

伺服系统低速跳动问题

姜玉宪

(北京航空学院)

摘 要

本文给出了伺服系统存在低速跳动的充分必要条件,并提出了计算最小平稳速度和消除低速跳动的方法,还进行了数字仿真和试验,以检验所得结果.

一、前 言

伺服系统存在低速跳动的问题.所谓低速跳动,即当系统(图1)运转速度小于某临界值(最小平稳速度)时其运行速度呈脉动现象(图2).它影响系统正常工作,危害严重,是伺服系统研制过程中的重要课题之一.这一课题的早期研究集中于切削机床的滞-滑(Stick-slip Sliding)现象,近来扩展到自控领域^[1-4],主要研究以下四个方面:产生低速跳动的原因;产生低速跳动的条件;最小平稳速度的估算及现象的消除方法.这里着重论述后三个问题.

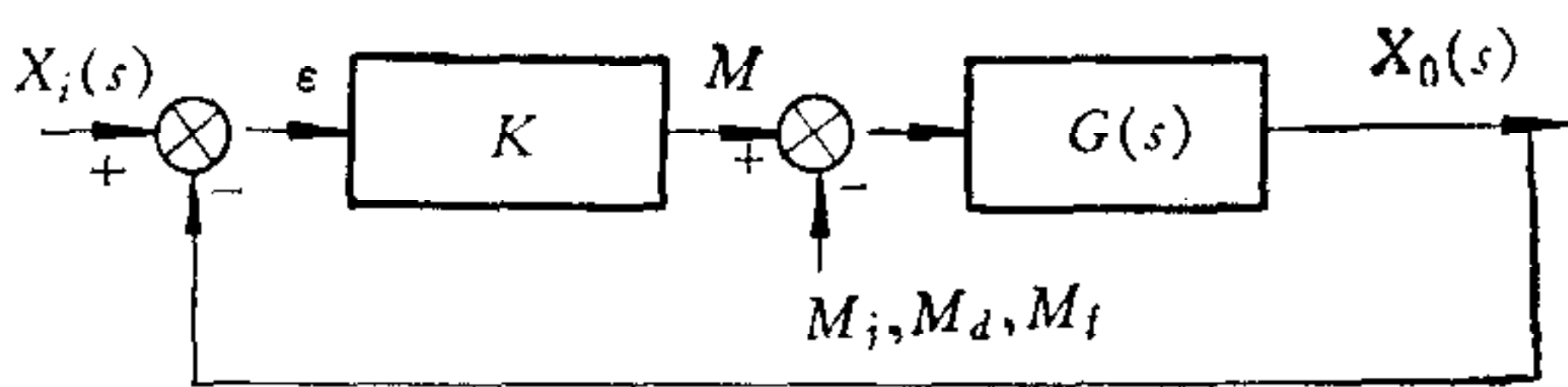


图1 伺服系统方块图

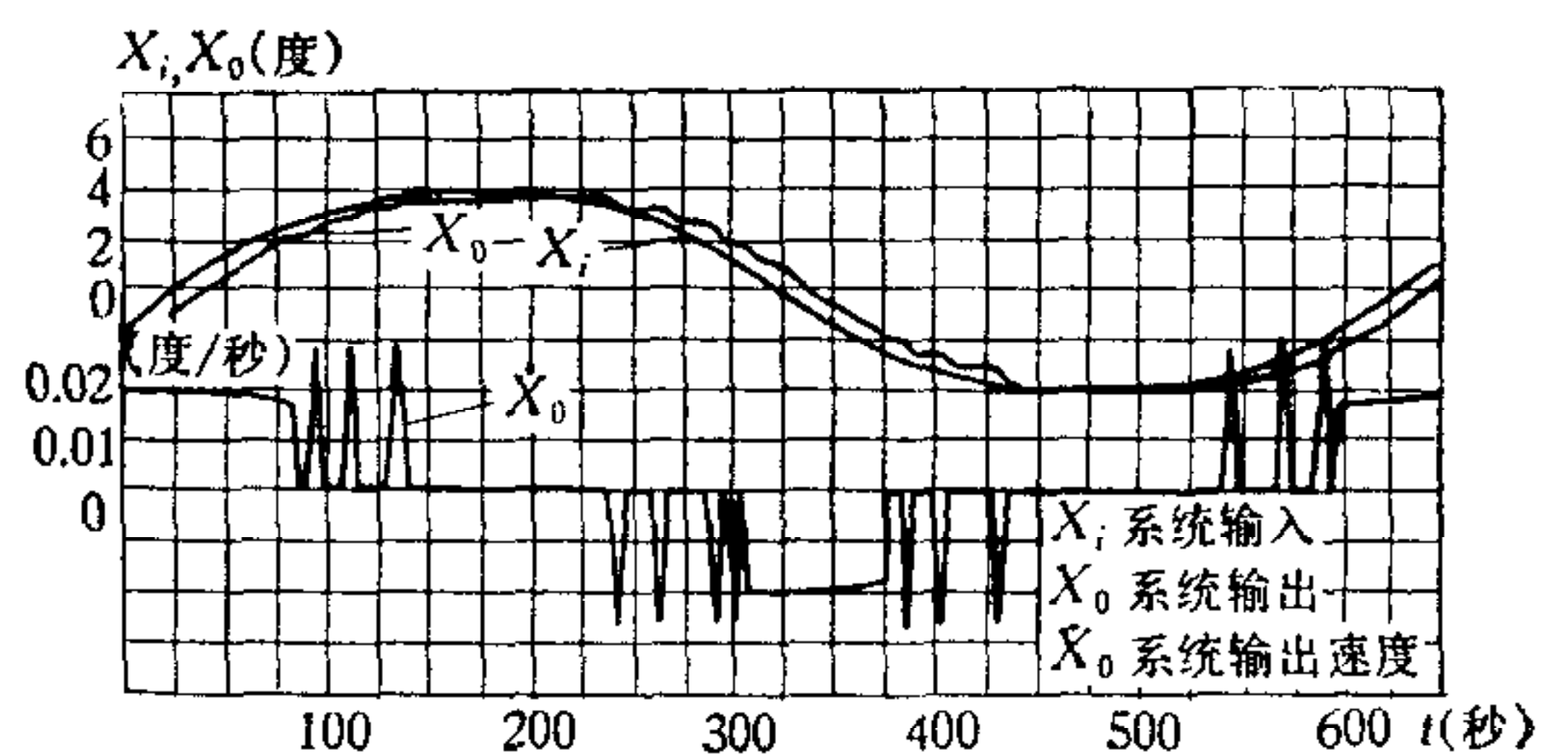


图2 伺服系统的低速跳动现象

二、伺服系统存在低速跳动的判断

1. 数学模型

图1为简化的系统方块图.图内 X_i 为输入角度, ϵ 为角度误差信号, K 为传递系数, M 为力矩(有时为力), $G(s)$ 代表执行机构. M, M_j, M_d, M_f 分别表示主动力矩、静摩擦力矩、动摩擦力矩,负载力矩.一般 $M_j > M_d$,非拖动系统时 $M_f \ll M_d$.设 J, C 分别为转动惯量和阻尼系数, $X_0, \dot{X}_0, \ddot{X}_0$ 分别为输出角位置、角速度和角加速度.于是可列写

出三个力矩方程(或力的方程):

制动状态方程

$$J\ddot{X}_0 = 0, \quad M \leq (M_j + M_f), \quad \dot{X}_0 = 0 \quad (1)$$

启动状态方程

$$J\ddot{X}_0 = (M - M_j - M_f), \quad M > (M_j + M_f), \quad \dot{X}_0 = 0 \quad (2)$$

运动状态方程

$$J\ddot{X}_0 = -C\dot{X}_0 + (M - M_d - M_f), \quad \dot{X}_0 \neq 0 \quad (3)$$

系统其它部分的数学模型为代数方程。

对(3)式进行拉氏变换,并取初始值为零,可得

$$CS[(J/C)S + 1]X_0(S) = M(S) - M_d(S) - M_f(S),$$

令 $\tau = J/C$, 整理后得

$$X_0(S) = \frac{1/C}{S(\tau S + 1)} [M(S) - M_d(S) - M_f(S)].$$

由图 1, 得 $G(S) = \frac{1/C}{S(\tau S + 1)}$. $G(S)$ 一般由一个惯性环节和一个积分环节串联而成(也有例外).

2. 产生低速跳动的原因

设系统原处于制动状态, $X_0(0) = \dot{X}_0(0) = 0$, 且设输入为等坡度变化, $X_i = \dot{X}_i t$ (\dot{X}_i 为常值). 若当 $t = t_1$ 时, $M = \dot{X}_i t_1 K = M_j$. 则当 $t = t_1 + \Delta t$ 时, 作用在执行机构输出轴上的力矩为 $M - M_j = K\dot{X}_i(t_1 + \Delta t) - M_j = K\dot{X}_i \Delta t$, 系统转入启动状态. 一旦 $\dot{X}_0 \neq 0$, 系统转入运动状态. 与系统的频率相比, 若负载力矩 M_f 变化缓慢或为常数, 它对伺服系统的低速跳动无影响; 若负载力矩变化剧烈, 则对伺服系统的低速跳动有影响, 可将它等效为摩擦力矩的变化(切削机床低速跳动的研究就可以如此处理), 因而 M_f 可不计. 于是式(3)变成为 $J\ddot{X}_0 = K[\dot{X}_i(t_1 + \Delta t) - X_0] - C\dot{X}_0 - M_d$. 因 $M_j = K\dot{X}_i t_1$, 令 $\Delta M = M_j - M_d$, 式(3)就变为下列形式:

$$J\ddot{X}_0 + C\dot{X}_0 + KX_0 = K\dot{X}_i \int_0^{\Delta t} dt + \Delta M. \quad (4)$$

系统有两个输入, 一个近似为阶跃函数 ΔM , 另一个为等坡度变化的 $K\dot{X}_i \Delta t$, 其中

$$\Delta t = \int_0^{\Delta t} dt.$$

系统所以产生低速跳动是因为系统进入运动状态后又回到制动状态. 这需要满足两个条件: 1) $\dot{X}_0 = 0$, 2) $M \leq M_j$. 当输入 $K\dot{X}_i \Delta t$ 所引起的 $\dot{X}_0 > 0$ 时, 只有输入 ΔM 引起的 \dot{X}_0 小于零, 才能使总的 $\dot{X}_0 = 0$. 至于第二个条件, 若第一个条件已满足, 即 $\dot{X}_0 = 0$. 则 $M = K\dot{X}_i t_1 + K\dot{X}_i \Delta t - KX_0$. 因 $M_j = K\dot{X}_i t_1$, 所以 $M = M_j - (KX_0 - K\dot{X}_i \Delta t)$, $X_0(t)$ 为 ΔM 的响应, 是确定的时间函数. 只要 \dot{X}_i 足够小, 可使 $\delta = KX_0 - K\dot{X}_i \Delta t > 0$, 则 $M = M_j - \delta < M_j$, 满足第二个条件.

简要地说, 系统所以产生低速跳动的原因是: 1) $\Delta M \neq 0$; 2) 系统阶跃输入引起的输出速度变号; 3) 输入速度信号足够小(小于最小平稳速度).

3. 存在低速跳动的临界条件

将(4)式进行拉氏变换,并设初始值为零,得

$$X_0(S) = \frac{1/K}{(T^2S^2 + 2\zeta TS + 1)} \left(\Delta M \frac{1}{S} + K\dot{X}_i \frac{1}{S^2} \right), \quad (5)$$

式(5)中 $T = \sqrt{J/K}$, $\zeta = C/2\sqrt{JK}$. 下面证明系统存在低速跳动的充分必要条件:

$$\zeta < 1, \quad \Delta M \neq 0.$$

证. 仅对系统运动状态而言,系统可视为线性的. 利用线性系统的叠加原理,分别求出两种输入的系统响应而后叠加. 为方便起见,将 Δt 改为 t .

对 $K\dot{X}_i t$

$$\dot{X}_0(t) = A_1 + A_2 r_1 e^{r_1 t} + A_3 r_2 e^{r_2 t}, \quad \zeta > 1 \quad (6)$$

$$\dot{X}_0(t) = B_1 + (B_2 + B_3 t) r e^{rt}, \quad \zeta = 1 \quad (7)$$

$$\dot{X}_0(t) = \dot{X}_i + \dot{X}_i \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{at} \sin(bt - \alpha), \quad \zeta < 1 \quad (8)$$

对 ΔM

$$\dot{X}_0(t) = r_1 D_1 e^{r_1 t} + r_2 D_2 e^{r_2 t}, \quad \zeta > 1 \quad (9)$$

$$\dot{X}_0(t) = (E_1 + E_2 r + E_3 r t) e^{rt}, \quad \zeta = 1 \quad (10)$$

$$\dot{X}_0(t) = \frac{\Delta M}{bJ} e^{at} \sin bt. \quad \zeta < 1 \quad (11)$$

式中 $A_1 = B_1 = \dot{X}_i$, A_2, A_3, B_2, B_3 为常数; r_1, r_2 为两实根, r 为重根; a 为复根实部, b 为虚部; $\alpha = \text{tg}^{-1}(b/a)$; D_1, D_2, E_1, E_2, E_3 也为常数. 对 $K\dot{X}_i t$, $\dot{X}_0(t) > 0$ (除原点). 对 ΔM [见式(11)] 只有当 $\Delta M \neq 0, \zeta < 1$ 时 $\dot{X}_0(t) < 0$ 的情况才能出现, 如图 3 所示. 以 $\dot{X}_{01}(t), \dot{X}_{02}(t)$ 分别表示 $K\dot{X}_i t, \Delta M$ 所引起的 $\dot{X}_0(t)$, 则 $\dot{X}_0(t) = \dot{X}_{01}(t) + \dot{X}_{02}(t)$.

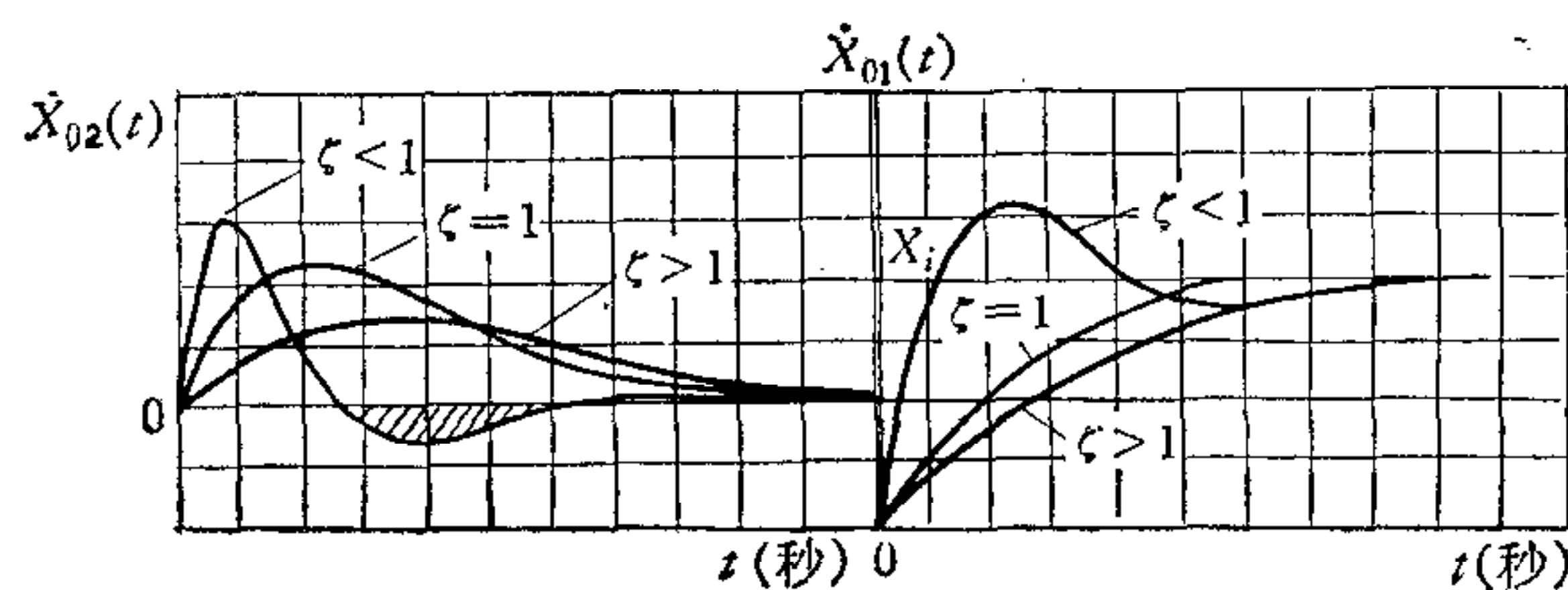


图3 ΔM 和 $K\dot{X}_i t$ 输入下系统的输出速度 $\dot{X}_0(t)$

若 $\zeta < 1, \Delta M \neq 0$. $\dot{X}_{02}(t)$ 为确定的时间函数, 小于零的值 (图 3 阴影部分) 为确定值. 但 $\dot{X}_i \rightarrow 0$ 时, $\dot{X}_{01}(t) \rightarrow 0$. 因而只要 \dot{X}_i 足够小, $\dot{X}_0(t)$ 总有等于零的可能性. 由于具备进入制动状态的条件, 系统存在低速跳动.

若系统存在低速跳动, 必须有 $\zeta < 1$ 及 $\Delta M \neq 0$. 因为 (见图 3) 当 $\zeta \geq 1$, 不管 ΔM 是否为零, 只要 $\dot{X}_i \neq 0$, 必有 $\dot{X}_0(t) = \dot{X}_{01}(t) + \dot{X}_{02}(t) > 0$. 又若 $\zeta < 1, \Delta M = 0$, 只要 $\dot{X}_i \neq 0$, 仍有 $\dot{X}_0(t) = \dot{X}_{01}(t) + \dot{X}_{02}(t) > 0$. 所以只有 $\zeta < 1, \Delta M \neq 0$, 才有 $\dot{X}_0(t) \leq 0$ 的时刻出现, 即系统存在低速跳动. 证毕.

三、最小平稳速度的估算

使系统不产生低速跳动的最小输入速度叫最小平稳速度。它是系统的重要技术指标,愈小愈好。通过它的表达式可以分析系统参数对低速跳动的影响,并提出消除这一现象的方法。

1. 最小平稳速度的近似表达式

令 \dot{X}_{imin} 为系统最小平稳速度, $\dot{X}_{02}(t_*)$ 为 $\dot{X}_{02}(t)$ 的极小值(见图 4)。可以证明

$$\dot{X}_{imin} \approx X_{02}(t_*) = \frac{\Delta M}{J\omega_0} e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2\pi-\alpha)} \quad (12)$$

式中 $\omega_0 = \sqrt{K/J}$, 其它符号同前。设系统初始值为零, $\zeta < 1$, 则在输入 $K\dot{X}_i t$ 和 ΔM 作用下,

$$\dot{X}_{01}(t) = \dot{X}_i + \frac{\dot{X}_i}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{at} \sin(bt - \alpha),$$

$$\begin{aligned} X_{02}(t) &= \frac{\Delta M}{K} + \frac{\Delta M}{bJ\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &\times e^{at} \sin(bt - \alpha). \end{aligned}$$

$\dot{X}_{02}(t)$ 比 $\dot{X}_{01}(t)$ 的相位超前 90° , 如图 4 所示。

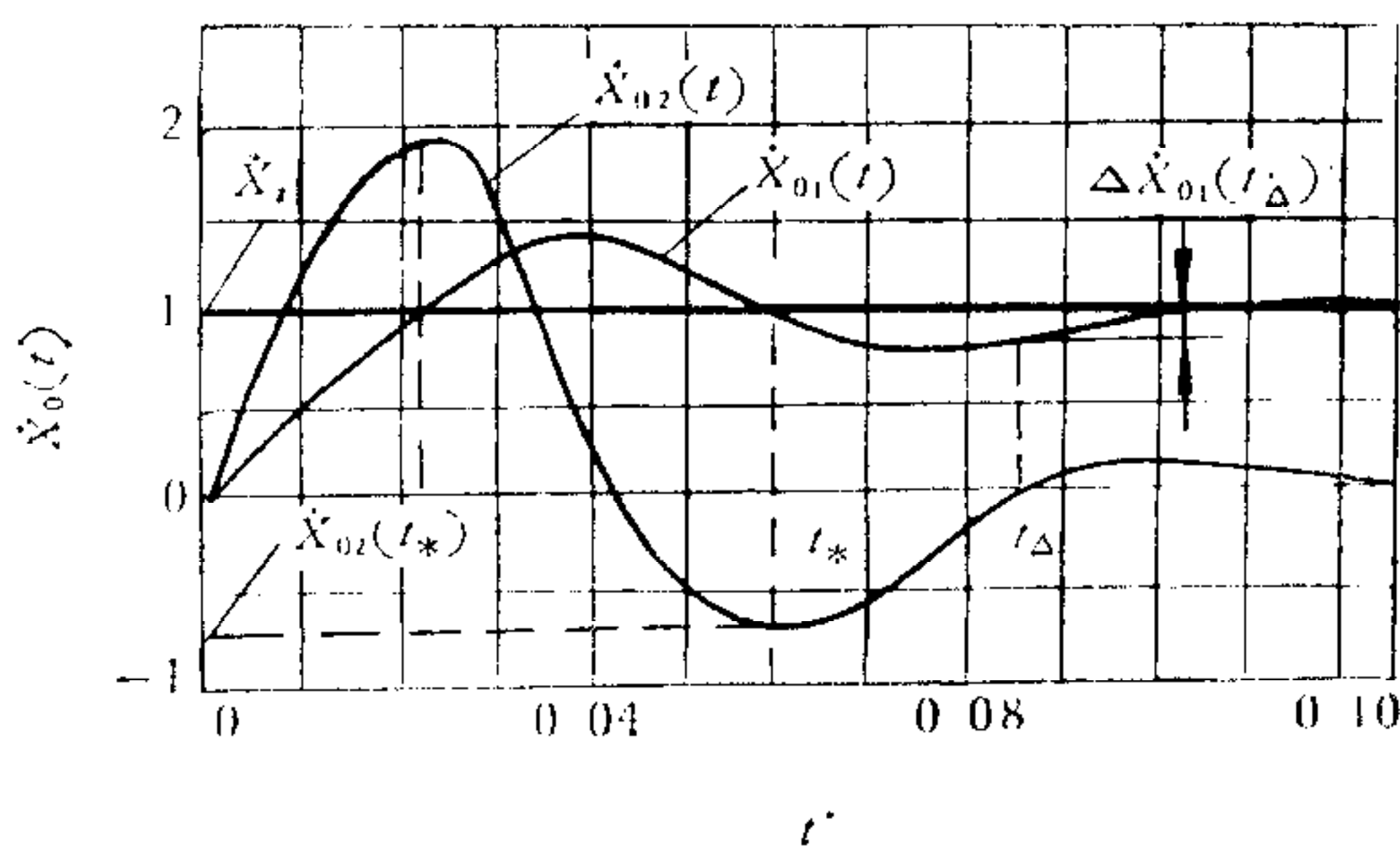


图 4 与系统两种输入相对应的输出速度 $\dot{X}_{01}(t)$ 和 $\dot{X}_{02}(t)$ 的相位关系

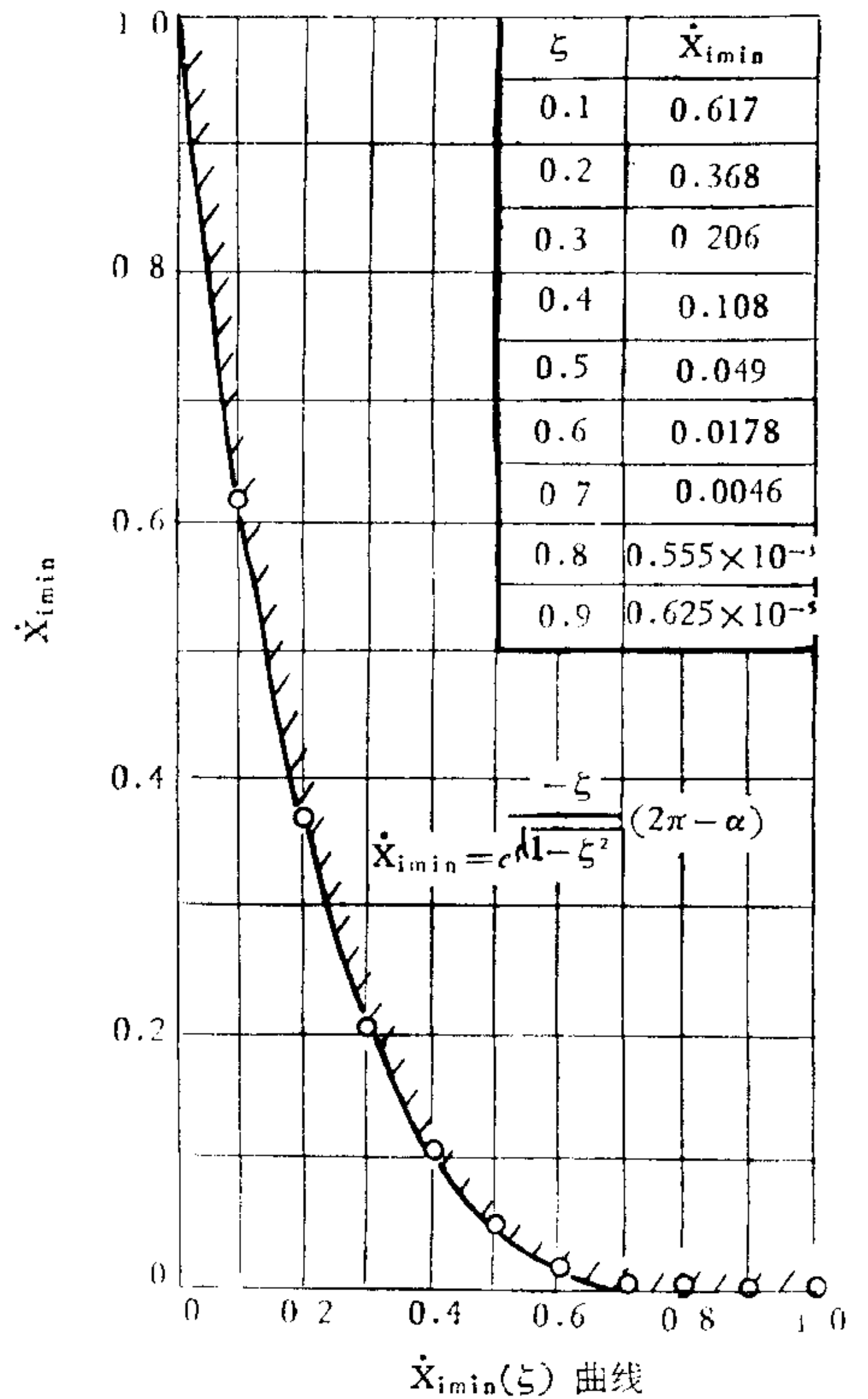


图 5 最小平稳速度与相对阻尼比 ζ 的关系曲线

可以证明当 $0.6 < \zeta < 1$ 时, $\Delta \dot{X}_{01}(t_\Delta) < 0.01 \dot{X}_i$ (见图 4)。因此, \dot{X}_i 为 \dot{X}_{imin} 时, “不计原点有 $\min[\dot{X}_{01}(t) + \dot{X}_{02}(t)] = 0$ ” 这一要求变为 $\min[\dot{X}_{imin} + \dot{X}_{02}(t)] \approx 0$, 即

$$\dot{X}_{imin} \approx -\min[\dot{X}_{02}(t)] = -\dot{X}_{02}(t_*).$$

已知 $\dot{X}_{02}(t) = (\Delta M / Jb) e^{at} \sin bt$, 求 $\dot{X}_{02}(t)$ 第一个极小值时间 $t_* = (2\pi - \alpha) / b$, 代入 $\dot{X}_{02}(t)$, 并注意到 $\dot{X}_{02}(t)$ 的符号得

$$\dot{X}_{i\min} = \frac{\Delta M}{J\omega_0} e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2\pi-\alpha)}$$

令 $\varphi = \Delta M / J\omega_0$, 则

$$\dot{X}_{i\min}(\zeta) = \varphi e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2\pi-\alpha)} \quad (13)$$

图 5 为 $\varphi = 1$ 时 $\dot{X}_{i\min}(\zeta)$ 曲线, 叫作最小平稳速度标称值, 记作 $\dot{X}_{i\min}$. 若系统参数 ω_0 , J , ΔM 已知, 可算出 φ , 再根据系统的相对阻尼比 ζ 从图 5 查得 $\dot{X}_{i\min}$, 于是该系统最小平稳速度为 $\dot{X}_{i\min} = \varphi \dot{X}_{i\min}$. 其中线性参数 ω_0 , ζ , J 测量精度高, 但 ΔM 不易测.

由图 5 可知, 在阴影区, $\dot{X}_i > \dot{X}_{i\min}$, 系统不产生低速跳动. 当 $\zeta < 1$, $\dot{X}_i < \dot{X}_{i\min}$ 时, 系统产生低速跳动. 当 $\zeta \geq 1$ 时, $\dot{X}_{i\min} = 0$, 系统不产生低速跳动. 这与前面分析结论一致. 由(12)式可分析系统各参数对图 5 中 $\dot{X}_{i\min}(\zeta)$ 曲线的影响.

2. 最小平稳速度的精确表达式

考虑到 \dot{X}_i 的影响, 可以求得 $\dot{X}_{i\min}$ 精确表达式. 设 $\zeta < 1$, $\dot{X}_0(0) = X_0(0) = 0$, 输入 $\Delta M + K\dot{X}_i t$, $t = \Delta t$, 解得

$$\dot{X}_0(t) = \dot{X}_i - \frac{2\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{Jd_3} e^{at} \cos(bt + \beta) \quad (14)$$

式中 $d_1 = K\dot{X}_i$, $d_2 = (K\dot{X}_i + a\Delta M)a + b^2\Delta M$, $d_3 = 2b(a^2 + b^2)$, $\beta = \text{tg}^{-1}(d_2/d_1)$. 求出 $\dot{X}_0(t)$ 取极小值的时刻 $t_* = (2.5\pi - \alpha - \beta)/b$. 代入式(14)得

$$\dot{X}_0(t_*) = \dot{X}_i - \frac{\sqrt{(K\dot{X}_i)^2 + 2aK\Delta M\dot{X}_i + (\Delta M\omega_0)^2}}{J\omega_0^2} e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2.5\pi-\alpha-\beta)} \quad (15)$$

\dot{X}_i 为稳态值, 后项为 ΔM 和 $K\dot{X}_i t$ 引起的暂态过程.

当 $\dot{X}_i = \dot{X}_{i\min}$ 时, $\dot{X}_0(t_*) = 0$, (15) 式可以写成

$$\dot{X}_{i\min} = \frac{\sqrt{(K\dot{X}_{i\min})^2 + 2aK\Delta M\dot{X}_{i\min} + (\Delta M\omega_0)^2}}{J\omega_0^2} \times e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2.5\pi-\alpha-\beta)} \quad (16)$$

从(16)式可以看出, 若不计 \dot{X}_i 对暂态过程的影响, 并考虑到

$$\beta = \text{tg}^{-1}(d_2/d_1) = \text{tg}^{-1}[(a^2 + b^2)\Delta M/0] = \pi/2,$$

式(16)变成

$$\dot{X}_{i\min} \approx \frac{\Delta M}{J\omega_0} e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2\pi-\alpha)}$$

这与前面的分析结论一致. 若计 \dot{X}_i 对暂态过程的影响, 则无法求得 $\dot{X}_{i\min}$ 的明显解, 但可作粗略分析. 当 $\zeta = 1$ 时, $\dot{X}_{i\min}$ 的近似解和精确解都等于零. 当 $\zeta \rightarrow 0$ 时, $\dot{X}_{i\min}$ (精确解) $\rightarrow \Delta M / (2J\omega_0\zeta)$, 即 $\dot{X}_{i\min} \rightarrow \infty$, $\dot{X}_{i\min}$ (近似解) $= \varphi$. 当 $\zeta > 0.6$ 时, 精确解近似于近似解.

3. 高阶系统的最小平稳速度

对于那些不能视为二阶系统的情况,除执行机构外,其它环节的动态特性也影响系统的动态特性,使 $\dot{X}_0(t)$ 含有高频分量,如图 6 所示。 $\dot{X}_0(t)$ 可写成为

$$\dot{X}_0(t) = \dot{X}_i + A_1 \sin(b_1 t + \alpha_1) + A_2 \sin(b_2 t + \alpha_2) + \dots$$

式中 $b_2 \dots$ 代表高频运动的角频率。若求 $\dot{X}_{i\min}$, 需求出所有 $\dot{X}_0(t)$ 的极值, 再求其最小者, 可求得最小平稳速度。这在数字计算机上容易实现, 但求得一般表达式却很麻烦。

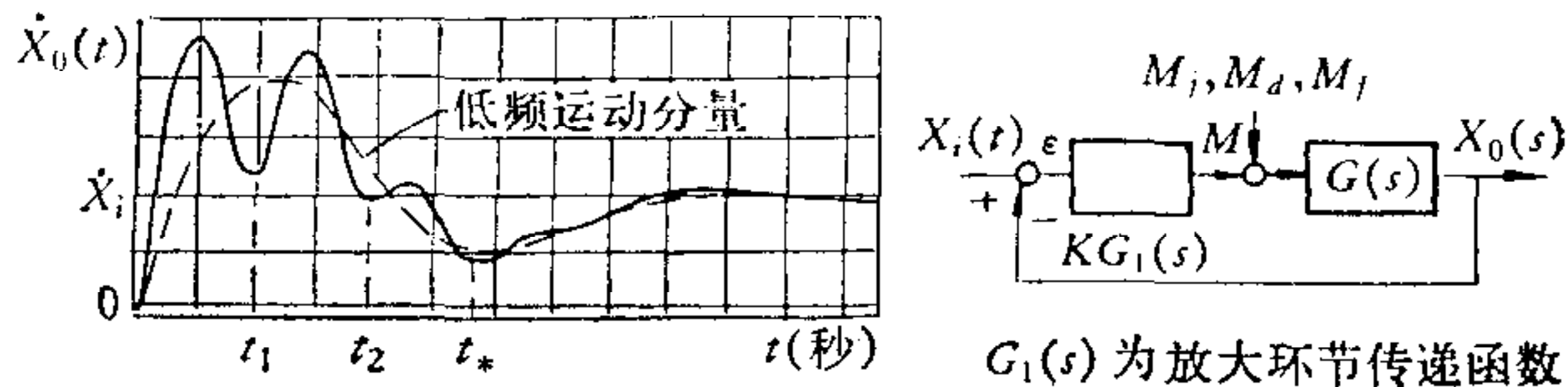


图 6 高阶伺服系统方块图和等坡度函数输入下的输出速度

四、消除低速跳动的方法

由以上分析,可采用以下方法消除低速跳动:

1. 减小 M_j, M_d 是解决此问题的主要措施

高精度伺服系统应做到

$$M_j \leq M_{\max} \cdot (10^{-4} - 10^{-5}).$$

主要措施有三:

- 1) 提高传动部分的精度和光洁度;
- 2) 改善润滑条件;
- 3) 改变相对运动部分的支承形式(如变滑动为滚动等)。

2. 增大 ζ

从式(12)和(16)可知,减小 $\dot{X}_{i\min}$ 或消除伺服系统的低速跳动,可通过增大 ζ 达到。增大 ζ , 即减小系统阶跃作用下的超调,或者说增大系统的稳定性。因为 $\zeta = C/2\sqrt{KJ}$, J 不易改变,增大 C (自然阻尼和人工阻尼)或减小 K 可达到增大 ζ 的目的。但 C 的增大和 K 的减小会带来系统动、静态误差的增大,为不使系统高速情况下误差增大,低速情况下又不产生低速跳动,可采用图 7 所示方案。当 $\dot{X}_i > \dot{X}_{i\min}$, 取

$$\zeta_2 = C_2/2\sqrt{K_2J} \approx 0.7.$$

当 $\dot{X}_i < \dot{X}_{i\min}$, 取

$$\zeta_1 = C_1/2\sqrt{K_1J} \approx 1.$$

状态的转换由比较器完成。双向开关放大装置实现两组参数的转换,由信号 M 来控制。

另一种方案如图 8 示。以 ϵ 判断输入速度的大小。

$$\epsilon < \epsilon_0, \quad K = K_1, \quad \zeta_1 = C/2\sqrt{K_1J} \approx 1;$$

$$\epsilon > \epsilon_0, \quad K = K_2, \quad \zeta_2 = C/2\sqrt{K_2J} \approx 0.7.$$

这方法虽有增大系统动、静态误差的缺点,但它简单,易实现。

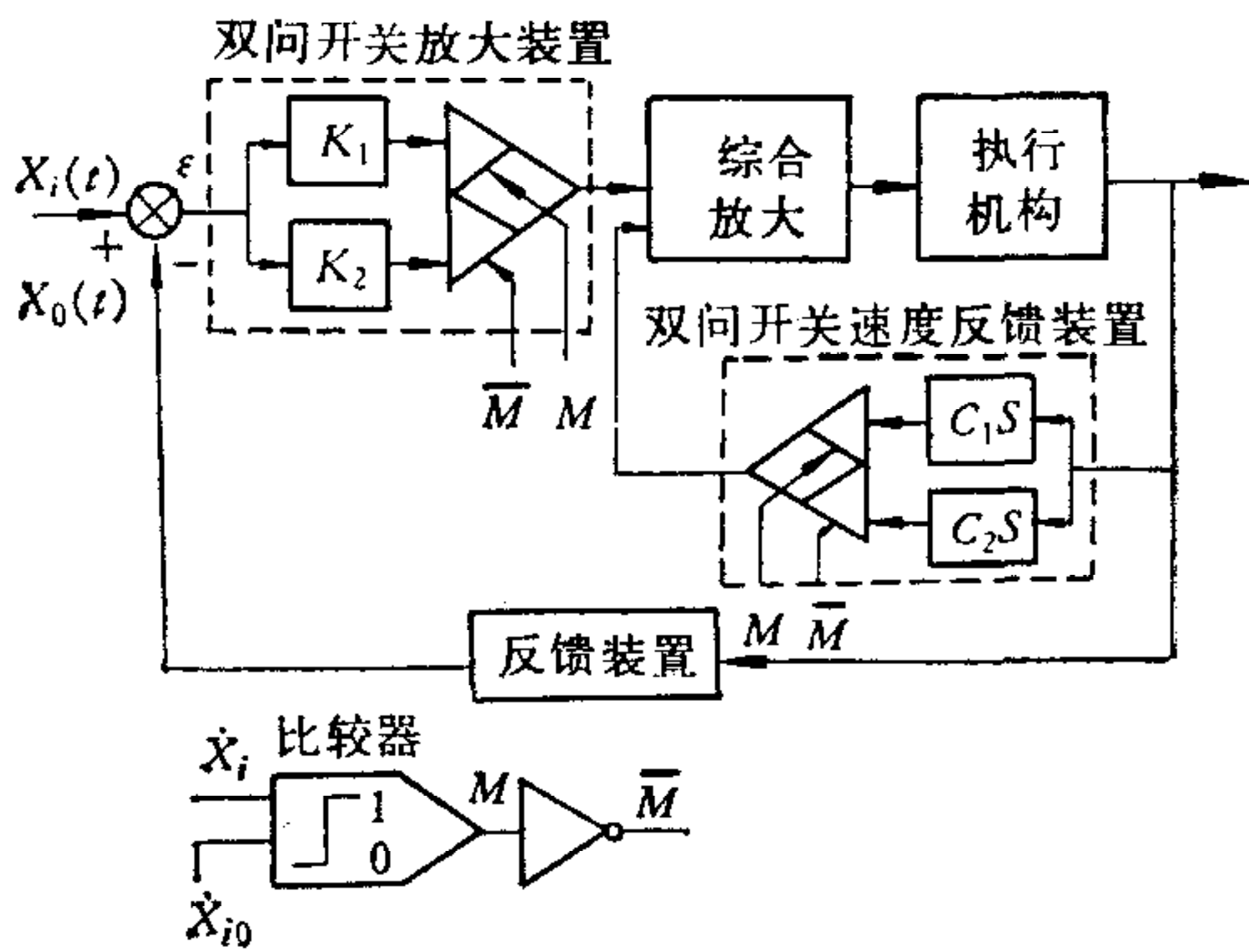


图7 变阻尼系统结构方案

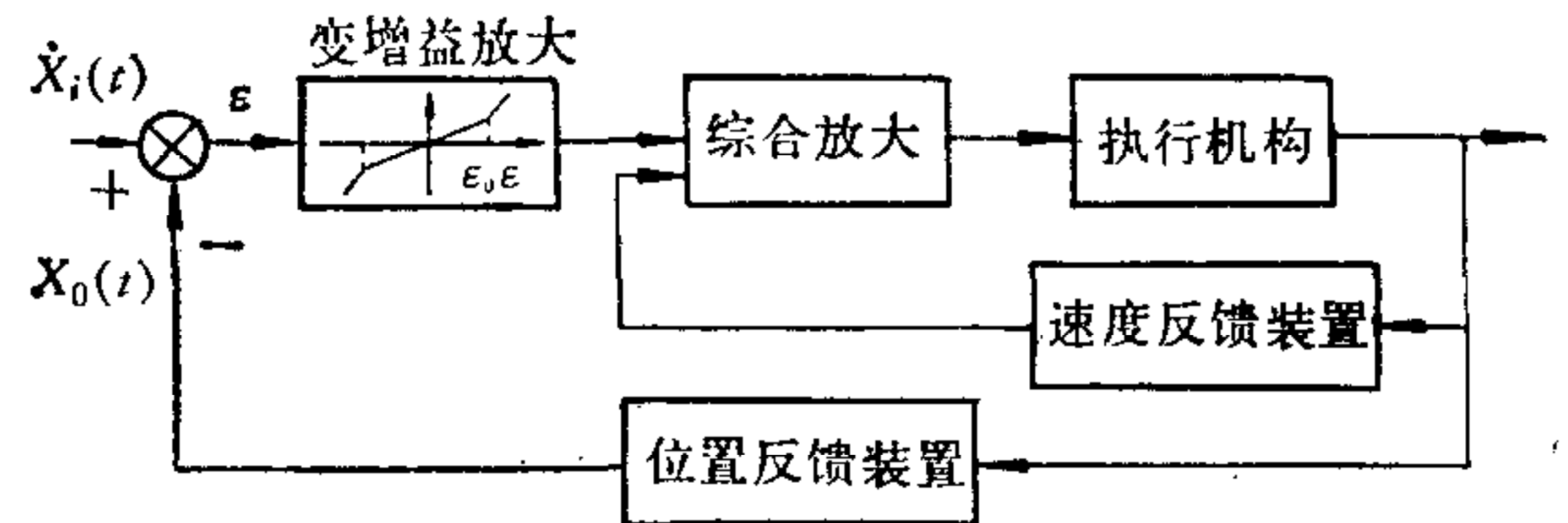


图8 变K系统结构方案

$\dot{X}_{i0} = \dot{X}_{imin}$; $M \cdot \bar{M}$ 为逻辑指令; $\dot{X}_i < \dot{X}_{i0} \rightarrow M = 0$,
 $\bar{M} = 1 \begin{cases} K_1, C_1 \text{ 通} \\ K_2, C_2 \text{ 断;} \end{cases} \quad \dot{X}_i > \dot{X}_{i0} \rightarrow \text{相反}$

3. 进行动态校正

该法避免了增大 C 和减小 K 带来的缺点。一般随动系统的设计中,为减小动、静态误差,大都采取增大 K 并通过校正以改善稳定性的办法。于是,消除低速跳动问题就和一般线性伺服系统的设计问题统一起来了。

图8为某一设备上的伺服系统方块图。该系统的三个状态方程为

$$\ddot{X}_0 = 0, \quad a_j \geq a, \quad \dot{X}_0 = 0 \tag{17}$$

$$\ddot{X}_0 = a - a_j, \quad a_j < a, \quad \dot{X}_0 = 0 \tag{18}$$

$$\ddot{X}_0 = -201\dot{X}_0 - 200X_0 + a - a_d, \quad \dot{X}_0 \neq 0 \tag{19}$$

式中 $a = M/J$, $a_j = M_j/J$, $a_d = M_d/J$ 。图9(a)为低增益的情况,图9(b)为高增益的情况,图9(c)为高增益加动态校正,对应以上三种情况 a 的表达式分别为

$$a = 2000(X_i - X_0), \tag{20}$$

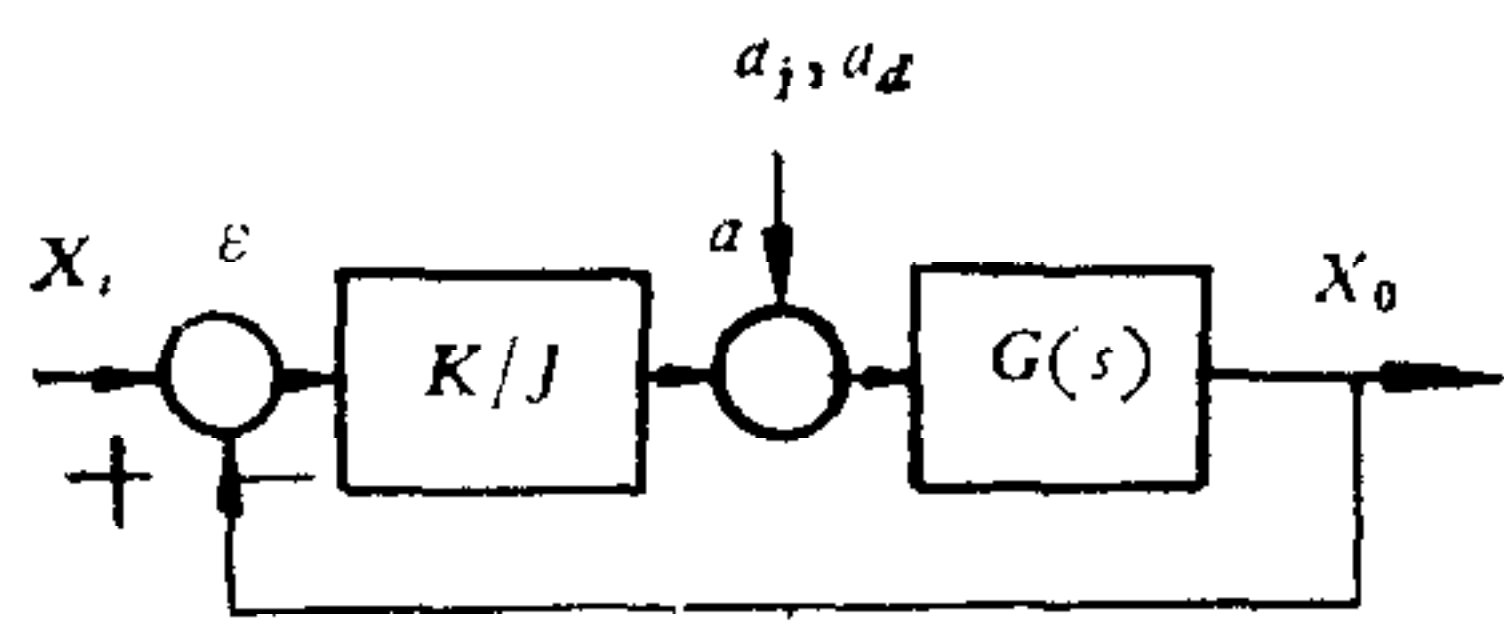
$$a = 400000(X_i - X_0), \tag{21}$$

$$a = 6000(\dot{X}_i - \dot{X}_0) + 20000(\dot{X}_i - X_0) - 0.05a. \tag{22}$$

其中(22)式是根据图9(c)中校正环节的传递函数导出的。式中 $X_i = \dot{X}_i t$ 。由代表系统动态特性的方程(19)可导出图9中 $G(S) = 1/(S^2 + 201S + 200)$ 。图9右边各曲线是等坡度函数输入下系统输出的数字模拟结果。可以看出图9(a)的系统无低速跳动,系统的相对阻尼比 $\zeta > 1$, 闭环特征根为 $S_1 = -1, S_2 = -200$, 但系统误差较大。图9(b)的系统误差显著减小,但有低速跳动,闭环特征根为 $S_1 = -100 + j600, S_2 = -100 - j600$ 。图9(c)的系统误差很小,其闭环特征根为 $S_1 = -3.6, S_2 = -36, S_3 = -161$, 使系统稳定性变好,无低速跳动。

五、低速跳动的模拟和试验

模拟是分析问题和设计伺服系统的有力手段。由于这问题是非线性问题,故适合于在混合计算机和数字计算机上进行。

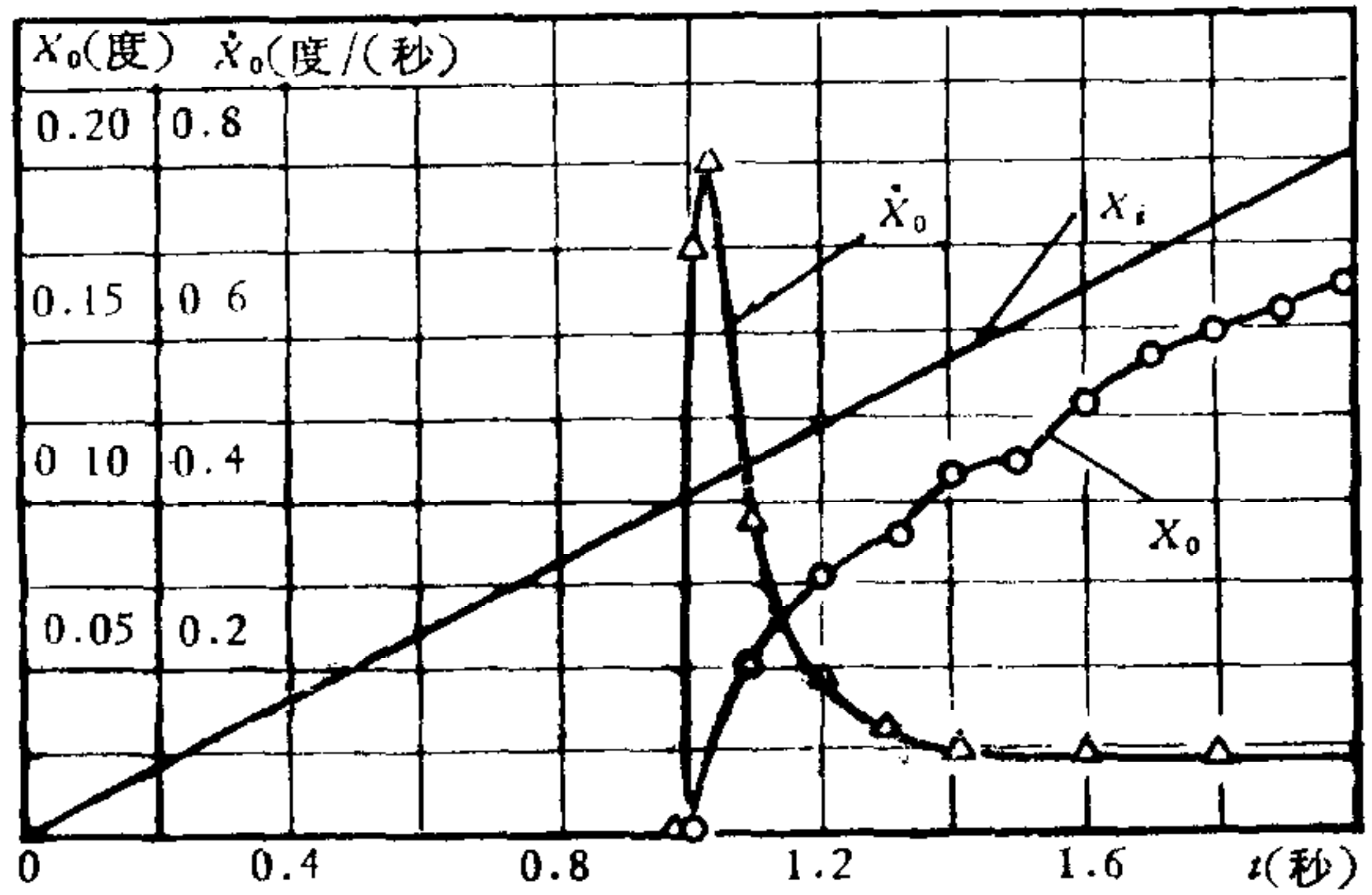


$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 201s + 200}$$

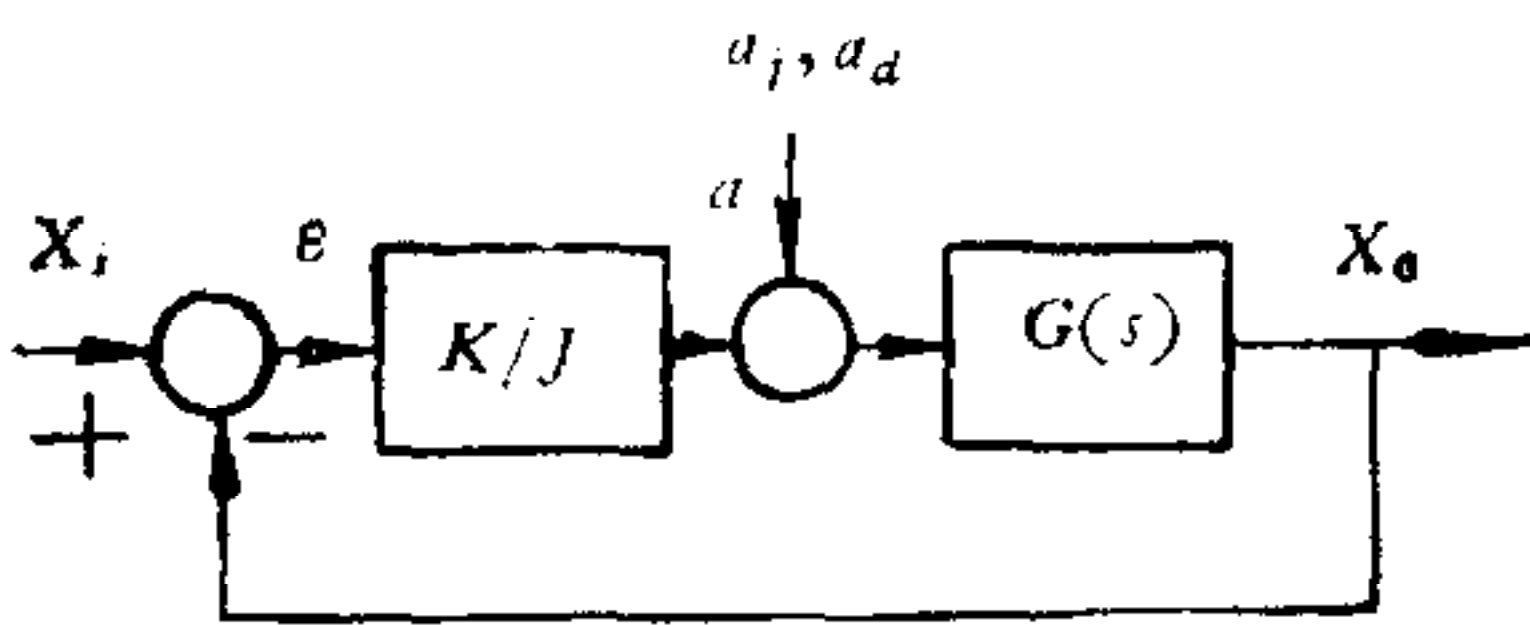
$$\frac{K}{J} = 2000(1/\text{秒}^2)$$

$$a_j = \frac{M_j}{J} = 2000(\text{度}/\text{秒}^2)$$

$$a_d = \frac{M_d}{J} = 200(\text{度}/\text{秒}^2)$$



(a)

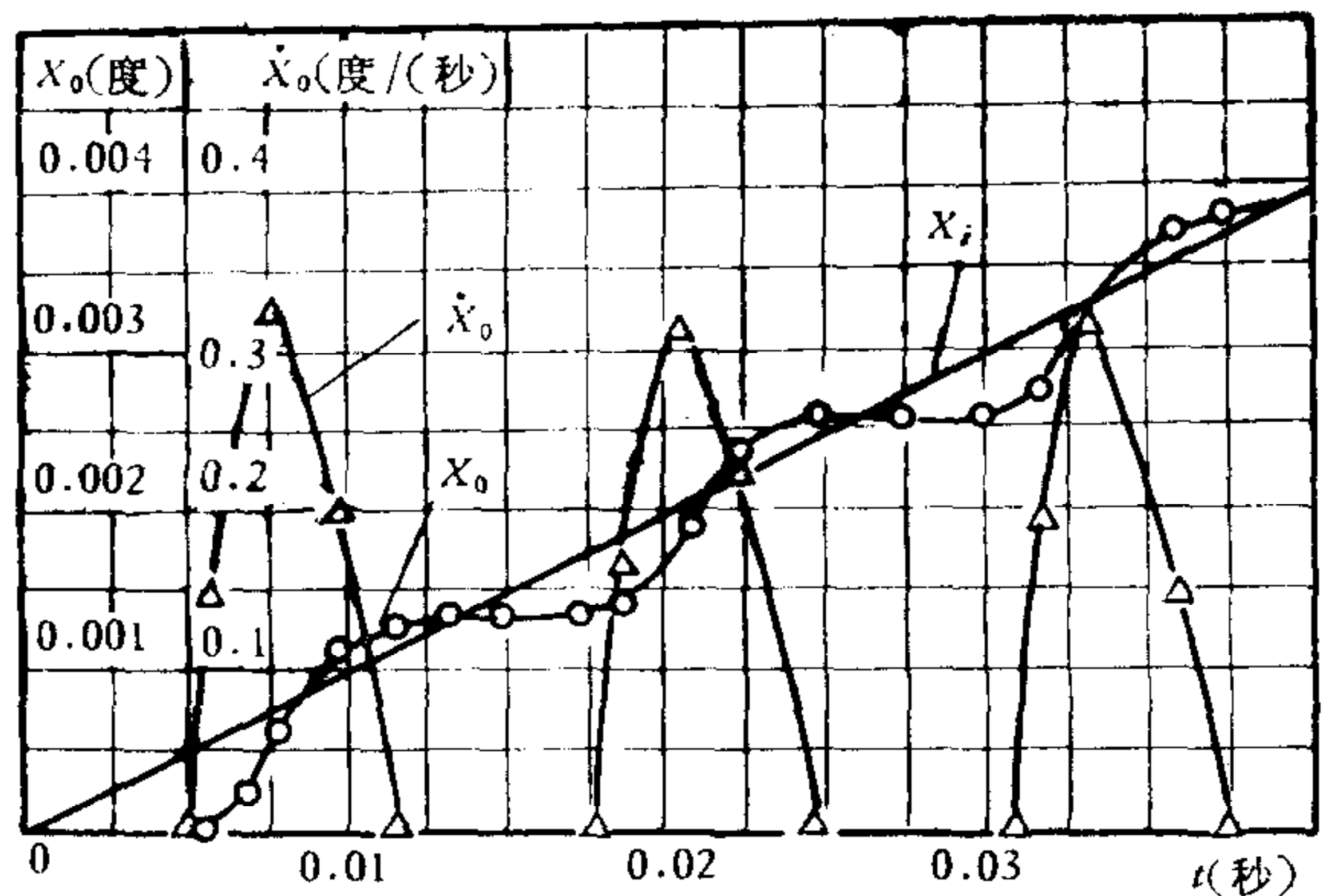


$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 201s + 200}$$

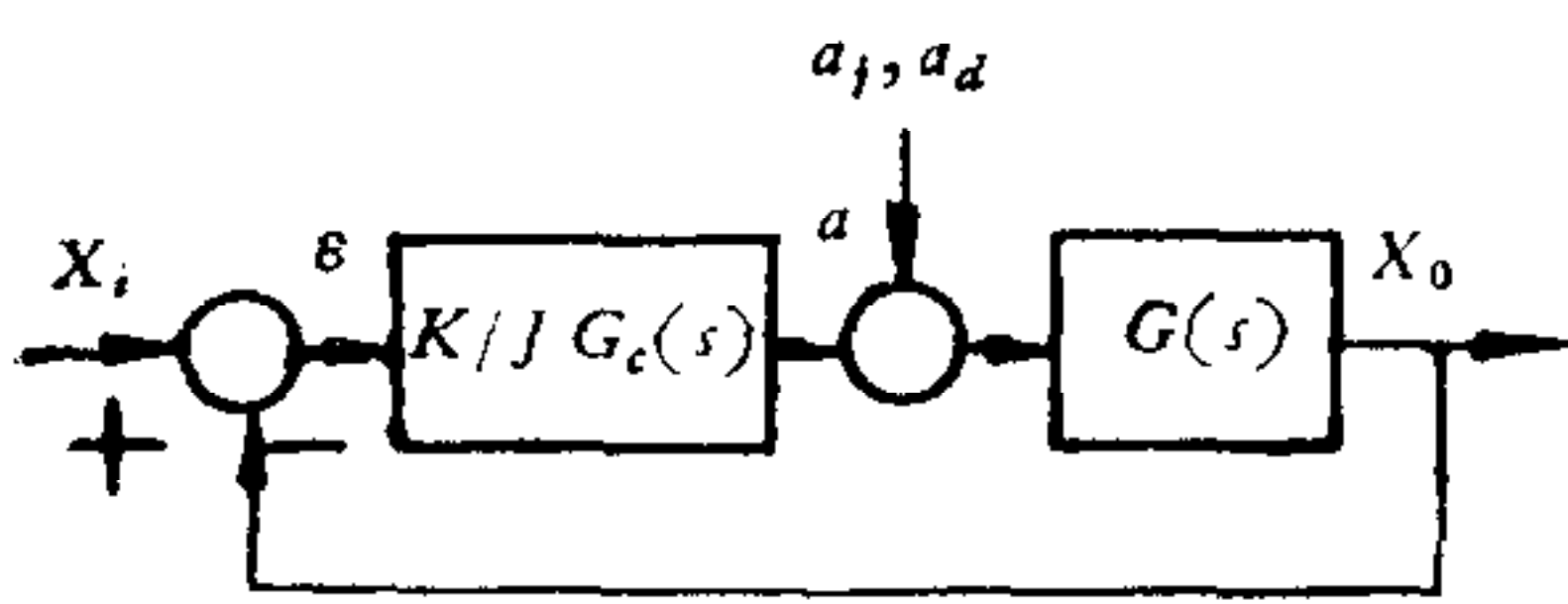
$$\frac{K}{J} = 400000(1/\text{秒}^2)$$

$$a_j = \frac{M_j}{J} = 2000(\text{度}/\text{秒}^2)$$

$$a_d = \frac{M_d}{J} = 200(\text{度}/\text{秒}^2)$$



(b)



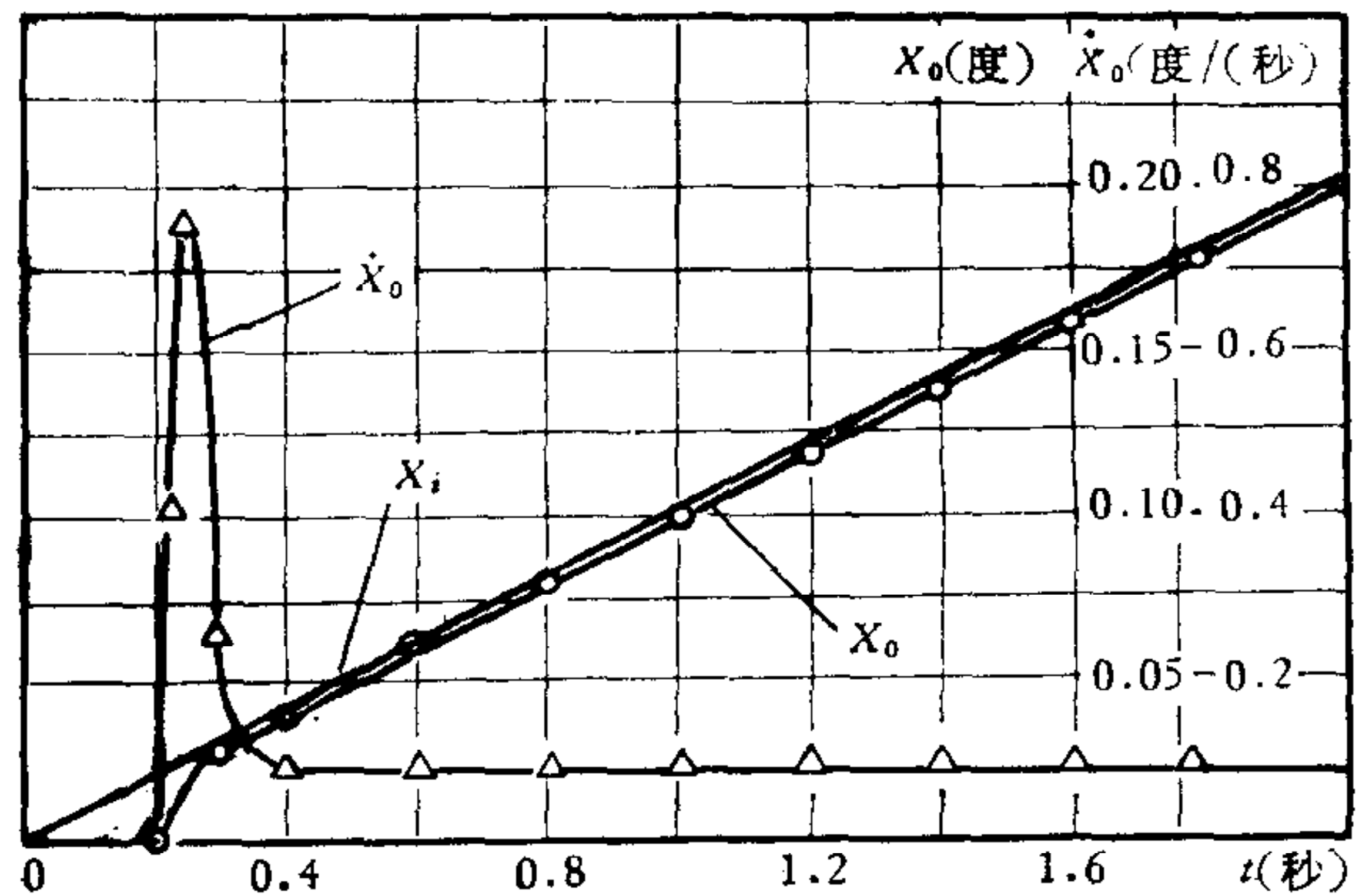
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 201s + 200}$$

$$G_c(s) = \frac{0.3s + 1}{20s + 1} \text{ 校正环节}$$

$$\frac{K}{J} = 400000(1/\text{秒}^2)$$

$$a_j = \frac{M_j}{J} = 2000(\text{度}/\text{秒}^2)$$

$$a_d = \frac{M_d}{J} = 200(\text{度}/\text{秒}^2)$$



(c)

图 9 用校正的办法消除低速跳动

图 10 是混合计算机上的模拟结构图的一种编排形式和控制逻辑。

数字模拟是一种易实现的方法，不过积分步长的选择和状态转换条件 $\dot{X}_0 = 0$ 的处理应合适，否则结果可能不反映系统运动的真实情况。

伺服系统的低速跳动试验，包括最小平稳速度的测试，系统参数 ζ, K 对低速跳动的影 响，校正对消除低速跳动的有效性等。实验结果表明理论分析基本反映了伺服系统低速跳动的本质。事实上，由于摩擦力是一个具有一定概率分布的随机量，再加上动摩擦难于测试，所以最小平稳速度的估算值只能给出一个量级值。

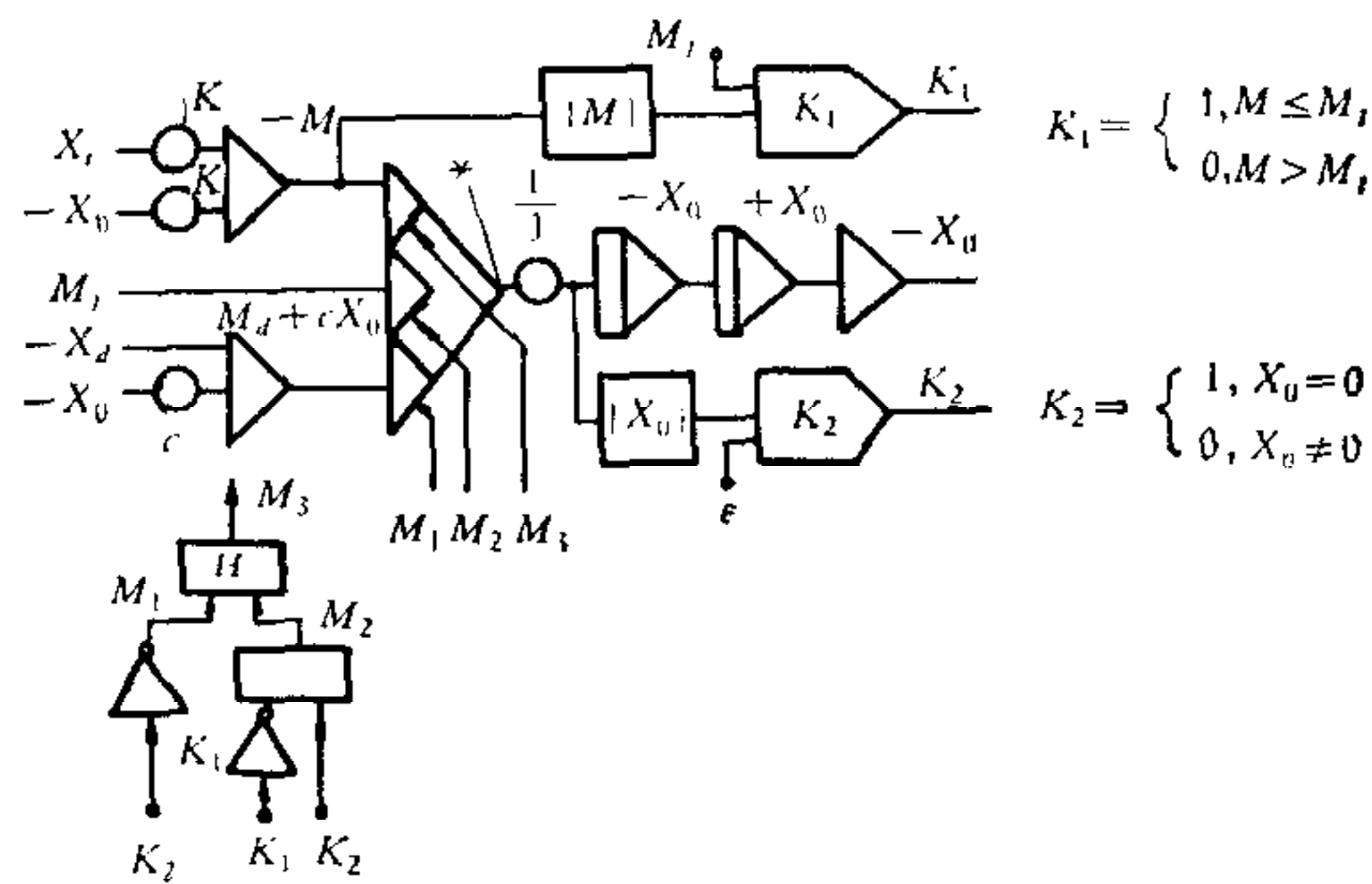


图 10 在混合计算机上低速跳动的排队图

- 1) ε 为任意小量; 2) $M_{1,2,3} = 1$ 为相应通道通;
- 3) 考虑系统高频部分, 在*处加入 $G_2(S)$;
- 4) 控制逻辑: $M_1 = \bar{K}_2$, $M_2 = \bar{K}_1 \cdot K_2$,
 $M_3 = M_1 \cdot K_2 = M_1 + M_2$.

六、结 论

- (1) 伺服系统的低速跳动是由于数值不相等的动、静摩擦所引起的, 即 $\Delta M = M_i - M_d \neq 0$. 它还与系统的稳定性有关, $\zeta = c/2\sqrt{JK}$ 可作为评价参数.
- (2) 系统参数已知时, 可按 (12) 式或图 5 估算系统的最小平稳速度 $\dot{X}_{i,\min}$.
- (3) 消除这种现象的办法是减小摩擦, 增大系统的稳定性. 动态校正正是好方法.

参 考 文 献

- [1] B. R. Singh, H. B. Mohanti, Experimental Investigations on Stick-slip, *The Engineer* (London), **207** (1959), No. 5384, 537—539.
- [2] B. R. Singh, Study of Critical Velocity of Stick-slip Sliding, *Journal of Engineering for Industry*, **82**(1960), No. 4, 393—398.
- [3] W. M. J. Schlosser, Stick-Slip Phenomena in Hydraulic Motors, *Hydraulic Pneumatic Power*, **12** (1966), No. 135, 224—231.
- [4] B. A. 别塞克尔斯基等著, 曾汉林等译, 小功率随动系统, 国防工业出版社, (1964), 77—96.

A STUDY ON THE PROBLEM OF LOW SPEED JUMP OF SERVOSYSTEMS

JIANG YUXIAN

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT

In this paper the sufficient-necessary condition for low speed jump of servosystems is given and methods of estimating the minimum smooth velocity and eliminating the low speed jump are proposed. The obtained results are checked by the digital simulations.