9213	0.0606	0.1217	0.0760	-0.0867	0.0583	0.0637
11	-0.0141	-0.0098	-0.0031	0.0032	0.0222	0.0087	-0.0145	0.1415	0.0895	0.0606	0.9303	-0.1135	-0.0758	0.0865	0.0565	0.0511
12	0.0122	-0.0050	0.0179	-0.0178	-0.0051	-0.0059	0.0099	-0.0308	-0.1317	0.1217	-0.1135	0.4278	-0.2929	0.3341	-0.0057	-0.0160
13	0	-0.0059	0.0065	-0.0065	0.0061	0.0006	-0.0011	0.0398	-0.0239	0.0760	-0.0758	-0.2929	0.2779	-0.3170	0.0187	0.0123
14	0	0.0067	-0.0075	0.0074	-0.0069	-0.0007	0.0013	-0.0454	0.0272	-0.0867	0.0865	0.3341	-0.3170	0.3615	-0.0213	-0.0140
15	-0.0007	-0.0001	-0.0005	0.0012	0.0002	0.0003	-0.0006	0.0162	-0.0324	0.0583	0.0565	-0.0057	0.0187	-0.0213	0.5077	-0.4911
16	0.0024	0.0008	0.0015	-0.0008	-0.0024	-0.0010	0.0017	0.0287	-0.0246	0.0637	0.0511	-0.0160	0.0123	-0.0140	-0.4911	0.5095

$$\mathbf{r}^* = W^* \mathbf{v}^* \quad (1.4)$$

称为残差正规化方程。

容易证明,加权残差 \mathbf{r}^* 的方差阵为:

$$E(\mathbf{r}^* \mathbf{r}^{*T}) = W^*. \quad (1.5)$$

残差正规化灵敏度矩阵具有对称性和等幂性。与原残差灵敏度矩阵相比,测量值之间的相关性(以 W 的非对角元素衡量)更加清晰。在上述变换中,对角元素值保持不变。下面将会看到,对角元素在不良数据的分析中具有十分重要的意义。

一个简单实例的残差正规化灵敏度矩阵如表 1 所示。

本文将在 (2.4) 式基础上进行分析。式 (2.4) 与 (2.2) 形式上完全相同。凡无特殊必要时,均不用 * 来区别两者。

二、最小方差估计

如果在量测系统中发生了不良数据,如 i, j, k 等点共 S 个,且满足可估计性条件(见第四节)则可以用最小二乘法对 S 点不良数据进行估计,其方法有二:

1) 文献 [1] 把 (2.2) 式写为

$$\mathbf{r} = W_s \mathbf{v}_s + W \mathbf{v}, \quad (2.1)$$

由此得到不良数据估计公式为

$$\hat{\mathbf{v}}_s = (W_s^T G^{-1} W_s)^{-1} W_s^T G^{-1} \mathbf{r}. \quad (2.2)$$

2) 文献 [2] 把 \mathbf{v}_s 分解为不良数据向量 \mathbf{b}_s 和常规随机误差向量之和,这时 (2.2) 式可写成

$$\mathbf{r} = W_s \mathbf{b}_s + W \mathbf{v}. \quad (2.3)$$

由此得

$$\hat{\mathbf{b}}_s = (W_s^T R^{-1} W_s)^{-1} W_s^T R^{-1} \mathbf{r}, \quad (2.4)$$

其中 G^{-1} , R^{-1} 分别为推荐的加权阵。

对 \mathbf{v}_s 估计和对 \mathbf{b}_s 估计两种方法均需事先确定可疑数据点号,检查其可估计性,然后进行估计,最后根据估计值 \mathbf{v}_s 或 \mathbf{b}_s 断定这些点是否为不良数据,故称为估计识别。若可疑数据不能正确确定,则有可能要对不同的可疑数据组合进行多次估计,才能得到正确的结果。

把上述估计方法的思想应用到残差正规化方程 (2.4), 同样可以得到对 \mathbf{v}_s 和对 \mathbf{b}_s 估计两种方法。它们之间有什么内在联系,它们的最小方差估计的加权阵形式如何,这是本节要讨论的问题。

在单位加权阵时,对 \mathbf{v}_s 和对 \mathbf{b}_s 两种估计方法的估计值相等,而其估计方差阵具有下列关系式:

$$\text{Var } \hat{\mathbf{b}}_s = \text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s + I_s. \quad (2.5)$$

证: 这时

$$\hat{\mathbf{v}}_s = \hat{\mathbf{b}}_s = (W_s^T W_s)^{-1} W_s^T \mathbf{r}, \quad (2.6)$$

且其估计误差方差阵分别为:

$$\text{Var } \hat{\mathbf{b}}_s = E(\mathbf{b}_s - \hat{\mathbf{b}}_s)(\mathbf{b}_s - \hat{\mathbf{b}}_s)^T = (W_s^T W_s)^{-1}, \quad (2.7)$$

$$\text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s = (W_s^T W_s)^{-1} W_s^T W_s W_s^T W_s (W_s^T W_s)^{-1}. \quad (2.8)$$

不失一般性,把 s 个不良数据排列在最前面,则:

$$W_s W_s^T = \begin{pmatrix} W_{1,1} - \sum_{i=1}^s W_{1i}^2 & W_{1,2} - \sum_{i=1}^s W_{1,i} W_{2,i} \cdots W_{1,m} - \sum_{i=1}^s W_{1,i} W_{m,i} \\ \vdots & \vdots \\ W_{m,1} - \sum_{i=1}^s W_{1,i} W_{m,i} & W_{m,2} - \sum_{i=1}^s W_{2,i} W_{m,i} \cdots W_{m,m} - \sum_{i=1}^s W_{m,i}^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{即 } W_s W_s^T = W - W_s W_s^T. \quad (2.9)$$

$$\text{于是 } \text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s = (W_s^T W_s)^{-1} W_s^T (W - W_s W_s^T) W_s (W_s^T W_s)^{-1},$$

故 $\text{Var } \hat{\mathbf{b}}_s = \text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s + I_s$. 证毕.

(3.5) 式并不表明从方差观点来衡量两种估计方法之间有什么优劣的差别,而只是表明其间的关系,(3.5) 式的物理意义是清楚的.

单位阵是使不良数据的估计误差方差阵达到极小的加权阵.

证: 先证对 \mathbf{b}_s 估计的情况.

若 C 为任意 $m \times s$ 矩阵,则 $C^T C$ 为非负定阵,即 $C^T C \geq 0$.

$$\text{令 } C = W B W_s (W_s^T B W_s)^{-1} - W_s (W_s^T W_s)^{-1},$$

其中 B 为任意对称正定的加权阵. 考虑到 W 的等幂性和对称性,则由 $C^T C \geq 0$ 可得:

$$(W_s^T B W_s)^{-1} W_s^T B W B W_s (W_s^T B W_s)^{-1} \geq (W_s^T W_s)^{-1}. \quad (2.10)$$

即为所证.

再证明对 \mathbf{v}_s 估计的情况.

由式 (3.9) 和 (3.10) 可得:

$$\begin{aligned} (\text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s)_B &= (W_s^T B W_s)^{-1} W_s^T B W_s W_s^T B W_s (W_s^T B W_s)^{-1} \\ &= (W_s^T B W_s)^{-1} W_s^T B W B W_s (W_s^T B W_s)^{-1} - I_s \geq (W_s^T W_s)^{-1} - I_s, \end{aligned}$$

故 $(\text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s)_B \geq (\text{Var } \hat{\mathbf{v}}_s)_1$. 证毕.

文献 [2] 采用 R^{-1} 为加权阵的估计与 (3.6) 式完全等价,即是最小方差估计. 文献 [1] 采用加权阵 G^{-1} ,不但不能得到最小方差估计,而且增加了计算的麻烦,不良数据的不同组合都得重新计算 G^{-1} .

以上证明了 \mathbf{v}_s 估计和 $\hat{\mathbf{b}}_s$ 估计的对应关系,分析表明, \mathbf{b}_s 的最小方差估计的表达式可以进一步简化,本文以下各节将以对 \mathbf{b}_s 的估计作为代表,来分析这类估计方法的性能.

三、估计方差

由于 W 的对称性和等幂性,有

$$W_s^T W_s = W_{s \times s},$$

$$W_s^T \mathbf{r} = W_s^T W \mathbf{v} = W_s^T \mathbf{v} = \mathbf{r}_s,$$

于是式 (3.6) 和 (3.7) 分别变为

$$\hat{\mathbf{b}}_s = W_{s \times s}^{-1} \mathbf{r}_s, \quad (3.1)$$

$$\text{Var } \hat{\mathbf{b}}_s = W_{s \times s}^{-1}. \quad (3.2)$$

若 $s = 1$, 且第 i 点为不良数据时, 则

$$\hat{b}_i = W_{i,i}^{-1} r_i, \quad (3.3)$$

$$\text{Var } \hat{b}_i = W_{i,i}^{-1}. \quad (3.4)$$

(4.1)–(4.4) 是非常重要的结果, 公式简单, 计算方便. 作为简化计算的方法, 文献 [2] 已得到 (4.1) 式.

式 (4.2) 和 (4.4) 表明: 不良数据估计误差的最小方差阵为由 W 的相应元素组成的对称正定矩阵之逆阵, 而单个不良数据的最小估计方差为 W 的相应对角元素的倒数.

由于相关性的存在, 同时估计的点数越多, 同一点估计方差越大. 单点的估计方差从这个意义上讲是最小的, 即与 $W_{s \times s}^{-1}$ 中相应的对角元素相比 $W_{i,i}^{-1}$ 最小, 是第 i 点估计的最小方差. 这一结论的证明就是下述命题的证明:

若

$$W_{(s+1) \times (s+1)} = \begin{pmatrix} W_{s \times s} & W_{s \times 1} \\ W_{s \times 1}^T & W_{i,j} \end{pmatrix},$$

则根据分块方阵求逆公式有

$$W_{(s+1) \times (s+1)}^{-1} = \begin{pmatrix} \tilde{W}_{s \times s}^{-1} & \times \\ \times & \times \end{pmatrix}.$$

要证明: $\tilde{W}_{s \times s}^{-1}$ 的对角元素较 $W_{s \times s}^{-1}$ 相应的对角元素的数值大.

证: 根据矩阵的反演公式有

$$\tilde{W}_{s \times s}^{-1} = W_{s \times s}^{-1} + W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1} (W_{i,j} - W_{s \times 1}^T W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1})^{-1} W_{s \times 1}^T W_{s \times s}^{-1},$$

容易看出, 上式右边括弧中为一纯数. 以 α 表之, 且 $\alpha \geq 0$. 故有

$$\tilde{W}_{s \times s}^{-1} = W_{s \times s}^{-1} + \Delta W_{s \times s}^{-1} \quad (3.5)$$

其中 $\Delta W_{s \times s}^{-1} = \frac{1}{\alpha} (W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1}) (W_{s \times 1}^T W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1})^{-1}$ 为对称正定阵. 故

$$\tilde{W}_{i,i}^{-1} > W_{i,i}^{-1}, \quad (i = 1, 2, \dots, s) \quad (3.6)$$

即为所证.

证明 $\alpha = (W_{i,j} - W_{s \times 1}^T W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1}) \geq 0$.

根据“矩阵型”的许瓦茨不等式, 有

$$B^T B \geq (AB)^T (AA^T)^{-1} (AB),$$

其中 A, B 分别为 $n \times m$ 和 $m \times l$ 矩阵, 且 (AA^T) 为可逆阵.

令 $B = \mathbf{w}_j$, $A = W_s^T$ (即 $n = s$, $m = m$, $l = 1$) 代入许瓦茨不等式, 有

$$W_{i,j} \geq W_{s \times 1}^T W_{s \times s}^{-1} W_{s \times 1},$$

即 $\alpha \geq 0$. 证毕.

以表 1 所示的 W 值为例, 用对角元素的倒数计算一下最小估计方差, 可得单个不良数据的估计方差中最大和最小值分别为 5.91 和 1.075.

现在根据本节分析得到的结果来衡量一下可靠估计识别的范围. 根据正态分布特

性,对于零值不良数据估计的结果将以 0.135% 的概率得到大于 $\frac{3}{\sqrt{W_{i,i}}}$ 值,对于 $b_i = 6 \times \sqrt{W_{i,i}^{-1}}$ 估计的结果,同样以 0.135% 的概率得到小于 $3 \times \sqrt{W_{i,i}^{-1}}$ 的值. 为此,为了有效地区分是否存在不良数据则 b_i 应满足:

$$b_i > 3(2 \times \sqrt{W_{i,i}^{-1}}). \quad (3.7)$$

对于表 1 W 值中的两种极端情况,有:

$$b_i > 6 \times \sqrt{5.91} = 14.6,$$

$$b_i > 6 \times \sqrt{1.075} = 6.45.$$

(4.7) 式是一个较为苛刻的条件,如能满足,则对单个不良数据的估计识别不可能发生错误. 若允许稍大的识别错误的概率,则条件可以放宽. 数字模拟试验(详见第五节)表明,对 $b_6=15$ 的单点不良数据的估计,在 1000 次重复试验中有 2 次得到了估计值小于 7.7 (即 $< 15 - 3 \times \sqrt{W_{6,6}^{-1}}$) 的结果.

从以上的数字中,可以看出各测点不良数据的估计方差是不相等的,有的方差可能太大,使得对数值不够大的不良数据的估计,将以较大的概率落入正常的量测误差范围,使其结果无法置信. 为了使得对各测点不良数据的估计方差大致相同、其值尽可能小,观测点的安排应该使残差灵敏度矩阵的对角元素尽可能相等,并且尽可能大. 对角元素之和对一个确定的量测系统来说是一个常数,即

$$\sum_{i=1}^m W_{i,i} = m - n. \quad (3.8)$$

因此,对角元素的平均值为

$$\bar{W}_{i,i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m W_{i,i} = \frac{m - n}{m},$$

一般推荐 $\eta = \frac{m}{n} = 1.8 - 2.8$,

$$\text{此时 } \bar{W}_{i,i} = 1 - \frac{1}{\eta} = 0.444 - 0.644.$$

即不良数据可靠估计识别的 b_i 值应在 $(9.0 - 7.5)\sigma_i$ 以上. 这个数字是在假设量测系统测点布置均匀(W 对角元素相等),采用估计误差方差阵为最小的加权阵,对单点进行估计得到的(即在最有利的条件下得到的),应该可以作为评价这类估计识别方法的一个参考数字. 这与一般期望识别数值超过 $3\sigma_i$ 以上的不良数据的要求差距甚大. b_i 的数值小了,则发生识别错误的概率增大. 因此,把这一类估计识别方法推广到小的不良数据,例如电力系统参数误差的估计是不会取得良好结果的.

四、可估计性的判别

在残差方程(2.2)或(2.4)中,如果 W 是满秩的,则 W 有逆,从而可求得 v ,并判定是否存在不良数据. 实际上, W 的秩为 $(m - n)$. 由此,不良数据的个数 s 不能大于 $(m -$

n), 即 $s \leq (m - n)$ 是判别 \mathbf{b}_s 可估计性的基本条件. 此外, 由式 (4.1) 可知, 若 $W_{s,s}^{-1}$ 不存在, 则 \mathbf{b}_s 是不可估计的, 所以 $W_{s,s}^{-1}$ 的存在性是进一步判别 \mathbf{b}_s 是否可估计的条件.

以下从分析 W 的特点出发, 提出一个简单、实用的可估计性判别方法.

根据前节关于相关性对估计方差影响的分析可知, 如果估计方差很大, 以至估计值已无法置信时, 这种不良数据的组合应视为不可估计的. 由此, 是否可估在数学上可表述如下:

若 s 个不良数据的组合是可估计的, 即 $W_{s,s}^{-1}$ 的对角元素值在正常范围内, 若另有第 i 点也为不良数据, 则这 $(s + 1)$ 点的组合是否仍是可估计的, 要用第 i 点与前 s 点的相关性(以 $W_{s,x1}$ 表示的), 根据下式计算 $\Delta W_{s,s}^{-1}$ 来确定:

$$\Delta W_{s,s}^{-1} = \frac{1}{\alpha} (W_{s,s}^{-1} W_{s,x1}) (W_{s,s}^{-1} W_{s,x1})^T.$$

若 $\Delta W_{s,s}^{-1}$ 和 $W_{s,s}^{-1}$ 的相应对角元素是可比拟的, 或甚至大大超过, 则 $(s + 1)$ 点组合是不可估计的.

分析 W 元素的数值表明, 可以把其非对角元素按绝对值的大小划分为三个范围:

- 1) $|W_{i,j}| < 0.02$, 表示有关测点之间相互影响很小, 可以认为是不相关的;
- 2) $|W_{i,j}| \approx 0.02 - (0.15 - 0.20)$, 相互稍有影响或弱相关;
- 3) $|W_{i,j}| \approx (0.15 - 0.20) - 1$, 相互有较大影响或强相关.

为区别这三者, 在表 1 中用粗线划出范围.

如果忽略几乎不相关的元素, 则

$$W \approx \begin{pmatrix} W_p & 0 \\ 0 & W_q \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

而整个量测系统可以看成由两个准相互独立的系统所组成. 如果进一步忽略弱相关元素, 则

$$W \approx \begin{pmatrix} W_a & & 0 \\ & W_b & \\ 0 & & \dots \\ & & & W_l \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

即 W 近似对角分块矩阵, 而整个量测系统分解为若干个(本例中为九个)准相互独立的系统. 这一特点对电网的量测系统具有一定的普遍性, 例如有功量测和无功及电压量测几乎是不相关的.

容易证明

$$\text{Var } \hat{\mathbf{z}} = I - W. \quad (4.3)$$

所以, $W_{i,i}$ 表示整个系统对第 i 点量测量提供的相对信息量.

对任一自由度(对角元素之和)为 k 的 $m \times m$ 对称正定矩阵, 若 $m \geq s \geq k$, 则 $W_{s,s}^{-1}$ 必不存在.

W 的每一分块代表了一个准独立的子系统, 而且注意到每一分块对角元素之和接近于整数 k (在本例中每分块均有 $k=1$), 这表示每一子系统的自由度接近于 k . 因此, 是否可以说每一分块可允许同时存在的不良数据为 k 个, 多于 k 个时, 这一分块所代表的子系统是不可估计的? 对本例的计算表明, 当 $s > k$ 时, $W_{s,s}^{-1}$ 并不是不存在, 只是其数值很大

(参见下节)。这一点可作如下解释:

W 分块矩阵以外的元素虽然数值很小,但不等于零,这表明每一分块所代表的子系统与整个系统的其余部分不是完全隔绝的,而是有信息联系的。若子系统内存在大于其自由度的不良数据个数,则这些不良数据仍可根据整个系统对该子系统提供的微弱信息进行估计,但估计方差很大(W_{ii} 对角元素很大)。

这样,根据相关性将 W 划分为对角分块矩阵的方法提供了一个实用的、直观的不良数据可估计性的判别方法,即当与每一分块对应的子系统的不良数据均不超过相应分块矩阵对角元素之和的最邻近的整数时是可估计的,否则是不可估计的。

五、数字模拟试验结果

实例取自文献[1],量测系统的配置如图1所示。残差正规化灵敏度矩阵计算结果如表1所示。

数字模拟试验是在电力科学研究院的6912计算机上进行的,现列出其中部分试验结果:

1) 同一测点的不良数据估计方差,单个出现时为最小,多个组合出现时,方差增大。其增大程度依赖于相关性,具体数字可参见表2。

2) 单位加权阵时, b_i 和 v_i 的估计方差相差整数1, 采用 G^{-1} 或 D^{-1} 为加权阵时的方差大于单位加权阵时的方差,见表3。

3) 按矩阵分块确定自由度判定可估计性的方法是可行的。参考表2, 3, 4。相应地有 W_i 子系统的不可估组合。凡不包含不可估组合的任意不良数据组合均是可估的。

4) 正如线性理论所证明的那样,残差以及不良数据估计值非常接近于正态分布。

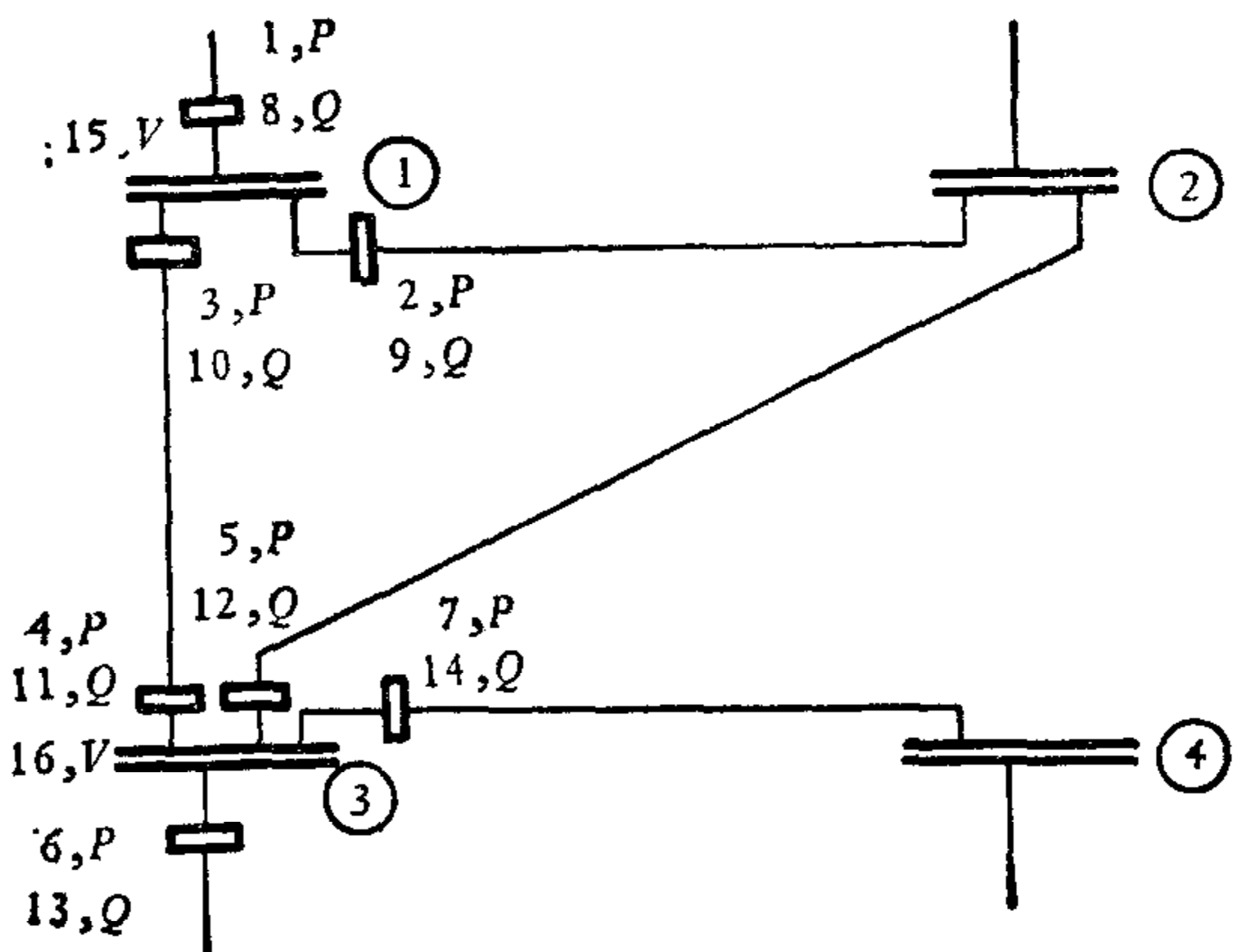


图1 110KV四结点网络及其量测系统

表2 不同组合的不良数据估计方差

组合点号 方差 点号	1或6*	1, 6	1, 3, 6	1, 3, 4, 6	1, 3, 4, 6, 8
	1	2	3	4	5
1	2.6378	2.6676	2.8688	3.1771	3.1773
6	5.9067	5.9733	6.2586	6.6946	6.6947

表 3 两种估计方法不同加权阵时的估计方差(五点组合)

估计方法		点号	1	3	4	7	11
		加权阵					
v_i 估计	G^{-1}		2.1827	0.2568	0.2614	1.4125	0.0767
	I		2.1816	0.2567	0.2613	1.4115	0.0767
b_i 估计	D^{-1}		3.1819	1.2569	1.2615	2.4120	1.0892
	I		3.1816	1.2567	1.2613	2.4115	1.0767
$W_{s,s}$ 相应对角元素			3.1812	1.2568	1.2614	2.4118	1.0768

表 4 本例 W_p 子系统的不可估组合及其方差

组合	(1,2)		(5,6)		(6,7)		(5,7)		(5,6,7)		
点号	1	2	5	6	6	7	5	7	5	6	7
方差	12.0647	6.8678	5.2329	15.6991	很大	很大	4.8236	4.9264	很大	很大	很大

六、在线应用的可能性及结语

1. 在线应用的可能性

本文在讨论不良数据估计识别方法的性能中所得到的的一些结果,具有实用意义,它们可作为文献[1,2]所提方法的改进和简化:(1)不良数据估计值和估计方差可分别用(4.1)~(4.4)进行计算;(2)可估计性可用 W 的准对角分块阵的对角元素之和来判断;(3)考虑到残差灵敏度矩阵正规化后的对称性,以及把它分解为有功、无功两个几乎不相关的子系统分别处理的可能性,存储 W 的容量可减为原要求的四分之一左右,计算工作量也相应减小。

文献[6]关于不良数据分析所采用的方法,相当于(4.1)式的特殊情况,即(4.3)式的应用,公式是在近似化下得到的,只适用于单个不良数据的情况。

很明显 W 与 W^* 之间的变换是一一对应的,故所有以上各节的分析结果均可经适当变换应用到残差方程(2.2)。例如:实际不良数据估计值 $\hat{b}_s = \sqrt{R_s} \hat{b}_s^*$, 实际不良数据估计误差方差阵 $\text{Var } \hat{b}_s = \sqrt{R_s} (\text{Var } \hat{b}_s^*) \sqrt{R_s}$ (证明从略)。这样,就可以把残差正规化方程计算的结果换算到实际量测系统。

根据以上分析,按在线应用的要求,这类估计方法除需要有较大的存储容量,在系统结构改变或其运行点有较大改变时需重新计算 W 等局限性以外,还有:

- 1) 在不良数据值不足够大(例如 9σ 以下)的情况下,估计识别成功的概率降低;
- 2) 对于本文所定义的不可估组合情况,不良数据的估计是不可置信的,这种组合在实际情况中容易遇到;
- 3) 没有一个良好的检测系统来确定可疑数据,则估计的效果和效能降低。

2. 结语

模拟试验表明,本文采用的分析方法和分析所得结果是正确的。

在对不良数据的估计方差进行了较为具体的分析后,得到了这类估计方法的适用范围以及估计识别成功的概率的数值概念.同时,对估计方法进行了改进.

符 号 意 义 表

z, v ——分别为 m 维量测向量和误差向量;

x —— n 维状态向量;

$r = z - \hat{z} = z - h(\hat{x})$, 残差向量;

\hat{z}, \hat{x} ——分别为 z 和 x 的估计值;

W ——为 $m \times m$ 阶残差灵敏度矩阵;

$$W = [I - H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1}];$$

H ——为 $m \times n$ 阶 Jacobian 矩阵, $H = \frac{dh^T(x)}{dx}$;

$W_{i,j}$ —— W 的第 i 行、 j 列元素;

w_j ——分别为第 j 列向量;

W_s, W_t ——分别由 W 中相应的 s 列或 t 列向量组成的 $m \times s$ 或 $m \times t$ 阶矩阵;

$W_{s \times s}, W_{s \times 1}$ ——分别由 W 相应的元素组成的 $s \times s$ 或 $s \times 1$ 阶矩阵;

G ——由 W, v_i 的方差阵的对角元素组成的对角阵;

D ——由 W 的对角元素组成的对角阵;

v_s, b_s —— s 维不良数据向量的两种表示形式;

\bar{v}_s, \bar{b}_s ——分别为 v_s 和 b_s 的估计值.

σ ——方差

参 考 文 献

- [1] 相年德、王世纓、于尔铿,电力系统状态估计中的不良数据估计识别法,清华大学学报,第19卷(1979),1—19.
- [2] 马志强,系统的可观测性与不良数据的再估计识别,电网技术,(1979),2,66—79.
- [3] Merrill, H. M., Schweppe, F. C., Bad Data Suppression for Power System Static State Estimation, *IEEE Transactions on Power Apparatus & Systems*, PAS-90(1971), 2718—2725.
- [4] Handschin, E. J., Schweppe, F. C., J., Kohlas, Fiechter, A., Bad Data Analysis for Power System State Estimations *IEEE Transactions on Power Apparatus & Systems*, PAS-94(1975), 329—337.
- [5] Aboytes F. Corg B. J. Identification of Measurement, Parameter and Configuration Errors in Static State Estimation, 1975 PICA Conference Proceedings, (1975), 298—302.
- [6] Garcia, A. Monticelli A. Abreu, P. Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing, *IEEE Transactions on Power Apparatus & Systems*, PAS-98 (1979), 1645—1652.

ON BAD DATA IDENTIFICATION METHOD FOR POWER SYSTEM STATE ESTIMATION

LI XIWU

(Electric Power Research Institute)

ABSTRACT

In the scope of power system state estimation, some authors have proposed methods for bad data identification by means of its evaluation^[1,2], this paper attempts to generalize such methods and to give some comments on them. The bad data error evaluation, the feasibility and adaptability of the method have been tested and analysed, using the "normalized" residual sensitivity matrix defined in this paper. Some suggestions are proposed in the realization of the algorithm on control computers.