

连续系统混合仿真中的数字校正问题

丁桂春 邹慧娜

(北京永定计算站)

摘 要

本文介绍了连续系统数字-模拟混合仿真中数字校正的普遍性和特殊性,推导了数字校正网络的理论特性,指出在选择数字校正网络时必须考虑的因素,如可实现性、稳定性、阻尼特性和频带宽度等。介绍了三种选择校正网络的方法。最后,用例题说明网络精度及其通用性之间的关系。

一、引 言

数字-模拟混合仿真是在纯模拟机仿真的基础上发展起来的。它较好地兼收了模拟机和数字机的长处,提高了仿真精度,扩大了仿真能力,因而,得到了广泛的应用。

但是,由于数-模、模-数转换装置(以下简称转换装置)及数字机接入到仿真系统时,它们本身的传递特性会给仿真带来误差,严重时,可导致仿真系统失去稳定。因此,补偿数字机及转换装置的影响是混合仿真中必须解决的普遍问题。利用提高数字机的计算速度,从而提高采样频率,可以使数字机及转换装置的影响降低。但这将导致对数字机及转换装置提出过高的要求,在经济上付出过高的代价。一般都不采取这种方法。而是选择适当的校正网络予以补偿。

混合仿真中的校正问题与一般的控制系统校正问题是有区别的。它要求准确地补偿数字机及转换装置所造成的影响,欠补不行,过补也不行。这是混合仿真中校正问题的特殊性。

是否可以用连续网络进行补偿呢?一般不这样做。因为数-模转换装置的输出直接加给具有微分特性的连续网络时会产生噪音,甚至会破坏仿真系统的正常工作。使用数字网络不会出现这个问题。

二、数字机及转换装置特性分析

1. 转换装置的传递特性

转换装置的传递特性由下式描述

$$G_{ho}(s) = \frac{1}{T} \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (1)$$

模-数转换装置可以看成是理想采样开关,它的输出信号中除含有输入信号的频率成份外,还包含无穷多高次谐波成份.这些高次谐波成份应该由理想滤波器(这里是用零阶保持装置近似代替)滤掉,以便恢复原来的输入信号.根据富里叶变换理论,模-数转换装置的输出被衰减 $\frac{1}{T}$ 倍,在研究转换装置传递特性时应予以考虑,才能保证从模-数到数-模的静态传递系数为 1(假定数字机程序 $D(z) = 1$).因此,在(1)式中应有一个常数 $\frac{1}{T}$. T 为采样周期.

以 $s = j\omega$ 代入(1)式,得到转换装置的幅、相频率特性为

$$A_{h0}(\omega) = \frac{|\sin 0.5\omega T|}{0.5\omega T}, \quad (2)$$

$$\phi_{h0}(\omega) = -0.5\omega T. \quad (3)$$

2. 数字机的传递特性

数字机(假定计算程序 $D(z) = 1$)的传递特性为一个延迟环节

$$G_d(s) = e^{-\tau s} \quad (4)$$

τ 为数字机的计算延迟时间,为分析方便,也包括数据转换引起的延迟时间,取 $\tau = T$.

由(4)式得到的数字机的幅、相频率特性为

$$A_d(\omega) = 1, \quad (5)$$

$$\phi_d(\omega) = -\omega T, \quad (6)$$

由公式(2), (3), (5), (6) 便可以得到数字机及转换装置的频率特性为

$$A(\omega) = A_{h0}(\omega)A_d(\omega) = \frac{|\sin 0.5\omega T|}{0.5\omega T}, \quad (7)$$

$$\phi(\omega) = \phi_{h0}(\omega) + \phi_d(\omega) = -1.5\omega T. \quad (8)$$

公式(7), (8) 表示数字机及转换装置对被仿真系统的影响.为了进行正确的补偿,数字校正网络的幅频特性应为 $A(\omega)$ 的倒数,相频特性的数值与 $\phi(\omega)$ 相同,符号相反.即

$$A_k(\omega) = \frac{1}{A(\omega)} = \frac{0.5\omega T}{|\sin 0.5\omega T|}, \quad (9)$$

$$\phi_k(\omega) = -\phi(\omega) = 1.5\omega T, \quad (10)$$

相应的数值如表 1 所示.

表 1

ωT	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	1.0	...
$A_k(\omega)$	1	1.0004	1.0017	1.0038	1.0067	1.0105	1.0207	1.0429	...
$\phi_k(\omega)$	0°	8.6°	17.2°	25.8°	34.4°	43°	60.2°	85.9°	...

三、选择校正网络时应考虑的因素

在混合仿真中,一般选用一阶或二阶网络.

一阶网络的形式为

$$D(z) = \frac{1+b}{1+a} \cdot \frac{z+a}{z+b}, \quad (11)$$

根据 z 域与 s 域之间的关系

$$z = e^{Ts}. \quad (12)$$

以 $s = j\omega$ 代入上式,并利用欧拉公式,最后得到一阶网络的幅、相频率特性为

$$A_c(\omega) = \frac{1+b}{1+a} \sqrt{\frac{1+a^2+2a\cos\omega T}{1+b^2+2b\cos\omega T}}, \quad (13)$$

$$\phi_c(\omega) = \tan^{-1} \frac{(b-a)\sin\omega T}{1+ab+(a+b)\cos\omega T}. \quad (14)$$

用同样方法,也可以求出二阶网络

$$D(z) = \frac{1+c+d}{1+a+b} \cdot \frac{z^2+az+b}{z^2+cz+d} \quad (15)$$

的频率特性表达式.

公式(11)及(15)前面的系数是根据 z 变换的终值定理决定的,以保证网络本身的静态传递系数为 1.

网络选定之后,利用 z 反变换理论变成差分方程,由数字程序予以实现.

校正网络参数的确定.

1) 可实现性

校正网络必须是可以在物理上实现的.这就要求校正网络中分母 z 的阶次不小于分子 z 的阶次.

2) 稳定性

首先校正网络本身应该是稳定的.根据数字控制系统稳定条件,校正网络特征方程的根必须位于 z 平面的单位圆内.对于公式(11)表示的一阶网络,要求

$$|b| < 1, \quad (16)$$

对于公式(15)表示的二阶网络,要求

$$\frac{|-c \pm \sqrt{c^2 - 4d}|}{2} < 1. \quad (17)$$

但是在特殊情况下,网络本身的不稳定性并不破坏仿真系统的稳定,有时还能得到较好的校正效果.例如,二阶网络

$$4.5 \frac{z^2 - 0.5z}{z^2 + 1.2z + 0.05} \quad (18)$$

不满足公式(17),但是在应用于图 1 所表示的混合仿真系统时,校正效果比较好.

除要求网络本身的稳定性外,还应考虑网络的参数对整个仿真系统稳定性的影响.后者更为重要.

$$3.9583 \frac{z - 0.52}{z + 0.9} \quad (23)$$

结果引起了小幅度高频振荡^[1]。如果网络后面的环节具有较好的滤波特性，网络的小阻尼并不会引起仿真系统振荡。

那么，如何确定校正网络的阻尼特性呢？

假定网络特征方程有一对复根为

$$z_{1,2} = \alpha \pm j\beta, \quad (24)$$

s 平面的一对复变量为

$$s_{1,2} = u \pm jv, \quad (25)$$

$s_{1,2}$ 可视为形如

$$\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi_0\omega_0s + \omega_0^2} \quad (26)$$

的二阶系统特征方程的根。可以得到

$$s_{1,2} = -\xi_0\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\xi_0^2}. \quad (27)$$

将公式 (24), (25), (27) 代入到 (12) 式, 并利用欧拉公式, 得到

$$\alpha \pm j\beta = e^{-\xi_0\omega_0T} (\cos \omega_0T \sqrt{1-\xi_0^2} \pm j \sin \omega_0T \sqrt{1-\xi_0^2}). \quad (28)$$

令 (28) 式中实部、虚部对应项相等, 则

$$\alpha = e^{-\xi_0\omega_0T} \cos \omega_0T \sqrt{1-\xi_0^2}, \quad (29)$$

$$\beta = e^{-\xi_0\omega_0T} \sin \omega_0T \sqrt{1-\xi_0^2}. \quad (30)$$

对 (29), (30) 式赋予不同的 ξ_0 及 ω_0T 值, 在 z 平面得到一曲线族, 如图 4。

对该曲线族做如下几点说明:

1) 根据从 z 域变换到 s 域(或时域)的多值性, 本文只研究 $\omega_0T\sqrt{1-\xi_0^2}$ 在主带区间 $[-\pi, \pi]$ 内的变化情况。

2) 曲线族对称于实轴 α 。上半部分表示 $\omega_0T\sqrt{1-\xi_0^2}$ 从 0 到 π 的变化。

3) 曲线族上的数字 N 如 0.25, 0.5, ... 是 ω_0T 值。当网络的阻尼系数较小而引起振荡时, 振荡角频率为

$$\omega = \sqrt{1-\xi_0^2} \omega_0 = \frac{N}{T} \sqrt{1-\xi_0^2}. \quad (31)$$

从图 4 看到, 公式 (23) 表示的校正网络特征根为 $\alpha = -0.9$, 对应的阻尼系数为 $\xi_0 = 0.034$ 。

4) 频带宽度

表 1 给出校正网络频率特性的理论值。实际网络只能在一定的带宽上以一定的精度予以实现。如何确定校正网络的工作带宽呢? 一般地应以经过校正网络变化最快的信号频谱特性为依据, 这有时就是被仿真的连续系统的频谱特性。因为一般的信号或系统的频谱特性都是无限带宽的。所以应该选取一个频率点 ω_m , 使其满足

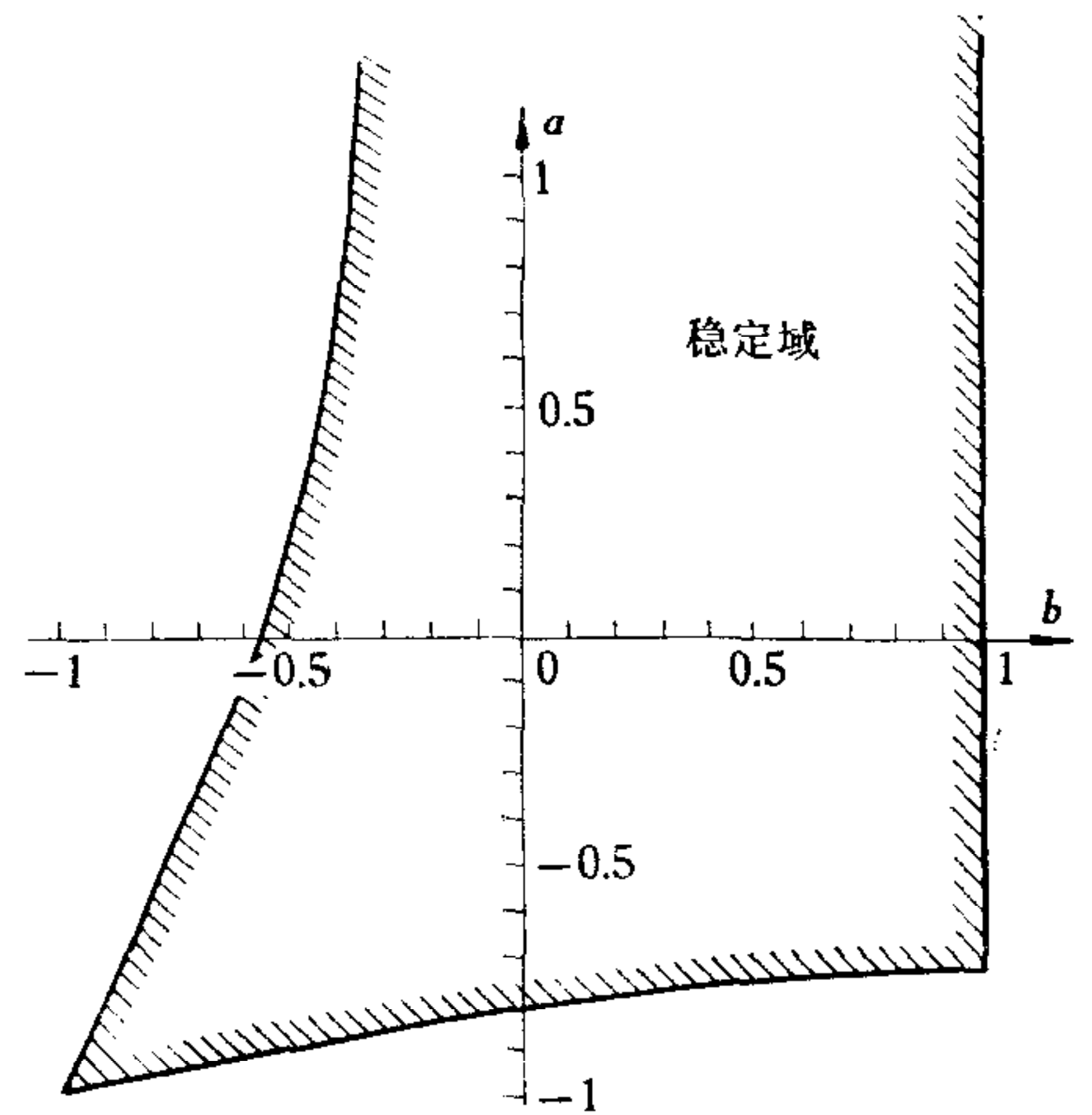


图 3

$$\Delta = \frac{\int_0^\infty |x(j\omega)|^2 d\omega - \int_0^{\omega_m} |x(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |x(j\omega)|^2 d\omega} \leq \varepsilon \quad (32)$$

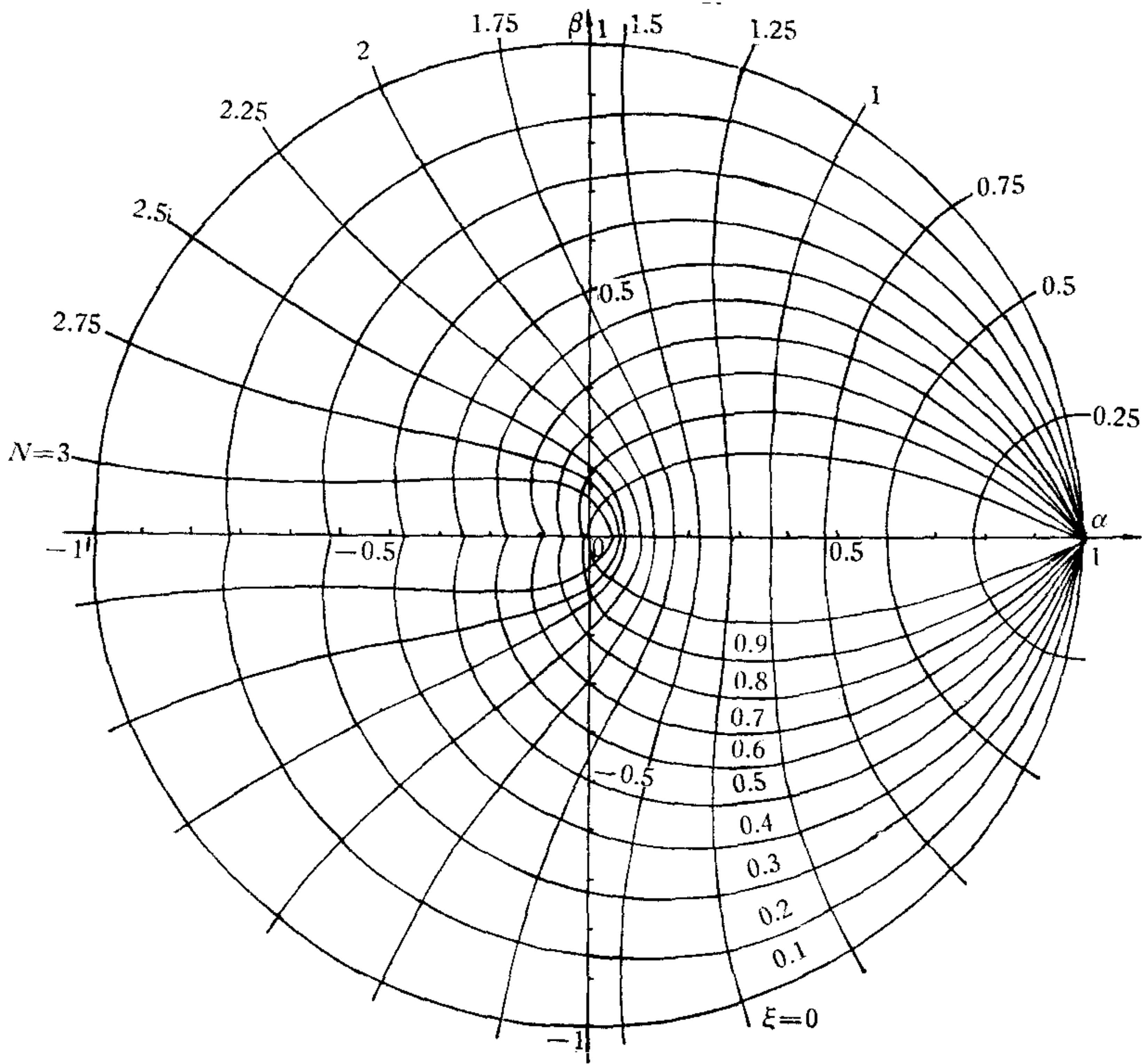


图 4

其中

$x(j\omega)$ 为经过校正网络的信号频谱或被仿真系统的频谱； ε 为根据仿真精度的要求确定的误差值。

频率点 ω_m 被认为是信号或系统的最高频率。高于 ω_m 的频率成份认为是可以忽略的。这样，校正网络应在 0 到 ω_m 频段内以一定精度满足表 1 的要求。

在图 5 中绘出了公式 (19) 所表示的二阶系统在 $\xi_0 = 0.4$, $\omega_0 = 3$ 时的频谱特性。如

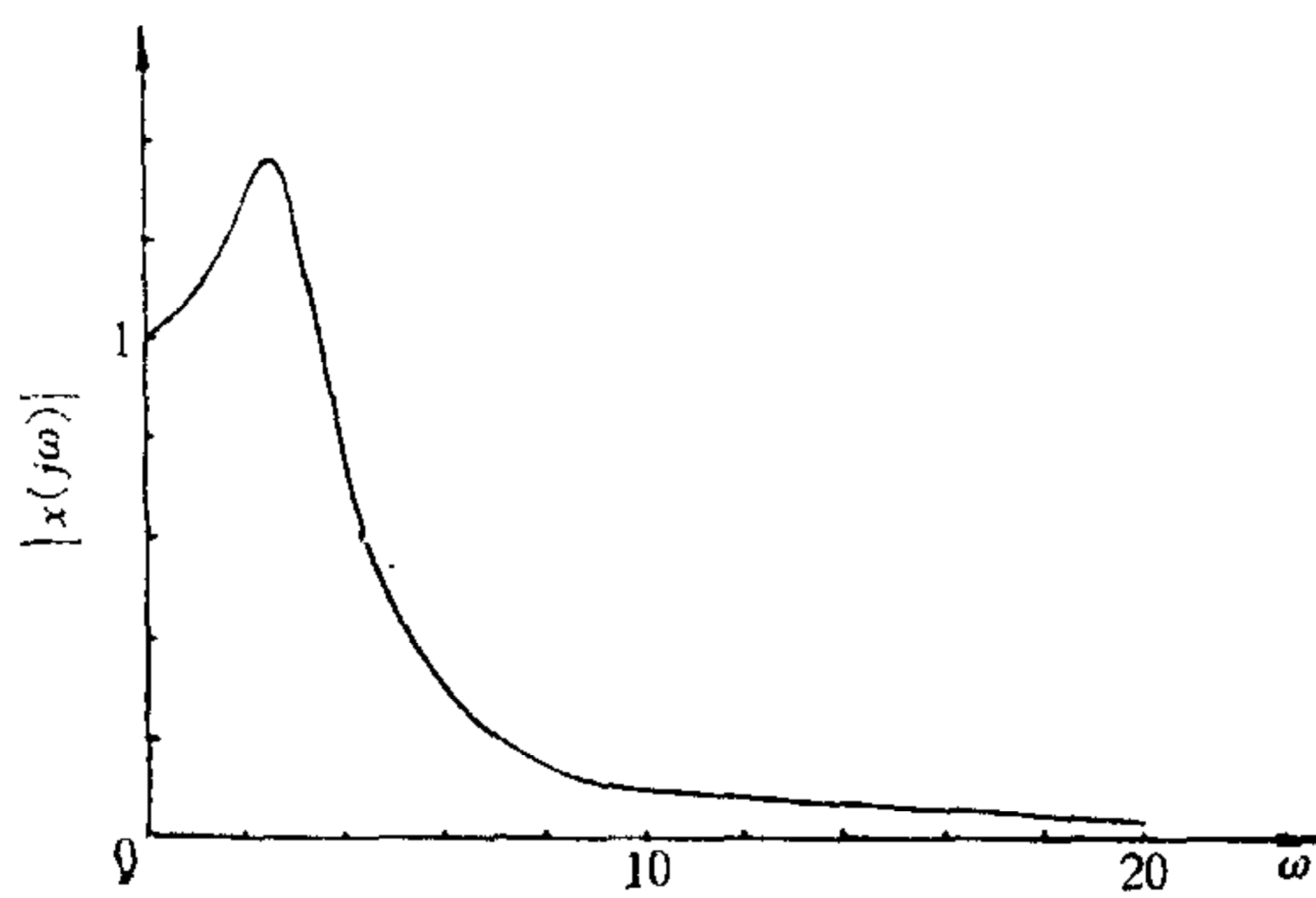


图 5

果给定 $\varepsilon = 0.5\%$ ，根据公式 (32) 可以求出 $\omega_m \cong 10$ 。

在确定了信号或系统的最高频率 ω_m 之后，也就得到了连续系统进行混合仿真时选择采样频率的依据。根据采样定理的要求，采样频率应满足

$$\omega_s \geq 2\omega_m. \quad (33)$$

四、选择网络的方法

(1) 根据校正网络频率特性表达式，给予不同的具体参数进行计算，将结果与表 1 的数值进行比较，择优选取。例如，通过对 (13), (14) 式的计算，得到一阶网络在 $\omega T = 0.05$ 时，幅度误差不大于 1%，相位误差不大于 2° 的 a, b 取值范围，如图 6 所示。

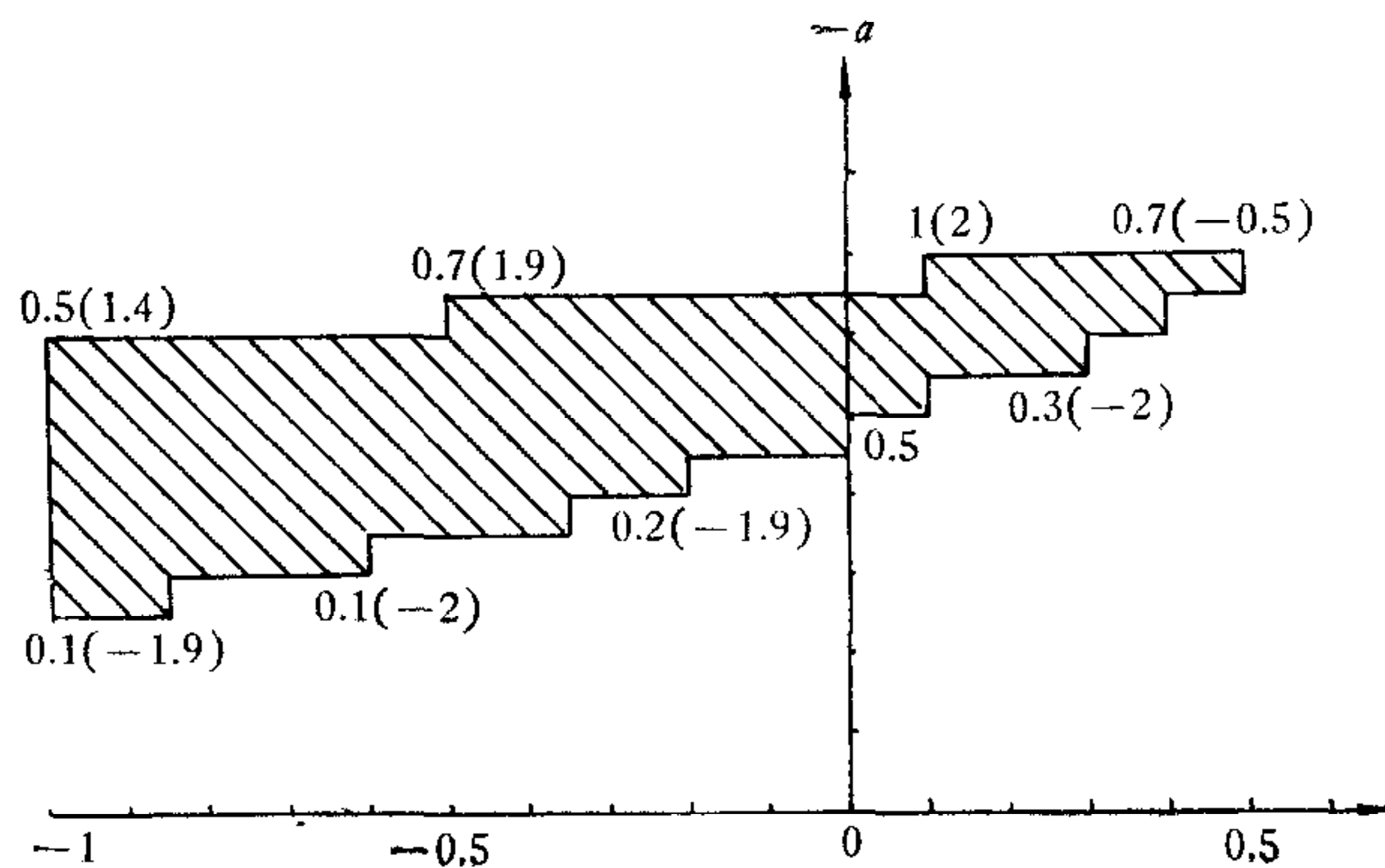


图 6 括号前为幅度误差的百分数值，括号内为相位误差[度]

针对图 1 所表示的仿真结构，在采样周期 $T = 0.03$ 的情况下，选择如下两个校正网络：

$$D(z) = 3.5 \frac{z - 0.5}{z + 0.75}, \quad (34)$$

$$D(z) = 4.587 \frac{z^2 - 0.7z + 0.16}{z^2 + 0.71z + 0.4}. \quad (35)$$

将 $D(z)$ 代入式 (20) 中，并取 $\xi_0 = 0.4$, $\omega_0 = 3$ ，便可以计算出系统在单位阶跃作用下的过渡过程，如图 7 示。图 7 还表示 (18) 式给出的校正网络所对应的过渡过程。

(2) 在 s 域内，用拉氏变换式 $D(s)$ ，($D(s)$ 的形式和阶次根据校正的需要而定) 去逼近表 1 所示校正网络的频率特性，然后利用双线性变换

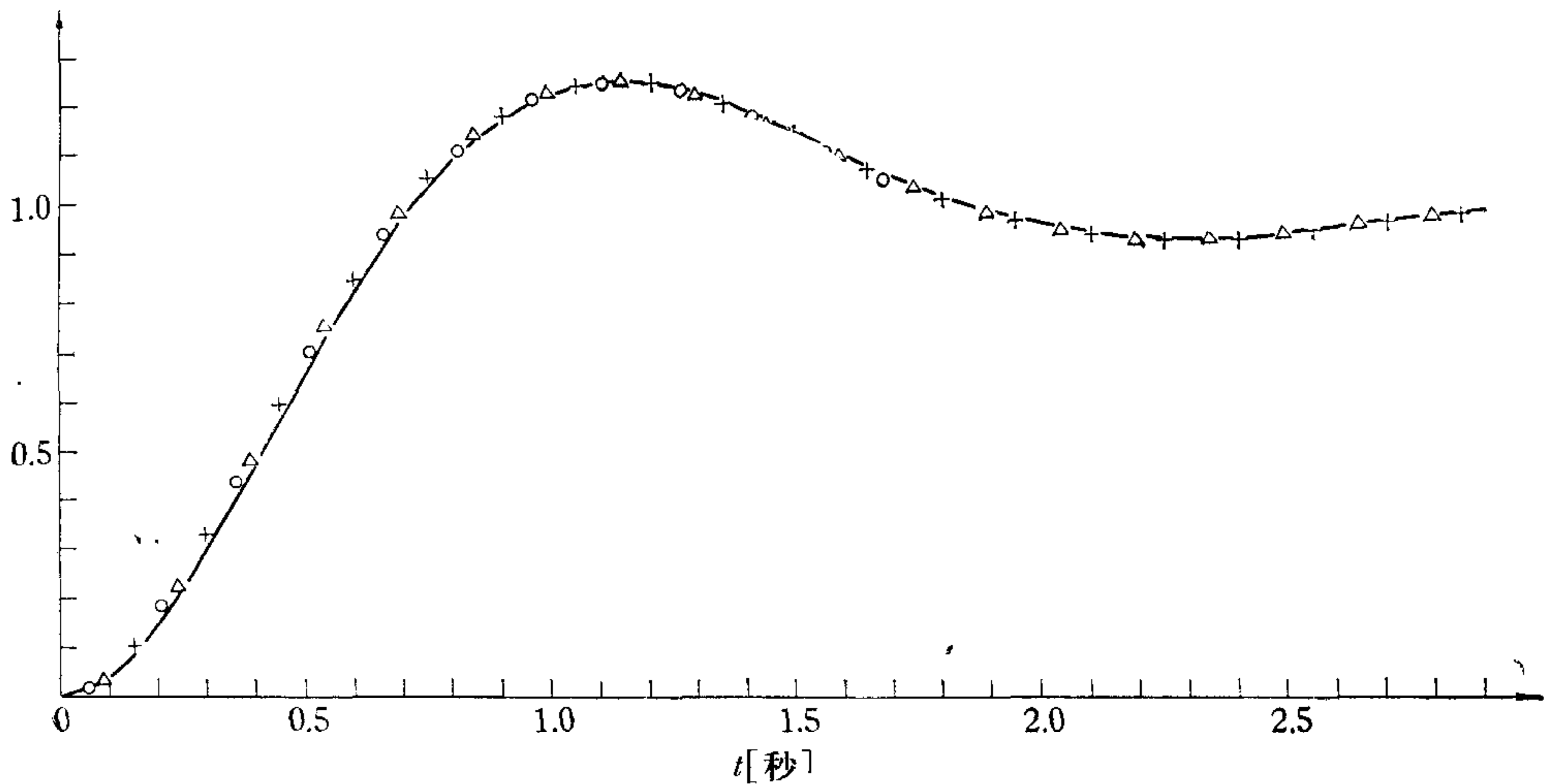
$$s = c \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (36)$$

变成 z 变换表达式即数字校正网络 $D(z)$ 。

系数 c 可根据下述情况选定：

1) 当要求 $D(z)$ 在频率点 ω_d 处与 $D(s)$ 在频率点 ω_k 处 (ω_k 可以等于或不等于 ω_d) 具有相同特性时，应取

$$c = \omega_k \tan \frac{\omega_d T}{2}. \quad (37)$$



$$\omega_0 = 3 \quad \xi_0 = 0.4 \quad T = 0.03$$

—, 二阶连续系统过渡过程,

Δ , $D(z) = 3.5 \frac{z-0.5}{z+0.75}$ 时, 数字系统过渡过程,

+, $D(z) = 4.59 \frac{z^2 - 0.7z + 0.16}{z^2 + 0.71z + 0.4}$ 时, 数字系统过渡过程,

\odot , $D(z) = 4.5 \frac{z^2 - 0.52}{z^2 + 1.2z + 0.05}$ 时, 数字系统过渡过程.

图 7

2) 当要求 $D(z)$ 与 $D(s)$ 在低频部分具有较接近的频率特性时, 应取

$$c = \frac{2}{T}. \quad (38)$$

T 为采样周期.

(3) 利用最小二乘法原理直接在 z 域内拟合. 将表 1 所示网络频率特性表示为实频特性和虚频特性 (用幅频特性和相频特性也可以, 但计算更麻烦). 因为拟合需要在实频和虚频两部分进行, 所以如果要在 n 个频率点上拟合, 则要求网络有 $2n$ 个待定常数. 而具有 $2n$ 个待定常数的网络可以有不同的形式. 如具有 4 个待定常数的网络可以取

$$\frac{1+c+d}{1+a+b} \cdot \frac{z^2+az+b}{z^2+cz+d},$$

也可以取

$$\frac{1}{1+a+b+c+d} \cdot \frac{z^4+az^3+bz^2+cz+d}{z^4}$$

等等. 这种方法一般只用于高阶网络. 同时拟合的频宽和精度与所选网络待定常数的数目和网络形式有关.

五、关于校正网络的通用性

一个连续系统, 可以构成不同形式的混合仿真结构. 由于校正网络特性的非理想性, 它的误差在不同的混合仿真结构中将得到不同的变换, 最后表现为不同的校正效果. 因此, 对于不同的混合仿真结构, 最后所选用的最佳网络往往不同. 例如, (19) 式所表示的

二阶系统还可以构成如图 8 所示的混合仿真结构图。按照数字控制系统理论，该系统的闭环传递函数为

$$\Phi(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + b_1 D(z)G(z)} \quad (39)$$

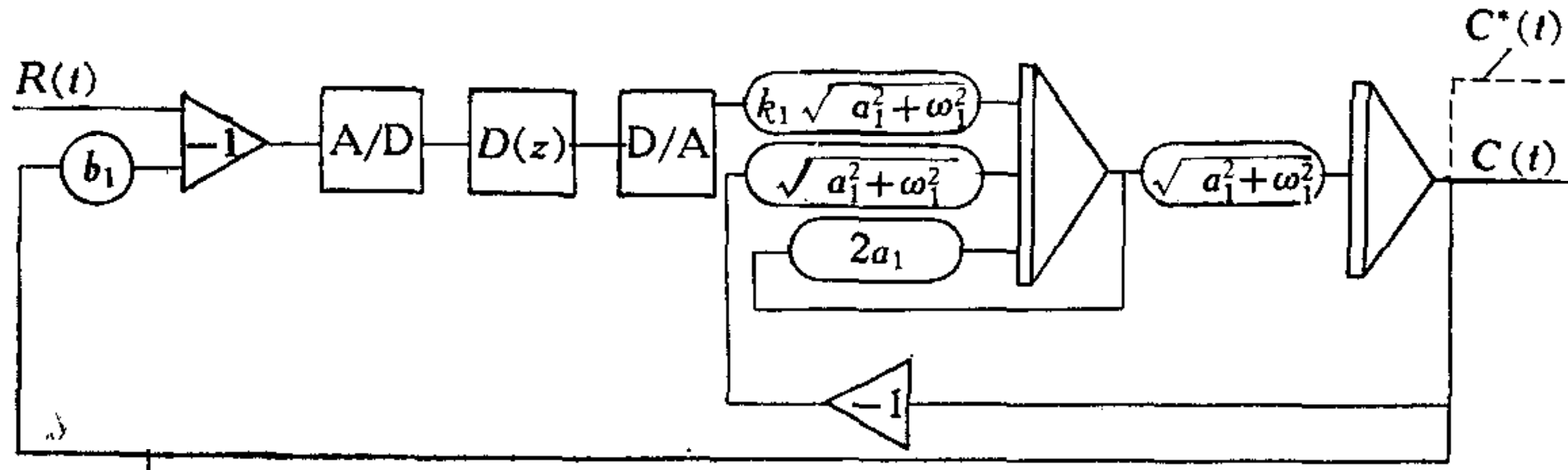


图 8

其中

$$G(z) = \frac{k_1(z-1)}{z^2} \left(\frac{1}{z-1} - \frac{\sec \theta \cos(\omega_1 T + \theta) e^{-a_1 T} z - e^{-2a_1 T}}{z^2 - 2ze^{-a_1 T} \cos \omega_1 T + e^{-2a_1 T}} \right), \quad (40)$$

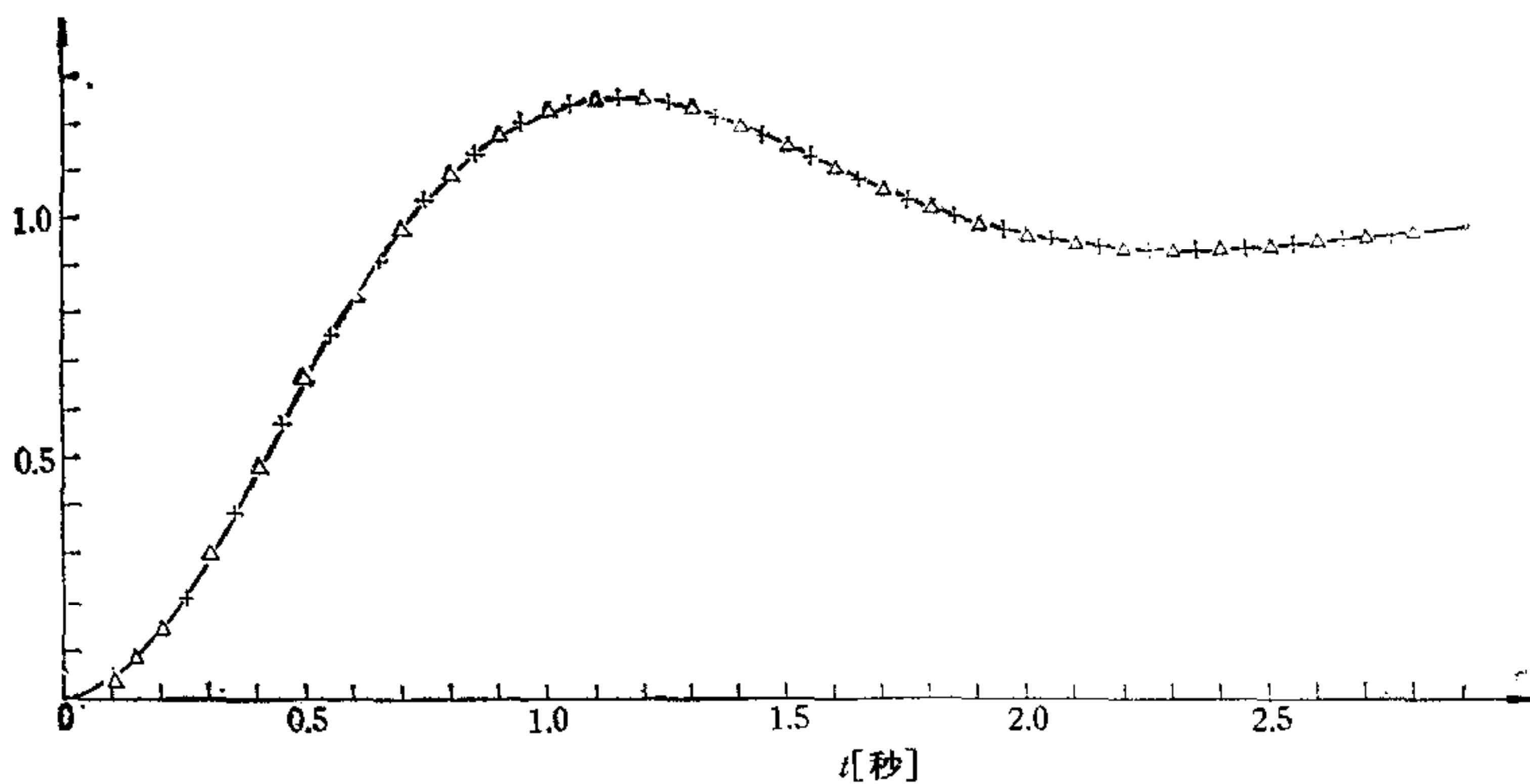
$$\theta = \tan^{-1} - \frac{a_1}{\omega_1}. \quad (41)$$

如果取 $a_1 = 1.2$, $\omega_1 = 2.67$, $k_1 = 1.05$, $b_1 = 0.05$ 则满足式 (19) 中 $\xi_0 = 0.4$, $\omega_0 = 3$ 的要求。在这种混合仿真结构下仅取 $T = 0.05$, 选用如下形式的校正网络

$$D(z) = 2.77 \frac{z - 0.35}{z + 0.8}, \quad (42)$$

$$D(z) = 2.55 \frac{z^2 - 0.75z + 0.3}{z^2 - 0.2z + 0.6}, \quad (43)$$

便得到了很好的校正效果。如图 9。



$$\omega_0 = 3 \quad \xi_0 = 0.4 \quad T = 0.05$$

—, 二阶连续系统过渡过程,

Δ , $D(z) = 2.77 \frac{z - 0.35}{z + 0.8}$ 时, 数字系统过渡过程,

$+$, $D(z) = 2.55 \frac{z^2 - 0.75z + 0.3}{z^2 - 0.2z + 0.6}$ 时, 数字系统过渡过程.

图 9

因此,为了使校正网络具有更普遍应用的价值,就需要提高校正网络的精度;精心选择适合具体仿真结构的网络参数。在必要时,还需要适当提高混合仿真中采样频率。

参 考 文 献

- [1] 丁桂春,在数字-模拟混合计算系统中对数字机及模一数、数一模转换装置引起的相位迟后进行的数字校正的研究试验,电子技术应用,第2期,(1979),1—4.
- [2] Stanley, W. D., Digital Signal Processing, Reston Publishing Company, Inc., (1975).
- [3] Tou, J. T. Digital and Sampled-data Control Systems, McGraw-Hill Book Company, Inc., (1959).
- [4] Benjamin, C. K., Analysis and Synthesis of Sampled-data Control Systems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. (1963), 39—50.
- [5] Jury, E. I., Theory and Application of The Z-Transform Method, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1964), 20—22.
- [6] Ragazzini, J. R., Franklin, G. F., Sampled-data Control Systems, McGraw-Hill Book Co., New York, (1959).
- [7] В. Я. Ротач, Импульсные системы автоматического регулирования, Издательство «Энергия», Москва, (1965), 39—46.
- [8] С. М. Федоров, А. П. Литвинов, Автоматические системы с цифровыми управляющими машинами, Издательство «Энергия», Москва, (1965), 1—18.

THE DIGITAL CORRECTION PROBLEM IN THE HYBRID SIMULATION OF CONTINUOUS SYSTEMS

DING GUICHUN ZOU HUINA

(Beijing Yongding Computation Station)

ABSTRACT

In this paper, the general and the particular aspects of the digital correction in the digital-analog hybrid simulation of continuous systems are introduced, and the theoretical property of the digital correction network is deduced. It is pointed out that some factors must be considered when we choose the digital correction network, for example, realizability, stability, damping and bandwidth. Three methods for choosing the correction network are introduced. Finally, the relationship between the precision of the network and its compatibility is shown with an example.