第8卷 第3期 自动化学报 Vol. 8, No. 3
1982年7月 ACTA AUTOMATICA SINICA July 1982

线性系统按转移矩阵配置的统一算式

郑大钟
（清华大学）

摘要

本文讨论了线性状态反馈系统按转移矩阵进行配置的问题，导出了反馈矩阵的统一算式．该算式适用于时不变和时变的线性系统．本文的推导表明，常用的极点配置公式只是这个统一算式的一个特殊情况．

在控制理论中，按期望的稳定度综合状态反馈阵是一个受人注意的问题．常用的极点配置方法解决了单输入-单输出和多输入-多输出的线性定常受控系统，按期望的闭环极点分布综合状态反馈阵的问题．但是，对于时变的线性系统，还没有一个相应的简便易用的方法．本文采用期望的闭环状态转移矩阵为综合准则，导出了时变的和定常的线性系统状态反馈阵的统一算式．它形式简单、易于使用、适用面宽．就其直观性和计算量而言，能为控制工程界所接受．

一、期望状态转移矩阵

定义 1. 称 $\Phi^*(t, t_0)$，$t \in (t_0, t_1)$ 为状态反馈的线性控制系统的物理上可行的期望状态转移矩阵，当且仅当

1) $\Phi^*(t, t_0)$ 对一切 $t \in [t_0, t_1]$ 连续且存在一次导函数；

2) $\Phi^*(t, t_0)$ 有逆，且 $\Phi^{*-1}(t, t_0) = \Phi^*(t_0, t)$；

3) $\Phi^*(t, t_0)$ 和给定的受控系统的控制系数阵 $B(t)$ 构成完全能控对；

4) $\Phi^*(t, t_0)$ 对应于唯一的矩阵方程

$$\dot{\Phi}^*(t, t_0) = A^*(t)\Phi^*(t, t_0), \quad \Phi^*(t_0, t_0) = I \tag{1}$$

且 $A^*(t)$ 属于使(1)式的解阵存在和有唯一的实函数集．

由定义 1，可得到由期望状态转移矩阵 $\Phi^*(t, t_0)$ 确定期望闭环系统系数阵 $A^*(t)$ 的关系式

$$A^*(t) = \dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0). \tag{2}$$

定义 2. 对于给定的受控系统 $\sum_0 = (A(t), B(t))$，其物理上可行的期望状态转移矩阵 $\Phi^*(t, t_0)$，$t \in (t_0, t_1)$ 的集合，构成此系统在状态反馈下的期望状态转移矩阵集，记为 Φ^*.

本文于1981年1月12日收到．

二、基本结果

定理 1. 设 r 输入的 n 维线性受控系统 $\Sigma_0=(A(t), B(t))$ 在 $[t_0, t_1]$ 上为完全能控，$\Phi^*(t, t_0)$ 为任意给定的属于 Φ^* 的一个 $n\times n$ 函数阵，$B(t)$ 对一切 $t\in[t_0, t_1]$ 为满秩，即 $\operatorname{rank}[B(t)]=r$，$\forall t\in[t_0, t_1]$，则对状态反馈的闭环系统，将闭环状态转移矩阵配置为 $\Phi^*(t, t_0)$ 的问题，其状态反馈阵 $K(t)$ 的算式为

$$K(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)]. \tag{3}$$

并且

1）当 $\Phi^*(t, t_0)$ 具有属性

$$[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)],\quad \forall t\in[t_0, t_1]$$

的每个列向量均和 $B(t)$ 的 r 个线性无关的列向量构成线性相关时，式(3)构成此配置问题的唯一解.

2）当 $\Phi^*(t,t_0)$ 具有属性

$$[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)],\quad \forall t\in[t_0, t_1]$$

的每个列向量均和 $B(t)$ 的 r 个线性无关的列向量构成线性无关时，式(3)构成此配置问题的唯一的最小二乘解.

3）当 $\Phi^*(t, t_0)$ 具有属性

$$[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)],\quad \forall t\in[t_0, t_1]$$

的 n 个列向量中，l 个列向量各和 $B(t)$ 的 r 个线性无关的列向量构成线性相关，而 $(n-l)$ 个列向量相反地构成线性无关. 在此情况下，式(3)中 l 个列向量构成唯一解，$(n-l)$ 个列向量构成唯一的最小二乘解. 就总体而言，式(3)仍构成此配置问题的唯一的最小二乘解.

证明. 已知受控系统 $\Sigma_0=(A(t), B(t))$，引入状态反馈阵 $K(t)$，使之实现对 $\Phi^*(t, t_0)$ 的配置. 由此，就有

$$\dot{\Phi}^*(t, t_0)=[A(t)-B(t)K(t)]\Phi^*(t, t_0);\quad t\in[t_0, t_1].$$

考虑到期望状态转移矩阵 $\Phi^*(t, t_0)$ 的可逆性，故上式可进一步导出

$$B(t)K(t)=[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)]. \tag{4}$$

现令

$$K(t)=[\boldsymbol{k}_1(t), \boldsymbol{k}_2(t),\cdots, \boldsymbol{k}_n(t)],$$

$k_i(t)(i=1, 2, 3,\cdots,n)$ 为 r 维列向量. 再令

$$[A(t)-\dot{\Phi}^*(t, t_0)\Phi^{*-1}(t, t_0)]=[\boldsymbol{\rho}_1(t),\ \boldsymbol{\rho}_2(t),\cdots,\boldsymbol{\rho}_n(t)],$$

$\boldsymbol{\rho}_i(t)(i=1, 2,\cdots,n)$ 为 n 维列向量. 那么，由(4)式可导出方程

$$B(t)\boldsymbol{k}_i(t)=\boldsymbol{\rho}_i(t),\quad t\in[t_0,t_1]. \tag{5}$$

下面分成三种情况：

① 当 $\boldsymbol{\rho}_i(t)(i=1, 2,\cdots,n)$ 和 $B(t)$ 的列向量构成线性相关时，有 $\operatorname{rank}[B(t)]=\operatorname{rank}[B(t), \boldsymbol{\rho}_i(t)]$，$i=1, 2,\cdots, n$，$\forall t\in[t_0, t_1]$. 由线性方程组解存在性的判别定理知，式(5)对 $i=1, 2, \cdots, n$ 均有解. 又因 $B(t)$ 对一切 $t\in[t_0, t_1]$ 为满秩，即

$\mathrm{rank}[B(t)]=r$，表明(5)式的 n 个方程中有且仅有 r 个是线性独立的．由于有 r 个独立方程和 r 个变量，所以，(5)式对 $i=1,2,\cdots,n$ 有唯一解．(5)式左边乘 $B^\tau(t)$，因 $B^\tau(t)B(t)$ 对一切 $t\in[t_0,t_1]$ 为非奇异，故可导出(5)式的唯一解为 $\boldsymbol{k}_i(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)\boldsymbol{\rho}_i(t)$，$i=1,2,\cdots,n$．从而可知此配置问题的状态反馈阵有唯一算式

$$K(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)[A(t)-\dot{\Phi}^*(t,t_0)\Phi^{*-1}(t,t_0)].$$

② 当 $\boldsymbol{\rho}_i(t)(i=1,2,\cdots,n)$ 和 $B(t)$ 的列向量构成线性无关时，有

$$\mathrm{rank}[B(t)]\neq\mathrm{rank}[B(t),\ \boldsymbol{\rho}_i(t)],\ i=1,2,\cdots,n,\ \forall t\in[t_0,t_1].$$

由线性方程组解存在性的判别定理知，式(5)对 $i=1,2,\cdots,n$ 均没有解．但是，可以在

$$J=[B(t)\boldsymbol{k}_i(t)-\boldsymbol{\rho}_i(t)]^\tau[B(t)\boldsymbol{k}_i(t)-\boldsymbol{\rho}_i(t)]$$

为极小的条件下求(5)式的最接近真解的近似解，称为最小二乘解．为此，令

$$\boldsymbol{Y}_i=B(t)\boldsymbol{k}_i(t)-\boldsymbol{\rho}_i(t),$$

并对 $\boldsymbol{k}_i(t)$ 取导数，有

$$\begin{aligned}\frac{dJ}{d\boldsymbol{k}_i(t)}&=\frac{d\boldsymbol{Y}_i^\tau}{d\boldsymbol{k}_i(t)}\cdot\frac{dJ}{d\boldsymbol{Y}_i}=B^\tau(t)\cdot 2\boldsymbol{Y}_i=2B^\tau(t)\boldsymbol{Y}_i\\&=2B^\tau(t)[B(t)\boldsymbol{k}_i(t)-\boldsymbol{\rho}_i(t)].\end{aligned}$$

令上式为零，有

$$B^\tau(t)[B(t)\boldsymbol{k}_i(t)-\boldsymbol{\rho}_i(t)]=\mathbf{0},$$

于是可导出

$$B^\tau(t)B(t)\boldsymbol{k}_i(t)=B^\tau(t)\boldsymbol{\rho}_i(t).$$

但因 $B^\tau(t)B(t)$ 对一切 $t\in[t_0,t_1]$ 为非奇异，故有唯一最小二乘解

$$\boldsymbol{k}_i(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)\boldsymbol{\rho}_i(t),\ t\in[t_0,t_1],\ i=1,2,\cdots,n.$$

这就证明了极点配置问题有唯一最小二乘解：

$$K(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)[A(t)-\dot{\Phi}^*(t,t_0)\Phi^{*-1}(t,t_0)].$$

③ 当 $\boldsymbol{\rho}_i(t)(i=1,2,\cdots,l)$ 和 $B(t)$ 的列向量构成线性相关，而 $\boldsymbol{\rho}_j(t)(j=l+1,\cdots,n)$ 和 $B(t)$ 的列向量构成线性无关时，由①的结果知

$$\boldsymbol{k}_i(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)\boldsymbol{\rho}_i(t),\ i=1,2,\cdots,l,$$

为唯一真解．由②知

$$\boldsymbol{k}_j(t)=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)\boldsymbol{\rho}_j(t),\ j=l+1,\cdots,n,$$

为唯一最小二乘解．这就证明了式(3)中有 l 个列向量为真解，$(n-l)$ 个列向量为最小二乘解．定理1得证．

三、定常线性系统的结果

把定理1导出的基本结果应用于定常线性受控系统的状态反馈阵的综合问题，有

定理 2. 设多输入的 n 维线性受控系统 $\Sigma_0=(A,B)$ 为完全能控，A^* 为属于 Φ^* 的任意 $n\times n$ 常阵，B 为满秩阵，即 $\mathrm{rank}[B]=r$，则对状态反馈系统的系数阵配置为 A^* 的情况，状态反馈阵 K 的标式为

$$K=[B^\tau B]^{-1}B^\tau[A-A^*].\tag{6}$$

并且，根据 $[A-A^*]$ 的特性，式(6)为此配置问题的唯一解或唯一最小二乘解．但当此配置问题限于按期望的闭环系数阵特征值配置时，式(6)为此配置的唯一解．

证明．对完全的 A^* 配置问题，定理 2 是定理 1 的直接推论．现只证明按期望特征值配置时，式(6)为唯一解．

由于 (A, B) 为完全能控，必存在可逆变阵 T，将其化为能控规范形．相应地，可把对应于期望特征值的 A^* 选取为

$$A^* = T^{-1}\begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & \cdots & A_{1r}^* \\ & A_{22}^* & \cdots & A_{2r}^* \\ & 0 & \ddots & \vdots \\ & & & A_{rr}^* \end{bmatrix} T.$$

其中 $A_{ii}^*(i=1,2,\cdots,r)$ 为

$$A_{ii}^* = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I_{\nu_i-1} \\ \hline -\alpha_{i0}^* & -\alpha_{i1}^*, \cdots, -\alpha_{i\nu_i-1} \end{array}\right], \quad \nu_i \times \nu_i \text{ 阵}$$

$A_{ij}^*(j>i, i, j=1, 2, \cdots, r-1)$ 可任取．而 $\alpha_{i0}^*, \cdots, \alpha_{i\nu_i-1}^*$ $(i=1, 2, \cdots, r)$ 是由期望特征值决定的相应系数，且 $\sum_{i=1}^{r}\nu_i = n$．于是，可把 $BK=[A-A^*]$ 化为

$$T^{-1}\begin{bmatrix} \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} \end{bmatrix}\tilde{K}T = T^{-1}\left\{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1r} \\ & A_{22} & \cdots & A_{2r} \\ & 0 & \ddots & \vdots \\ & & & A_{rr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & \cdots & A_{1r}^* \\ & A_{22}^* & \cdots & A_{2r}^* \\ & 0 & \ddots & \vdots \\ & & & A_{rr}^* \end{bmatrix}\right\}T.$$

其中 $A_{ii}(i=1,2,\cdots,r)$ 显然具有形式

$$A_{ii} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I_{\nu_i-1} \\ \hline -\alpha_{i0} & -\alpha_{i1} \cdots \alpha_{i\nu_i-1} \end{array}\right], \quad \nu_i \times \nu_i \text{ 阵}$$

不妨取 $A_{ij}^* = A_{ij}(j>i, i, j=1, 2, \cdots, r-1)$，于是由上面的方程可进一步导出

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} \end{bmatrix}\tilde{K} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ \alpha_{10}^* - \alpha_{10}, \cdots, \alpha_{1\nu_1-1}^* - \alpha_{1\nu_1-1} \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} 0 \\ \alpha_{r0}^* - \alpha_{r0}, \cdots, \alpha_{r\nu_r-1}^* - \alpha_{r\nu_r-1} \end{matrix} \end{bmatrix}$$

十分明显，上述方程的系数阵及其增广系数阵具有相同的秩 r，表明 $\tilde{K}$ 有唯一解，从而 $K=\tilde{K}T$ 也必有唯一解，即式(6)为闭环系数阵特征值配置的唯一解．定理得证．

四、一 个 推 论

在线性控制理论中，对极点配置问题有如下的常用结论：设定常线性受控系统 (A, B) 为完全能控，$\operatorname{rank} B = r$，且设 (A, B) 已具有如下的能控规范形：

$$\widetilde{A}=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\cdots A_{1r} \\ & A_{22}\cdots A_{2r} \\ 0 & \ddots\ \vdots \\ & A_{rr} \end{bmatrix},\ \widetilde{B}=\left[\begin{array}{c:c} \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} & 0 \\ \hdashline 0 & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} \end{array}\right] \tag{7}$$

其中 $A_{ii}(i=1,2,\cdots r)$ 为

$$A_{ii}=\left[\begin{array}{c:c} 0 & I_{\nu_i-1} \\ \hdashline -\alpha_{i0} & -\alpha_{i1}\cdots-\alpha_{i\nu_i-1} \end{array}\right],\ \nu_i\times\nu_i\ 阵 \tag{8}$$

而 $\sum_{i=1}^{r}\nu_i=n$. 再适当给定 n 个期望的闭环极点 $\lambda_1^*,\lambda_2^*,\cdots,\lambda_n^*$，可以是实数或共轭双出现的复数，并适当地分为 r 组：$\lambda_1^{(1)},\cdots,\lambda_{\nu_1}^{(1)};\ \lambda_1^{(2)},\cdots,\lambda_{\nu_2}^{(2)};\cdots;\lambda_1^{(r)},\cdots,\lambda_{\nu_r}^{(r)}$. 且记

$$\prod_{j=1}^{\nu_i}(s-\lambda_j^{(i)})=s^{\nu_i}+\alpha_{i,\nu_i-1}^*s^{\nu_i-1}+\cdots+\alpha_{i1}^*s+\alpha_{i0}^*, \tag{9}$$

则对此状态反馈系统的极点配置，状态反馈阵 $\widetilde{K}$ 的算式为

$$\left[\begin{array}{c:c} k_{10}\cdots k_{1\nu_1-1} & 0 \\ \hdashline 0 & k_{r0}\cdots k_{r\nu_r-1} \end{array}\right]. \tag{10}$$

其中

$$k_{ij}=\alpha_{ij}^*-\alpha_{ij},\ i=1,2,\cdots r;\ j=0,1,\cdots\nu_i-1. \tag{11}$$

并且，当 (A,B) 不具有(7)式的能控规范形时，状态反馈阵的算式为

$$K=\widetilde{K}T. \tag{12}$$

其中 T 为由 $A=T^{-1}\widetilde{A}T$, $B=T^{-1}\widetilde{B}$ 的变换确定的变换矩阵. 运用定理 2 的式(6)可很容易导出这个结论. 由(6)即得

$$\widetilde{K}=[\widetilde{B}^\tau\widetilde{B}]^{-1}\widetilde{B}^\tau[\widetilde{A}-\widetilde{A}^*]$$

$$=\left\{\left[\begin{array}{c:c} 0\cdots1 & 0 \\ \hdashline 0 & 0\cdots1 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c:c} \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} & 0 \\ \hdashline 0 & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 1\end{matrix} \end{array}\right]\right\}^{-1}\cdot\left[\begin{array}{c:c} 0\cdots1 & 0 \\ \hdashline 0 & 0\cdots1 \end{array}\right]$$

$$\cdot\left[\begin{array}{c:c} \begin{matrix}0\\ \alpha_{10}^*-\alpha_{10},\cdots,\alpha_{1\nu_1-1}^*-\alpha_{1\nu_1-1}\end{matrix} & 0 \\ \hdashline 0 & \begin{matrix}0\\ \alpha_{r0}^*-\alpha_{r0},\cdots\alpha_{r\nu_r-1}^*-\alpha_{r\nu_r-1}\end{matrix} \end{array}\right]$$

$$=\left[\begin{array}{c:c} \alpha_{10}^*-\alpha_{10},\cdots,\alpha_{1\nu_1-1}^*-\alpha_{1\nu_1-1} & 0 \\ \hdashline 0 & \alpha_{r0}^*-\alpha_{r0},\cdots,\alpha_{r\nu_r-1}^*-\alpha_{r\nu_r-1} \end{array}\right].$$

按变换关系式得 $K=\widetilde{K}T$，这是此配置问题的唯一解．这表明常用的极点配置问题算式只是本文得到的统一算式的一个特殊情况．

五、例　子

现举例说明上述统一算式的应用．

例 1.

设时变的线性受控系统为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -e^t\\ 0 & t\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u,\ t\in[0,0.5].$$

期望的闭环转移矩阵为

$$\Phi^*(t,0)=\begin{bmatrix}e^{2t}\cos t & -e^{2t}\sin t\\ e^t\sin t & e^t\cos t\end{bmatrix},\ t\in[0,0.5].$$

确定此配置问题的状态反馈阵 $K(t)$。

解．容易验证此受控系统是完全能控的，且 $(\Phi^*(t,0),B)$组成的是完全能控对．由给定 $\Phi^*(t,0)$ 可算出

$$\dot{\Phi}^*(t,0)=\begin{bmatrix}2e^{2t}\cos t-e^{2t}\sin t & -2e^{2t}\sin t-e^{2t}\cos t\\ e^t\sin t+e^t\mathrm{sos}t & e^t\cos t-e^t\sin t\end{bmatrix},$$

$$\dot{\Phi}^{*-1}(t,0)=\begin{bmatrix}e^{-2t}\cos t & e^{-t}\sin t\\ -e^{-2t}\sin t & e^{-t}\cos t\end{bmatrix},$$

$$\dot{\Phi}^*(t,0)\Phi^{*-1}(t,0)=\begin{bmatrix}2 & -e^t\\ e^{-t} & 1\end{bmatrix}.$$

从而可得

$$[A(t)-\dot{\Phi}^*(t,0)\Phi^{*-1}(t,0)]=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -e^{-t} & t-1\end{bmatrix}.$$

于是，

$$\begin{aligned}K(t)&=[B^\tau(t)B(t)]^{-1}B^\tau(t)[A(t)-\dot{\Phi}^*(t,0)\Phi^{*-1}(t,0)]\\&=\left[[0\ \ 1]\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\right]^{-1}[0\ \ 1]\begin{bmatrix}0 & 0\\ -e^{-t} & t-1\end{bmatrix}\\&=[-e^{-t},t-1],t\in[0,0.5].\end{aligned}$$

为唯一解．

例 2.

设定常受控系统为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & -6 & 0\\ 0 & 1 & -12\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u,$$

期望的闭环极点分布为

$$\lambda_1^*=-7.07+j7.07,\ \lambda_2^*=-7.07-j7.07,\ \lambda_3^*=-100,$$

确定此配置问题的状态反馈阵 K．

解. 由给定 $\lambda_i^*(i=1,2,3)$ 可导出

$$(s-\lambda_1^*)(s-\lambda_2^*)(s-\lambda_3^*)=s^3+114.1s^2+1513s+9994,$$

其相应的能控规范形为

$$\tilde{A}^*=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -9994 & -1513 & -114.1\end{bmatrix},$$

再由给定 (A, B) 可导出其能控规范形为

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -72 & -18\end{bmatrix},\quad \tilde{B}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}.$$

由 $A=T\tilde{A}T^{-1}$, $B=T\tilde{B}$, 可导出

$$T=\begin{bmatrix}72 & 18 & 1\\ 12 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad T^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -12\\ 1 & -18 & 144\end{bmatrix}.$$

据此,可得

$$A^*=T\tilde{A}^*T^{-1}=\begin{bmatrix}-96.1 & 288.8 & -6540.4\\ 1 & -6 & 0\\ 0 & 1 & -12\end{bmatrix}.$$

于是

$$K=[B^\tau B]^{-1}B^\tau[A-A^*]=\left[[100]\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\right]^{-1}[100]\begin{bmatrix}96.1 & -288.8 & 6540.4\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$=[96.1\ \ -288.8\ \ 6540.4].$$

参 考 文 献

[1] Wonham, W. M., On Pole Assignment in Multi-input Controllable Linear Systems, *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-**12** (1967).
[2] Chen, C. T., Introduction to Linear System Theory, Holt, Rinehart and Winston Inc., 1970.
[3] 郑大钟等, 自动控制原理与系统, 下册 (现代控制理论部分), 国防工业出版社, 1980.
[4] 须田信英等, 自动控制中的矩阵理论 (曹长修译), 科学出版社, 1979.

GENERAL COMPUTING FORMULA ON PROBLEM OF STATE TRANSITION MATRIX ASSIGNMENT IN LINEAR SYSTEMS

Zheng Dazhong

(*Qinghua University*)

Abstract

In this paper, the problem of state transition matrix assignment in linear state feedback systems is discussed. The general computing formula on feedback matrix is given. It can be used to both the linear time-invariant systems and linear time-varying systems. Further, it is proved that the famous formula on pole assignment is only a special case of the general computing formula.