

数字影象增强的一类自适应滤波方法

徐建华
(复旦大学)

摘 要

本文提出一类新的数字影象增强的递推算法。该方法用新息序列对影象的不同纹理和结构进行检测,用 Kalman 估计对影象的灰度直接进行校正。电子计算机模拟试验结果表明本算法是有效的。

一、引 言

对于受可加白噪声干扰的模糊影象,用 Kalman 滤波进行处理可以减少存贮量和运算工作量,充分利用数字电子计算机适于递推的特点,有利于影象的实时处理。

文献[1—3]对自相关函数是可分的、呈指数衰减的影象建立了动态模型,并用正规 Kalman 滤波对模糊影象进行滤波、增强。这个方法的缺点是用同一个动态模型来描述影象中不同的纹理和结构,用相同的滤波器对全影象进行滤波。由于正规 Kalman 滤波只有在系统的动态模型与影象本身完全匹配时才能得到原影象的无偏、最小方差估计,即处理的效果依赖于对图象统计特性的了解,但要确切知道模糊影象的统计特性是很困难的,而且影象的各部分的动态模型是不同的,因此,滤波效果不理想。文献[1, 2]用内插法改善了滤波效果,但要进行两次滤波,大大增加了运算量。

本文提出自适应 Kalman 滤波方法,在影象的递推估计过程中,利用新息序列的统计性质,检测影象的动态模型与影象本身的一致性。当检测结果表明影象的动态模型与影象本身不一致时,则用 Kalman 滤波器对影象灰度估计值直接进行校正。

二、影象的动态模型

文献[3]对能表示成离散的均值为零的齐次随机场,且自相关函数是可分的、呈指数衰减的影象建立了动态模型

$$\mathbf{s}(k+1) = \rho_v \mathbf{s}(k) + A^{-1} \boldsymbol{\omega}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k). \quad (2)$$

其中 $\mathbf{s}(k) = [s(k, 1), s(k, 2), \dots, s(k, m)]^T$ 是 $m \times 1$ 状态向量,表示原影象的第 k 行象素的灰度值, $\boldsymbol{\omega}(k) = [\omega(k, 1), \omega(k, 2), \dots, \omega(k, m)]^T$ 是 $m \times 1$ 系统噪声向量,

$\{\omega(i, j)\}$ 是零均值、不相关的随机序列, 其方差为

$$\sigma_{\omega}^2 = (1 - \rho_v^2)(1 - \rho_h^2)R(0, 0). \quad (3)$$

ρ_v 是齐次随机场垂直相关系数, ρ_h 是水平相关系数, $R(0, 0)$ 是齐次随机场的方差. $\{\omega(k)\}$ 的协方差矩阵为

$$E\{\omega(k)\omega^T(j)\} = \sigma_{\omega}^2 \cdot I_{m \times m} \cdot \delta_{k,j}, \quad \delta_{k,j} = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j. \end{cases} \quad (4)$$

$\mathbf{y}(k) = [y(k, 1), y(k, 2), \dots, y(k, m)]^T$ 是 $m \times 1$ 观测向量, 表示模糊影象第 k 行象素的观测值. $\mathbf{n}(k) = [v(k, 1), v(k, 2), \dots, v(k, m)]^T$ 是 $m \times 1$ 观测噪声向量, $\{v(i, j)\}$ 是零均值, 不相关的随机序列, 其方差为 σ_v^2 , $\{\mathbf{n}(k)\}$ 的协方差矩阵为

$$E\{\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^T(j)\} = \sigma_v^2 \cdot I_{m \times m} \cdot \delta_{k,j}. \quad (5)$$

A 是 $m \times m$ 矩阵,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \cdots 0 & 0 \\ -\rho_h & 1 & 0 \cdots 0 & 0 \\ 0 & -\rho_h & 1 \cdots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \cdots -\rho_h & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

若齐次随机场是遍历的, 则上述 $\rho_v, \rho_h, R(0, 0)$ 都可以由影象得到其估计值. σ_v^2 由干扰大小决定.

引进 $m \times 1$ 向量 $\mathbf{f}(k)$, 表示由于影象的不同纹理和结构的变化而加于系统的作用力. 于是, (1) 式成为

$$\mathbf{s}(k+1) = \rho_v \mathbf{s}(k) + \mathbf{f}(k) + A^{-1} \omega(k). \quad (1)'$$

下面, 根据动态模型(1)'和观测方程(2)来构造模糊影象的自适应滤波.

三、影象的自适应滤波

影象滤波, 有如下步骤:

1. 检测

设 $\{v(k)\}$ 为 Kalman 滤波的新息序列. 由文献[4]如当 $k > k_0$ 时, $\mathbf{f}(k) \neq 0$, 则有

$$E\{v(k)\} = \begin{cases} 0, & \text{当 } k \leq k_0. \\ \mathbf{f}'(k) \triangleq \sum_{l=1}^{k-k_0} \left\{ \prod_{\substack{i=k-k_0 \\ i \geq l+1}}^{l+1} \rho_v [I - K(k_0 + i - 1)] \right\} \mathbf{f}(k_0 + l - 1), & \text{当 } k > k_0. \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\{K(i)\}$ 为 Kalman 滤波的增益矩阵. $\mathbf{f}'(k)$ 在 $[k_0, k_0 + r]$ 内是否为零向量, 由如下的统计假设进行检验:

$$H_0: E\{v(k)\} = 0, \quad k = k_0, \dots, k_0 + r$$

表示 $\mathbf{f}'(k) = 0$, 动态模型与影象本身一致.

$$H_1: E\{v(k)\} \neq 0$$

表示 $\mathbf{f}'(k) \neq 0$, 动态模型与影象本身不一致. 其中 r 为某取定的正整数. 取统计量

$$\chi^2 = r \cdot \bar{\nu}^T \cdot \Sigma_v^{-1} \cdot \bar{\nu}. \quad (8)$$

其中 $\bar{\nu} = \frac{1}{r} \sum_{i=k_0+1}^{k_0+r} \nu(i)$, $\Sigma_v^{-1} = (P(k|k-1) + \sigma_v^2 \cdot I_{m \times m})^{-1}$ 都可以由 Kalman 滤波过程得到. $P(k|k-1)$ 是预测误差协方差矩阵. 统计量 χ^2 服从自由度为 m 的 χ^2 分布. 对于显著水平 α 在 Kalman 递推估计的每一步按(8)式进行计算. 若 $\chi^2 \leq \chi_\alpha$, 则接受假设 H_0 . 它表明动态模型与影象本身一致, 置 $f'(k) = 0$; 若 $\chi^2 > \chi_\alpha$, 则接受假设 H_1 . 它表明动态模型与影象本身不一致, 置 $f'(k) \neq 0$, 要根据 $\nu(k_0), \dots, \nu(k_0+r)$ 来估计 $f'(k)$.

2. $f'(k)$ 的估计

鉴于新息序列为 $\{\nu(k_0), \dots, \nu(k_0+r)\}$, 由文献[4]可以得到 $f'(k)$ 的最小二乘估计

$$\hat{f}'(k_0+r) = \frac{1-\rho_v}{1-\rho_v^{r-1}} \left[\nu(k_0+r) + \sum_{i=1}^{r-1} \rho_v^{r-i} K(k_0+i-1) \cdot \nu(k_0+i-1) \right], \quad (9)$$

其中 $\{\nu(i)\}$, $\{K(i)\nu(i)\}$ 都可以由 Kalman 递推估计过程得到.

3. 状态估计的直接校正

对模糊影象施行状态直接校正自适应滤波的递推公式为

$$\hat{\mathbf{s}}(k|k-1) = \rho_v \hat{\mathbf{s}}(k-1|k-1) + \hat{f}'(k-1), \quad (10)$$

$$P(k|k-1) = \rho_v^2 P(k-1|k-1) + (1-\rho_v^2)(1-\rho_h^2) \cdot R(0,0) A^{-1} (A^{-1})^T, \quad (11)$$

$$K(k) = P(k|k-1) [P(k|k-1) + \sigma_v^2 I_{m \times m}]^{-1}, \quad (12)$$

$$\nu(k) = \mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k|k-1), \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(k|k) = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1) + K(k)\nu(k), \quad (14)$$

$$P(k|k) = [I - K(k)]P(k|k-1)[I - K(k)]^T + \sigma_v^2 K(k)K^T(k). \quad (15)$$

其中 $\hat{\mathbf{s}}(k|k)$ 是 $m \times 1$ 向量, 表示鉴于观测 $\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(k), \mathbf{s}(k)$ 的无偏最小方差估计, $\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)$ 是 $m \times 1$ 向量, 表示鉴于观测 $\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(k-1), \mathbf{s}(k)$ 的无偏最小方差估计. $P(k|k)$ 是 $m \times m$ 矩阵, 是估计误差协方差矩阵. (10) 式的 $\hat{f}'(k)$ 根据上述 $f'(k)$ 的检测和估计而得. 检测和估计 $f'(k)$, 可以利用上述递推估计过程得到的中间结果, 因此并不增加多少运算量.

从(10)–(15)式, 适当选取初值 $\hat{\mathbf{s}}(0|0)$ 和 $P(0|0)$ 可获得影象的最佳自适应递推估计.

四、模拟试验结果

在 719 计算机上模拟试验的结果如下:

取两幅 96×96 (象素) 的试验影象, 如图 1 所示.

试验影象(a)的背景灰度为 -1.4074, 方块中心的灰度为 2, 其外围灰度为 6, $\rho_h = \rho_v = 0.9578$, $R(0,0) = 6.6633$. 试验影象(b)的背景灰度为 -1.7744, 自右上角至右左下方诸方块的灰度依次为 1, 2, 4, 6. $\rho_h = \rho_v = 0.9683$, $R(0,0) = 9.6647$.

选取参数 $m = 4$, 显著水平 $\alpha = 0.01$, 零均值正态随机数方差 σ_v^2 取为 1, 9, 36, 64.

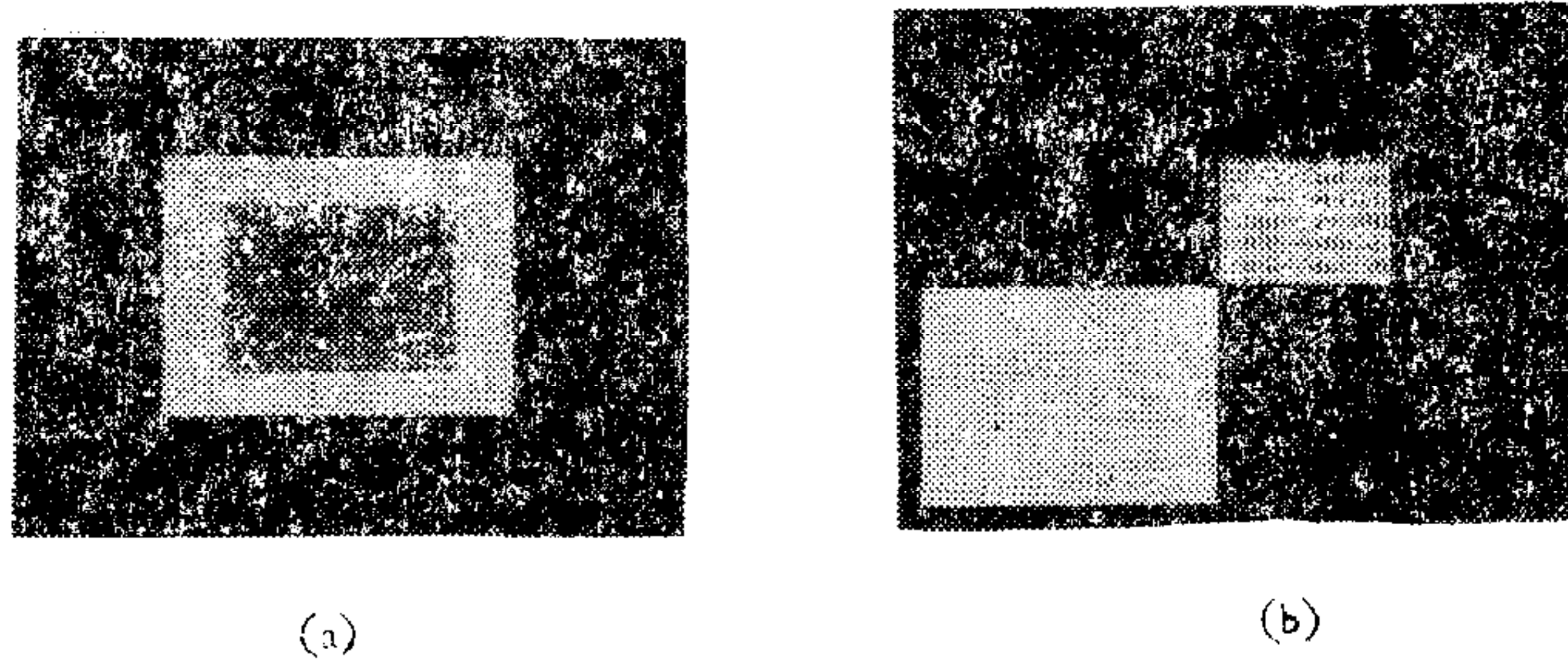


图 1 试验影象

$r = 4, 6$. 取滤波器性能指标为估计的均方误差

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{96^2} \sum_{i=1}^{96} \sum_{j=1}^{96} [\hat{s}(i, j) - s(i, j)]^2.$$

对于不同的 σ_s^2 和 r ,用正规Kalman滤波算法和本文的自适应滤波算法所得结果见表 1.

表 1

σ_s^2	r	正规 Kalman 滤波 σ_s^2		自适应滤波 σ_s^2	
		影象 (a)	影象 (b)	影象 (a)	影象 (b)
1	4	0.9838	0.9846	0.4130	0.4843
9	4	8.9725	8.8526	1.5461	1.7746
36	6	35.5839	35.3769	3.0994	4.1709
64	6	63.4301	62.9483	3.6670	5.2517

影象(a)和(b)在不同的干扰下 ($\sigma_s^2 = 1, 9, 36, 64$), 其模糊影象、正规 Kalman 估计影象和自适应估计影象分别见图 2、图 3. 结果表明, 本算法与正规 Kalman 估计相比有显著的改进.

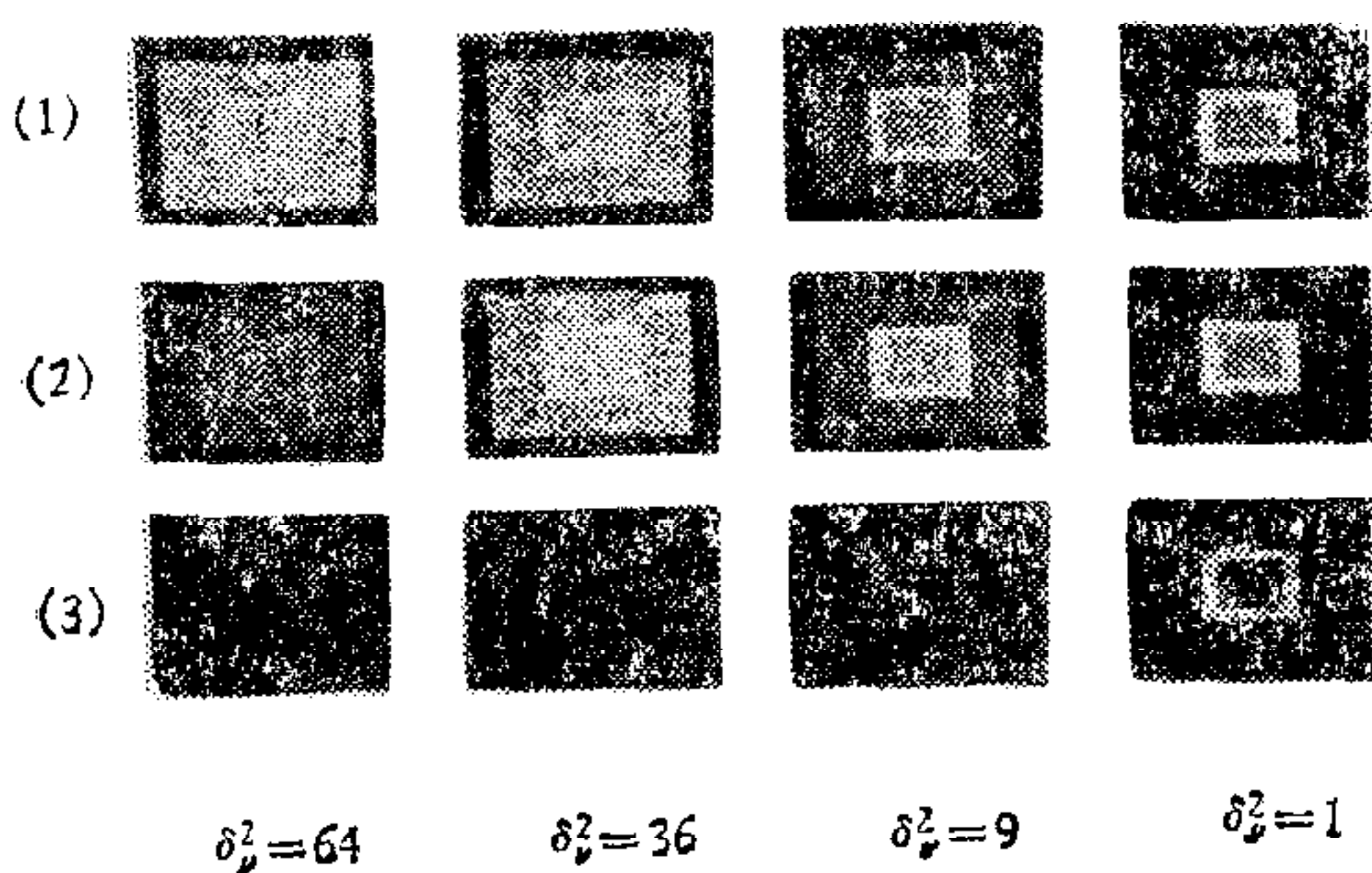


图 2

- (1) 为影象(a)的模糊影象;
- (2) 为影象(a)的正规 Kalman 估计;
- (3) 为影象(a)的自适应估计.

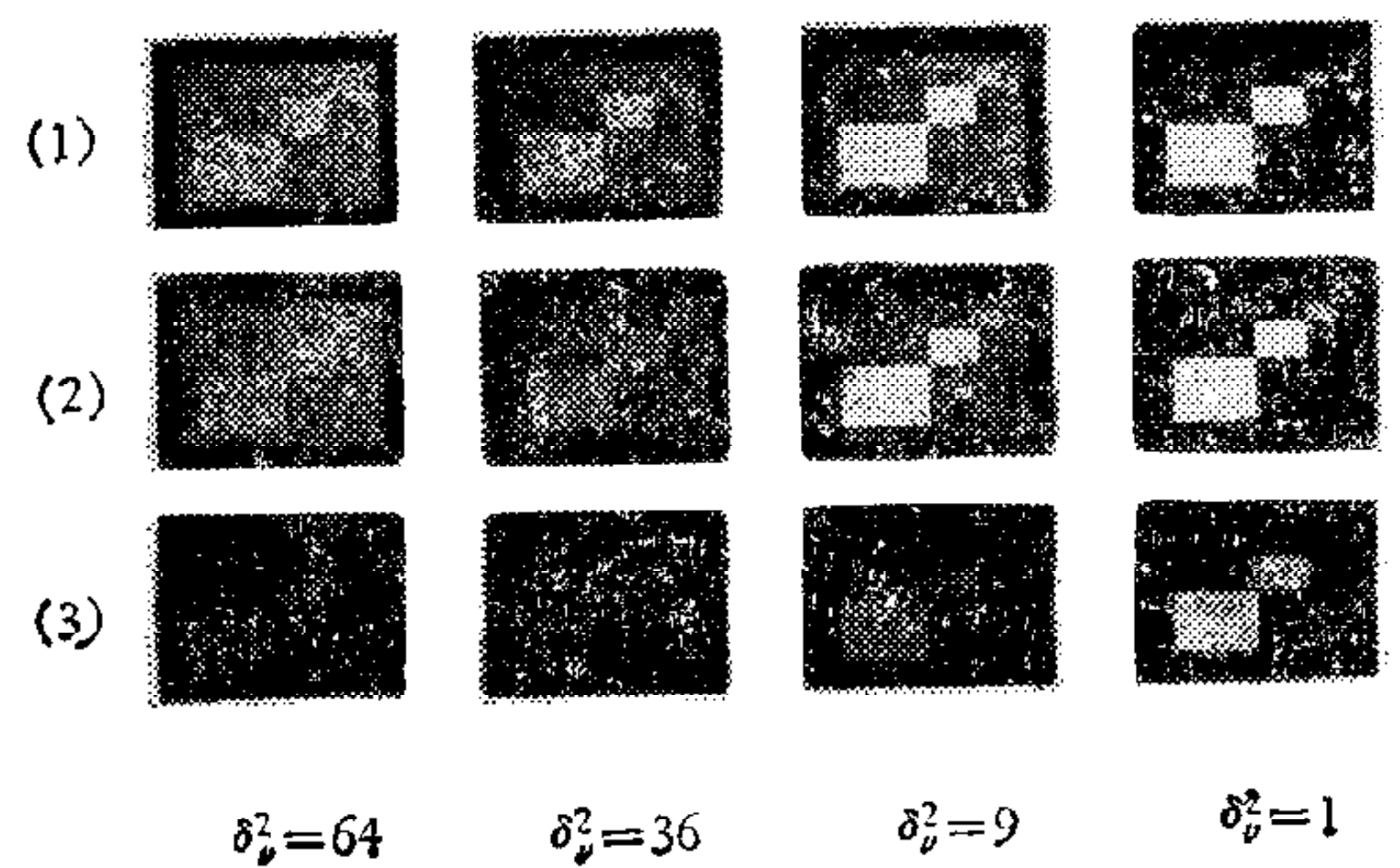


图 3

- (1) 为影象(b)的模糊影象,
- (2) 为影象(b)的正规 Kalman 估计,
- (3) 为影象(b)的自适应估计.

参 考 文 献

- [1] N. E. Nahi, Bayesian Recursive Image Estimation, *IEEE Trans.* C-21(1972), 734—738.
- [2] N. E. Nahi and C. A. Franco, Recursive Image Enhancement Vector Processing, *IEEE Trans.* COM-21(1973), 305—311.
- [3] D. P. Panda and A. C. Kak, Recursive Least Squares Smoothing of Noise in Image, *IEEE Trans.* ASSP-25(1977). 520—524.
- [4] 徐建华、卞国瑞、倪重匡、张霭珠, 自适应滤波 (I), 复旦大学学报 (自然科学版), 1976, 第二期, 22—38.
- [5] 徐建华、卞国瑞、倪重匡、张霭珠, 自适应滤波 (II), 复旦大学学报 (自然科学版), 1977, 第一期, 76—79.

AN ADAPTIVE FILTERING APPROACH OF DIGITAL IMAGE ENHANCEMENT

XU JIANHUA

(Fudan University)

ABSTRACT

This paper represents a new recursive algorithm for the digital image enhancement. Making use of the innovation sequence, different texture and structure of the Image were detected, and the Kalman estimation of the Image gray levels of the different texture and structure was corrected directly. The simulation experiments on the computer proved that this algorithm was effective.