第8卷 第4期 自动化学报 Vol. 8, No. 4
1982年10月 ACTA AUTOMATICA SINICA Oct., 1982

研究简报

采用复合码与和码辨识 Hammerstein 模型及前馈非线性系统

钟延炯 李白男
(北京钢铁学院)

摘 要

本文提出了一种利用复合码与和码辨识H模型和前馈非线性系统的方法，其随机码是由相位相差 1/2 半周期的逆重复m序列所组成．此方法即使非线性元件的奇次系数全为零，仍能辨识出线性系统的脉冲响应和非线性元件的偶次系数．文中附有辨识H模型的数字仿真结果．

采用两个相位相差 1/2 半周期的逆重复m序列之和组成所谓和码，此两序列之积(即模 2 加)组成所谓复合码．利用和码作非线性系统 Hammerstein 模型(以下简称H模型)的输入，相应的系统输出与复合码求互相关函数．改变和码的幅度，得到不同的相关函数，构成线性方程组，由此可解得偶次非线性系数和线性脉冲响应函数．奇次非线性系数可以用通常的逆重复m序列求得[3,4]．对非线性前馈系统[1]（见图 2），采用上述方法不但可以估算出非线性元件的系数，而且能分别求出两个通道上的线性动态部分的脉冲响应函数．

本方法可以消除恒定直流分量对辨识结果的影响．特别是当非线性元件的奇次系数全为零时(偶对称特性)，仍可估算出线性动态部分的脉冲响应．而以前的各种基于用伪随机信号作输入的相关方法都不能做到这一点[1,2,3]．

一、复合码与和码

设 $x_1(t)$ 为m序列，钟周期为 Δt，序列长度为 N，周期为T，幅度为 1． $m(t)$ 为正负交替的方波，幅度为 1，周期为 $2\Delta t$．逆重复m序列 $l_1(t)$ 由 $x_1(t)$ 与 $m_1(t)$ 模 2 加（记作$\oplus$）得到[5]，即

$$l_1(t) = x_1(t) \oplus m_1(t). \tag{1}$$

又设

$$x_2(t) = x_1\left(t + \frac{T}{2}\right), \tag{2}$$

本文于 1981 年 6 月 16 日收到．

$$m_2(t) = m_1(t + \Delta t/2), \tag{3}$$

$$l_2(t) = x_2(t) \oplus m_2(t). \tag{4}$$

显然，$l_1(t)$ 与 $l_2(t)$ 相位相差 $\frac{1}{2}T$. 由 $l_1(t)$ 与 $l_2(t)$ 相加得到和码，记作 $[l_1(t) + l_2(t)]$. 将 $l_1(t)$ 与 $l_2(t)$ 相乘得一新序列，称之为复合码，记作$[l_1(t)\ l_2(t)]$，可以用 $l_1(t)$ 与 $l_2(t)$ 模 2 加得到，即

$$[l_1(t)\ l_2(t)] = l_1(t) \oplus l_2(t). \tag{5}$$

复合码 $[l_1(t)\ l_2(t)]$ 有如下性质:

1) $[l_1(t)\ l_2(t)]$ 是一逆重复 m 序列，其钟周期为 $\Delta t/2$，序列长度为 $2N$.

2) 复合码 $[l_1(t)\ l_2(t)]$ 的自相关函数为

$$R_{[l_1l_2][l_1l_2]}(K \cdot \Delta t/2) = \begin{cases} 1 & K = 0 \\ -1 & K = N \\ \frac{1}{N^2}(-1)^{K+1}, & K = 1, 2, \cdots N-1, N+1, \cdots 2N \end{cases} \tag{6}$$

(6)式是性质 1) 直接决定的.

3) 复合码与和码相互独立，即

$$\overline{[l_1(t) + l_2(t)][l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)]} = 0. \tag{7}$$

二、Hammerstein 模型辨识

图 1 所示为H模型. 图中 NL 为非线性元件，特性为

$$u(t) = \sum_{i=1}^{2n} a_i V^i(t), \qquad i = 1, 2, \cdots n \tag{8}$$

$V(t)$ 为非线性元件的输入，$u(t)$ 为相应的输出，但 $u(t)$ 不可量测. 图中 L 为线性动态系统，其脉冲响应为 $g(t)$. $n(t)$ 是白噪声干扰.

以幅度为 A 的和码 $A[l_1(t) + l_2(t)]$ 作输入，相应的系统输出可写成:

$$z(t) = y(t) + n(t). \tag{9}$$

式中

$$y(t) = \int_0^\infty g(s)u(t-s)ds, \tag{10}$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^{2n} a_i \{A[l_1(t) + l_2(t)]\}^i. \tag{11}$$

以复合码 $A[l_1(t)\ l_2(t)]$ 与 $z(t)$ 求互相关函数，有

$$\begin{aligned} &\overline{z(t)A[l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)]} \\ &= \overline{y(t)A[l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)] + n(t)A[l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)]}. \end{aligned} \tag{12}$$

式中

$$\overline{n(t)[l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)]} = 0. \tag{13}$$

将(10)，(11)式代入(12)式，有

$$\begin{aligned}\overline{z(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)} &= A\,\overline{y(t)l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)} \\ &= [2a_2A^3 + 8a_4A^5 + 32a_6A^7 + \cdots\cdots] \\ &\quad \Big[\int_0^\infty g(s)\overline{l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}ds \\ &\quad + \int_0^\infty g(s)\overline{l_1(t-s)l_2(t-s)l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}ds\Big] \\ &= \sum_{i=1}^{n} 2^{2i-1}a_{2i}A^{2i+1}\int_0^\infty g(s)R_{[l_1l_2][l_1l_2]}(\tau-s)ds. \end{aligned} \tag{14}$$

记

$$\overline{Az(t)l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)} = R_{[l_1l_2]z}(\tau).$$

(14)式可改写成

$$R_{[l_1l_2]z}(\tau) = s^*g(\tau)\sum_{i=1}^{n} 2^{2i-1}a_{2i}A^{2i-1}. \tag{15}$$

式中，s^* 为 $[l_1(t)l_2(t)]$ 的自相关函数面积，

$$s^* = \frac{N+1}{N}\frac{\Delta t}{2}. \tag{16}$$

对(16)式两边积分，设

$$\int_0^\infty g(s)ds = 1, \tag{17}$$

并且令 $T/2 > T_s$（系统调整时间），则有

$$\int_0^{T/2} R_{[l_1l_2]z}(\tau)d\tau = S^*\sum_{i=1}^{n} 2^{2i-1}A^{2i+1}a_{2i}. \tag{18}$$

取 $A = A_i$，对应有 $R_{[l_1l_2]z_i}(\tau)$，$i = 1, 2, \cdots n$，得到如下矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{s}\int_0^{T/2}R_{[l_1l_2]z_1}(\tau)d\tau \\ \frac{1}{s}\int_0^{T/2}R_{[l_1l_2]z_2}(\tau)d\tau \\ \vdots \\ \frac{1}{s}\int_0^{T/2}R_{[l_1l_2]z_n}(\tau)d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2A_1^3 & 8A_1^5\cdots2^{2n-1} & A_1^{2n+1} \\ 2A_2^3 & 8A_2^5\cdots2^{2n-1} & A_2^{2n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2A_n^3 & 8A_n^5\cdots2^{2n-1} & A_n^{2n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_4 \\ \vdots \\ a_{2n} \end{bmatrix},$$

或写成

$$\frac{1}{s^*}\int_0^{T/2}\underline{R_{[l_1l_2]z}(\tau)}d\tau = \underline{A}\;\underline{a}, \tag{19}$$

移项后得到

$$\underline{a} = \underline{A}^{-1}\frac{1}{s^*}\int_0^{T/2}\underline{R_{[l_1l_2]z}(\tau)d\tau}. \tag{20}$$

由上式可得全部偶次非线性系数。

在(15)式中，令 $A = A_0$，得出 $R_{[l_1l_2]z_0}(\tau)$，并把由(20)求得的 a_{2i} 代入(15)式，可得脉冲响应函数

$$g(\tau)=R_{[l_1l_2]z_0}(\tau)\Big/s^*\sum_{i=1}^{n}2^{2i-1}A^{2i+1}a_{2i}. \tag{21}$$

奇次系数可由一般方法[4]求得,即输入逆重复m序列$Al(t)$,求输出$z(t)$与$A\,l(t)$的互相关函数,有

$$R_{l_z}(\tau)=s^*g(\tau)\sum_{i=1}^{n}a_{2i-1}A^{2i}. \tag{22}$$

利用上式可求出奇次非线性系数a_{2i-1}, $i=1,2,\cdots n$.

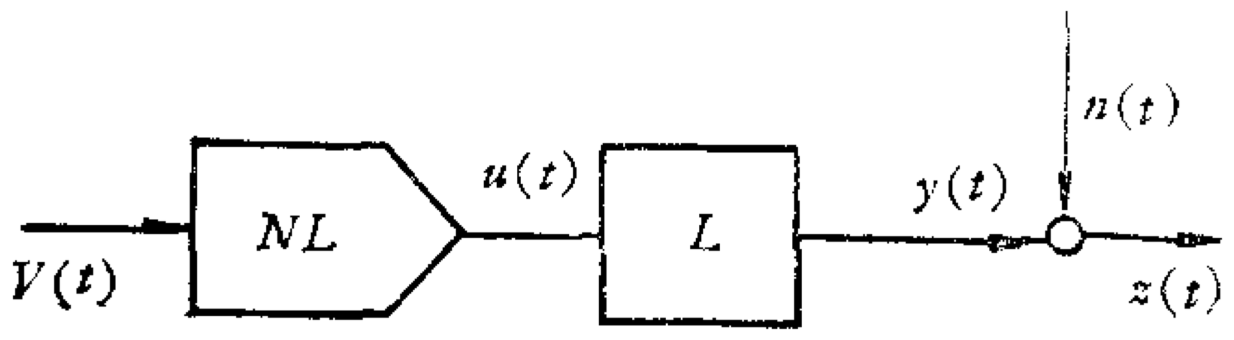

图 1 Hammerstein 模型

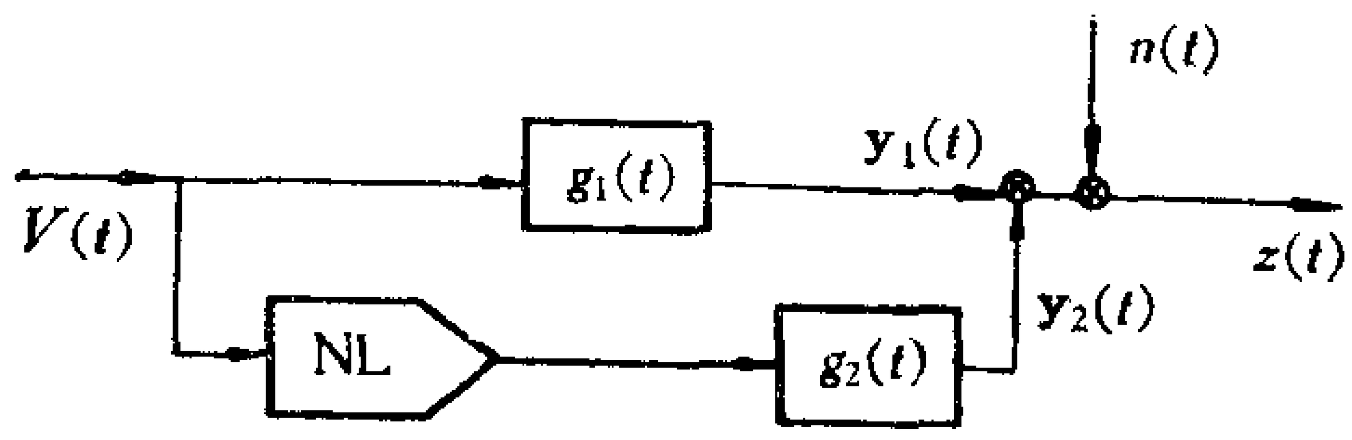

图 2 非线性前馈系统

三、非线性前馈系统的辨识

具有H模型结构的非线性前馈系统如图2所示.

1) 求非线性偶次系数和 $g_2(\tau)$

输入和码$A[l_1(t)+l_2(t)]$,这时

$$y_1(t)=\int_0^\infty g_1(s)A[l_1(t-s)+l_2(t-s)]ds, \tag{23}$$

$$y_2(t)=\int_0^\infty g_2(s)\left\{\sum_{i=1}^{n}a_iA^i[l_1(t-s)+l_2(t-s)]^i\right\}ds, \tag{24}$$

$$y(t)=y_1(t)+y_2(t), \tag{25}$$

$$z(t)=y(t)+n(t). \tag{26}$$

求$z(t)$与复合码$A\,[l_1(t)l_2(t)]$的互相关函数,有:

$$\begin{aligned}&\overline{z(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}\\&=\overline{y_1(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}+\overline{y_2(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}\\&\quad+\overline{n(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)},\end{aligned} \tag{27}$$

式中

$$\overline{n(t)l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}=0. \tag{28}$$

考虑到(13)式有:

$$\begin{aligned}&\overline{y_1(t)\,l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}\\&=\int_0^\infty Ag(s)\,\overline{[l_1(t-s)+l_2(t-s)]l_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}ds=0\end{aligned} \tag{29}$$

将(28),(29)式代入(27)式,有

$$\overline{z(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}=\overline{y_2(t)Al_1(t-\tau)l_2(t-\tau)}. \tag{30}$$

仿照(15)至(20)式的运算过程,可得出全部偶次系数,以及$g_2(\tau)$.

2) 求奇次非线性系数及$g_1(\tau)$

对图 2 所示系统，输入为逆重复 m 序列 $Al(t)$，求 $z(t)$ 与 $Al(t)$ 的互相关函数，有

$$R_{lz}(\tau)=R_{ly_1}(\tau)+R_{ly_2}(\tau)+R_{ln}(\tau). \tag{31}$$

式中

$$R_{ln}(\tau)=0, \tag{32}$$

$$R_{ly_1}(\tau)=sy_1(\tau), \tag{33}$$

$$R_{ly_2}(\tau)=sg_2(\tau)\sum_{i=1}^{n}a_{2i-1}A^{2i}, \tag{34}$$

把(32),(33),(34)式代入(31)式有：

$$R_{lz}(\tau)=A^2sg_1(\tau)+sg_2(\tau)\sum_{i=1}^{n}a_{2i-1}A^{2i}, \tag{35}$$

式中

$$s=\frac{N+1}{N}\Delta t.$$

(35)式两边积分，并把(17)式代入，有：

$$\int_0^T R_{lz}(\tau)d\tau=s[(1+a_1)A^2+a_3A^4+a_5A^6+\cdots]. \tag{36}$$

当 $A=A_i$，有相应的 $R_{lz_i}(\tau)$, $i=1,2,\cdots n$，则(37)式可写成矩阵方程.

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{s}\int_0^T R_{lz_1}(\tau)d\tau\\ \frac{1}{s}\int_0^T R_{lz_2}(\tau)d\tau\\ \vdots\\ \frac{1}{s}\int_0^T R_{lz_n}(\tau)d\tau\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1^2 & A_1^4\cdots A_1^{2n}\\ A_2^2 & A_2^4\cdots A_2^{2n}\\ \vdots & \vdots\\ A_n^2 & A_n^4\cdots A_n^{2n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+a_1\\ a_3\\ \\ a_{2n-1}\end{bmatrix} \tag{37}$$

或写成

$$\frac{1}{s}\int_0^T \underline{R_{lz}(\tau)}d\tau=\underline{A}\ \underline{a}. \tag{38}$$

移项后得到

$$\underline{a}=\underline{A}^{-1}\frac{1}{s}\int_0^T \underline{R_{lz}(\tau)}d\tau. \tag{39}$$

由(39)式可得到全部奇次系数.

把上一节中求出的 $g_2(\tau)$ 以及 (39) 式求出的各奇次系数代入(35)式，可求出 $g_1(\tau)$，即

$$g_1(\tau)=\left[R_{lz}(\tau)-sg_2(\tau)\sum_{i=1}^{n}a_{2i-1}A^{2i}\right]\Big/ sA^2. \tag{40}$$

四、数字仿真结果

应用上述方法，对 H 模型进行了辨识数字仿真计算．为简单起见，设 $n(t)=0$，非线性元件特性为：

$$u = a_1v + a_2v^2 + a_3v^3 + a_4v^4 + a_5v^5.$$

线性动态部分为三阶系统.

试验信号参数如下:

序列长度 N:63;

钟周期 Δt:0.02 秒;

信号幅值 A:1,2;

采样间隔 T_0:0.005 秒.

数字仿真计算结果见表 1 及图 3 曲线.

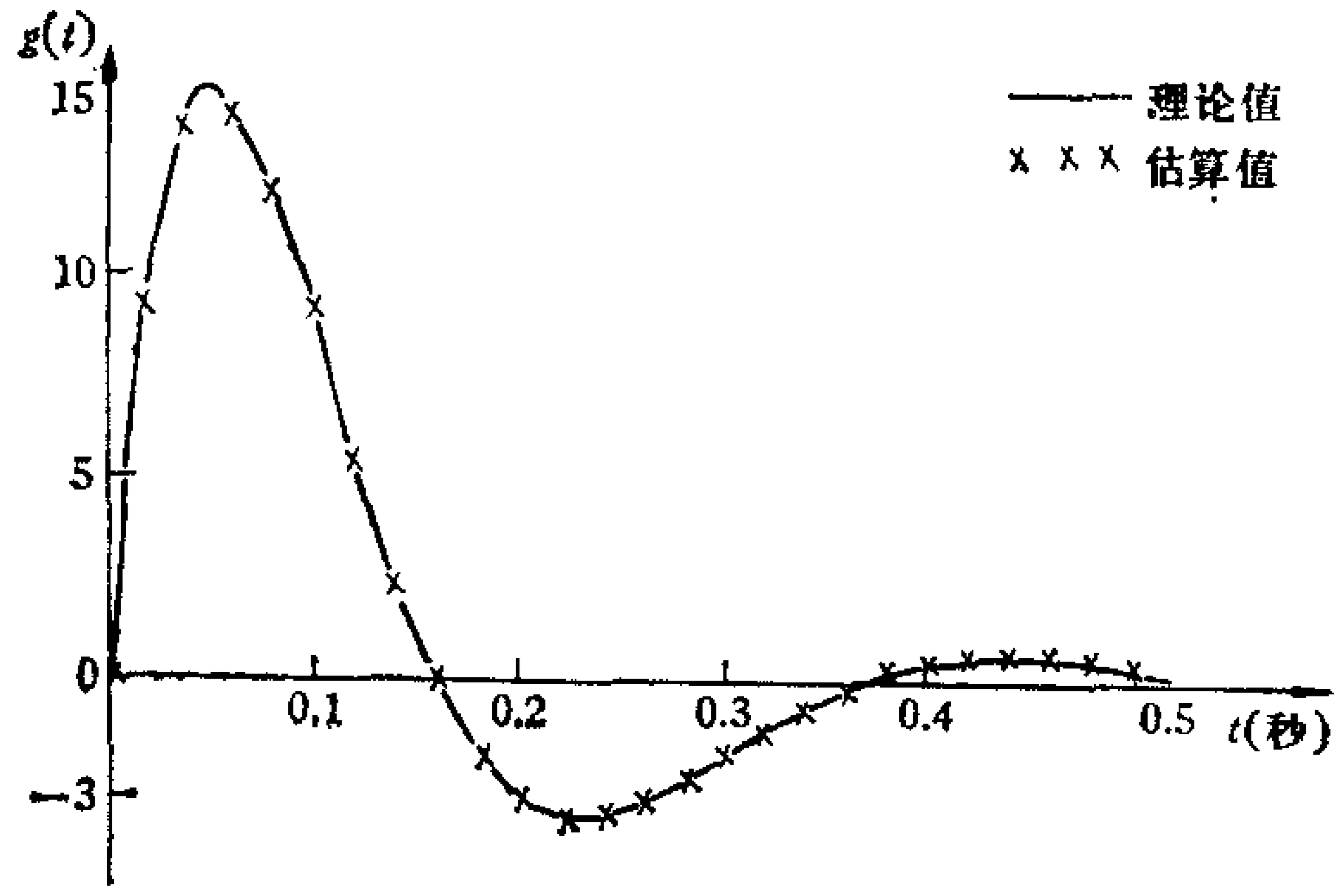

图 3 脉冲响应的理论值与估计值

表 1 非 线 性 特 性

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
理论值	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
估算值	0.505	0.396	0.302	0.193	0.101

五、结 论

(1) 由两个相位相差 1/2 半周期的逆重复 m 序列相乘构成的新序列——复合码,是一个钟周期缩短一倍,序列长度不变的逆重复序列,它与由上述二序列之和构成的和码相互独立. 复合码与和码都可以由硬件或软件方便地产生.

(2) 利用和码作系统输入,而用复合码与系统输出相关,可以辨识 H 模型和由 H 模型构成的非线性前馈系统. 采用这种方法,当非线性奇次系数全部为零时,仍可辨识出线性部分的脉冲响应函数.

参 考 文 献

[1] S. A. Billings and S. Y. Fakhovri, Nonlinear System Identification Using the Hammerstein, *Int. J. System Science*, **10**(1979), No. 5.

[2] L. Tuis, Identification of Nonlinear System by Means of Multilevel Pseudo-random Signals Applied to a Water-Turbine Unit, 4th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, 1976.

[3] R. Krempl, Application of Three-Level-Pseudorandom-Signals For Parameter Estimation of Non-

linear System, 3rd IFAC Symposium On Identification and System Parameter Estimation, 1973.
[4] B-n Li, Y-j Zhong, Identification of Nonlinear Dynamic System with Slow Random Drift Using Inverse-repeat m Sequences with Different Biases, China US Bilateral Meeting On Control Systems, Shanghai, Aug. 1981.
[5] 叶平光，复合码自相关函数及功率谱密度函数的分析，雷达测量技术，1973，No. 4.

IDENTIFICATION OF THE HAMMERSTEIN MODEL AND THE FEEDFORWARD NONLINEAR SYSTEM USING COMPLEX CODES AND SUM CODES

Zhong Yanjiong　Li Bainan
(*Beijing Institute of Iron and Steel Technology*)

Abstract

An approach is proposed in this paper to identify the *H* model and the feedforward nonlinear system using complex codes and sum codes. The codes are formed by the inverse repeat PRBS which are out of phase by ½ half-period each other. The impulse response of the linear system and the even coefficients of the nonlinear elements can be also identified by means of proposed approach, even if all odd coefficients of the nonlinear elements are equal to zero. The validity of proposed algorithm has been proved by the results of digital simulation to identify Hammerstein model.

《电子学通讯》更改刊名

启　　事

《电子学通讯》从一九八三年起改名为《电子科学学刊》，仍为学术刊物．欢迎投稿，欢迎订阅．

《电子学通讯》编辑部
北京2702信箱
一九八二年六月十四日