

模式识别的一类属性文法

戴汝为

(中国科学院自动化所)

摘 要

本文叙述了在通常的文法中引入两个基元间连接属性的重要性,从而看出在属性文法中,句法和词意两部分间可以有折衷的关系,即增加后者的复杂性将会使前者得到简化,反之亦然。这样使便于应用的有限状态属性文法成为基本的形式。这里作者吸取了 PDL, Plex Grammar, Tree Grammar 中连接关系的优点,引入连接属性,提出一类关联属性文法。这类文法可以有效地描述和识别曲线段构成的图形,如汉字、电子线路图等。

一、引 言

最近几年来,用带有属性 (Attributes) 的文法(简称属性文法 Attributed Grammars)对图像进行描述和识别的研究有很大进展^[3-6]。属性文法首先是由 Knuth^[7]从程序语言的角度提出来的,随着句法模式识别的发展^[1,2],对属性文法逐渐发生兴趣。原有的两种模式识别方法中,统计方法不能描述复杂模式的结构以及模式与子模式之间的关系;句法方法在处理具有噪声的模式及利用数字的词意信息方面又往往无能为力^[4]。而属性文法着眼于取长补短,它的每一个产生式由句法规则和词意规则两部分组成。句法规则用以确定语言的句法关系,词意规则用来加入前后文语言之间的词意,为克服上述两种方法的缺点提供了可能性。

本文首先介绍利用有限状态属性文法来产生类似于 PDL (Picture Describing Language^[1,2,9])的语言,从而看到引入两个基元之间的连接属性的重要意义。接着通过用不同形式的文法产生同一图形,说明一个属性文法的句法部分和词意部分之间可以来一个折衷,并看出采用属性文法的合理性。在文献[5]的基础上提出一类关联属性文法 (Relational Attributed Grammars)。采用这类文法可以有效地描述和识别汉字、电子线路图等由线段构成的图形。类似于 PDL 的语言,实际上是这种文法所产生的语言的一种特殊情形。

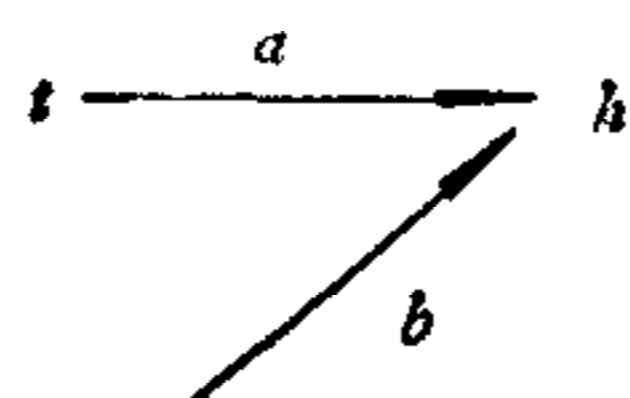
二、类似于 PDL 的语言

用 PDL 可以方便地描述由线段构成的图形^[1,9]。PDL 每个基元有两个接触点,即点头 (h) 及点尾 (t), 将点尾和点头连接起来构成向量 \vec{th} 。一个基元与另一个基元相连接有四种方式,可表示为 +、-、 \times 、* 四种运算如下:

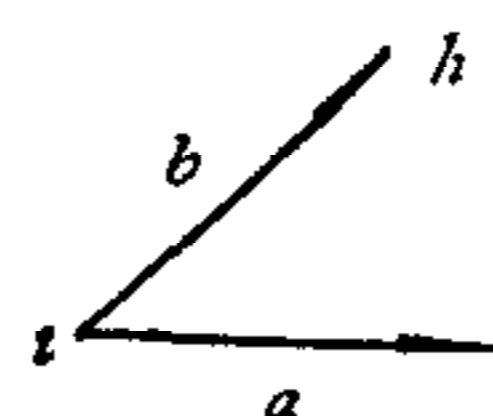
1) $a + b \quad h(a)CATt(b)$



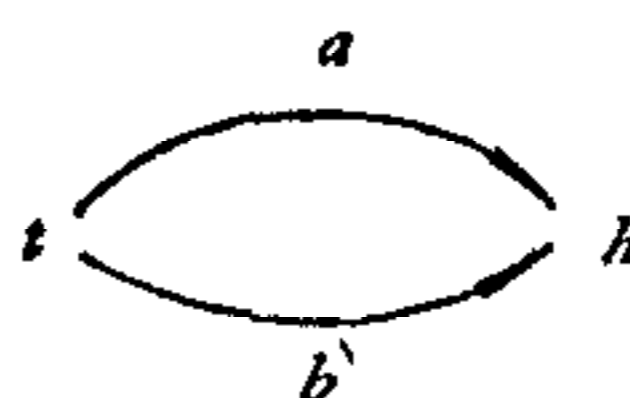
2) $a - b \quad h(a)CATh(b)$



3) $a \times b \quad t(a)CATt(b)$



4) $a * b \quad (t(a)CATt(b)) \wedge (h(a)CATh(b))$



其中 $h(a)$ 表示基元 a 的头; $t(a)$ 表示基元 a 的尾; CAT 表示两个基元的连接.

产生 PDL 表示式的文法是上下文无关的文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$, 其中 $V_N = \{S, SL, \phi_b\}$; $V_T = \{b\} \cup \{+, -, \times, *, \sim, /, (,)\} \cup \{l\}$. b 表示某些基元; \sim 表示把基元的头与尾倒置; l 为标号的指示符; $/$ 表示一个表示式的头和尾可以任意放置. 产生式的集合 P 为:

$$S \rightarrow b, S \rightarrow (S\phi_b S), S \rightarrow (\sim S), S \rightarrow SL, S \rightarrow (/SL).$$

$$SL \rightarrow S^l, SL \rightarrow (SL\phi_b SL), SL \rightarrow (\sim SL), SL \rightarrow (/SL).$$

$$\phi_b \rightarrow +, \phi_b \rightarrow -, \phi_b \rightarrow \times, \phi_b \rightarrow *.$$

在 a_1 和 a_2 两个基元之间的连接关系中引入属性, 其连接关系为:

$$CAT(a_1, a_2) = (p, \theta).$$

其中 p 表示某种方式的连接, $p \in \{+, -, \times\}$, 即 p 可以是 $+$ 、 $-$ 、 \times 中任一种运算; θ 表示连接属性, 代表两个向量之间的夹角. 引入这个属性后, 用带有属性的有限状态文法就可以描述类似于 PDL 的语言. 下面分别用 PDL 和带属性的有限状态文法描述大写英文字母 F . 这里有 \rightarrow^a 和 \uparrow^d 两个基元.

(i) 用 PDL 描述字母 F , 其表示式为 $(d+(a \times (d+a)))$, 构造如图 1 所示.

(ii) 用带属性的有限状态文法 G_a 描述 F , $G_a = (V_N, V_T, P, S)$. 其中 $V_N = \{S, N_1, N_2, N_3\}$, $V_T = \{a, d\}$. P :

1) $S \rightarrow aN_1$

$$CAT(d, a) = \left(+, -\frac{\pi}{2} \right).$$

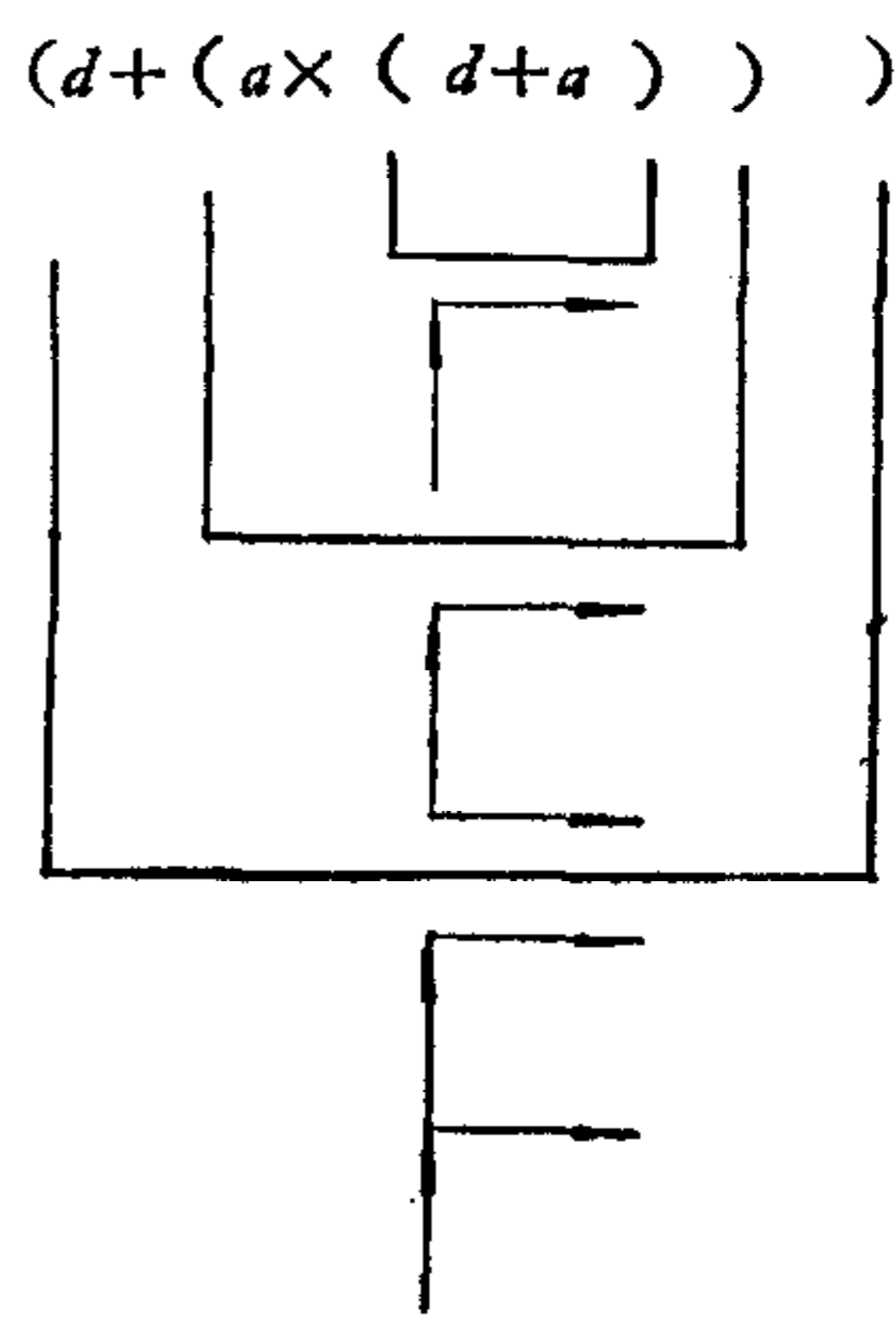


图 1

$$2) N_1 \rightarrow dN_2$$

$$CAT(a, d) = \left(\times, \frac{\pi}{2} \right).$$



$$3) N_2 \rightarrow aN_3$$

$$CAT(d, a) = \left(+, -\frac{\pi}{2} \right).$$



$$4) N_3 \rightarrow d.$$

G_a 与一般有限状态文法不同之点是在两个相邻产生式之间, 加入了两个相邻终止符间的连接关系. 字母 F 可以表示为一条带有属性的链即

$$a \left(+, -\frac{\pi}{2} \right) d \left(\times, \frac{\pi}{2} \right) a \left(+, -\frac{\pi}{2} \right).$$

三、句法与词意之间的折衷

一个带有属性的文法可以认为包括两部分, 即一个以文法表示的句法部分和由三个集合组成的词意部分. 三个集合为 (i) 基元属性集; (ii) 关系属性集; (iii) 词意规则集, 其有关性质见文献 [5]. 在句法与词意两部分之间使词意部分稍微复杂一些可以简化句法部分. 下面以不同形式的文法产生一族形状相似的直角三角形为例加以说明. a, b, c 为三角形的三个边, 边的属性是边的长度, 分别为 $1, 2, \sqrt{3}$.

1) 单纯从句法的角度考虑, 则必须用一个上下文敏感的文法 G_1 来描述.

$$G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S).$$

其中基元为 a, b, c .

P :

- | | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $S \rightarrow aSBA$ | 2. $S \rightarrow aBA$ | 3. $AB \rightarrow BA$ | 4. $aB \rightarrow ab$ |
| 5. $bB \rightarrow bb$ | 6. $bA \rightarrow bc$ | 7. $cA \rightarrow cc$ | |

G_1 产生的语言 $L(G_1) = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ 描述了一族边长分别为 $n, 2n, \sqrt{3}n$ 的直角三角形.

2) 采用较为简单的上下文无关的文法形式. 引用基元属性 $A(a) = 1, A(b) = 2, A(c) = \sqrt{3}$ (这里 $A(a)$ 表示基元 a 的属性) 及基元之间的连接属性. 根据 $\{a^n b^n c^n\}$ 中的样本可以用文献 [10] 的方法推断出下列上下文无关文法 \tilde{G}_2 .

$$\tilde{G}_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S). \text{ 其中}$$

P :

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| 1. $S \rightarrow ABC$ | 2. $A \rightarrow aA$ | 3. $B \rightarrow bB$ | 4. $C \rightarrow cC$ |
| 5. $A \rightarrow a$ | 6. $B \rightarrow b$ | 7. $C \rightarrow c$. | |

以 \tilde{G}_2 为基础, 加入一些描述直角三角形的连接关系, 即满足 b 与 a 连; c 与 b 连; a 与 c 连, 且 $CAT(a, b) = \left(+, \frac{\pi}{2} \right), CAT(b, c) = \left(+, \frac{2}{3}\pi \right), CAT(c, a) = \left(+, \frac{\pi}{2} \right)$. 于是可以构造一个句法部分为上下文无关的属性文法 G_2 如下:

$$G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S).$$

产生式集包括句法和词意两部分，其中词意部分又由连接关系和词意规则组成。P 如表 1 所示。

表 1

句 法 部 分	词 意 部 分	
	连 接 关 系	词 意 规 则
$S \rightarrow ABC$	$CAT(S, A) = CAT(c, a) = \left(+, \frac{\pi}{2}\right)$	$A(S) = A(A) + A(B) + A(C)$
$A \rightarrow aA$		$A(A) = 1 + A(A)$
$B \rightarrow bB$	$CAT(A, B) = CAT(a, b) = \left(+, \frac{2\pi}{3}\right)$	$A(B) = 2 + A(B)$
$C \rightarrow cC$	$CAT(B, C) = CAT(b, c) = \left(+, \frac{5\pi}{6}\right)$	$A(C) = \sqrt{3} + A(C)$
$A \rightarrow a$	$CAT(C, A) = CAT(c, a) = \left(+, \frac{\pi}{2}\right)$	$A(A) = A(a) = 1$
$B \rightarrow b$		$A(B) = A(b) = 2$
$C \rightarrow c$		$A(C) = A(c) = \sqrt{3}$

其中两个非终止符之间连接关系的定义在 [5] 中给出。

上述文法中，由于有连接关系的限制，所以 G_2 实际上是一个程序文法，上下文无关的程序文法可以产生上下文敏感语言，这是程序文法的重要性质。 G_2 中的连接关系可以等价地用成功区域、失效区域来表示，通常采用如 G'_2 形式表示：

$$G'_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{1, 2, \dots, 7\}, P, S). \text{ 其中 } P \text{ 见表 2.}$$

表 2

标 号	核 心	成功区域	失效区域
1.	$S \rightarrow ABC$	{2,5}	{0}
2.	$A \rightarrow aA$	{3}	{0}
3.	$B \rightarrow bB$	{4}	{0}
4.	$C \rightarrow cC$	{5,2}	{0}
5.	$A \rightarrow a$	{6}	{0}
6.	$B \rightarrow b$	{7}	{0}
7.	$C \rightarrow c$	{0}	{0}

3) 采用最简单的文法形式构造一个带有属性的有限状态文法 G_3 。

$$G_3 = (\{S, N_1, N_2\}, \{a, b, c\}, P, S). \text{ 其中 } P \text{ 见表 3.}$$

如果 n 取不同的正整数， G_3 就能描述不同的三角形。值得强调的是 G_3 的句法部分为简单的有限状态文法。文法的形式简单是从事模式识别实际应用的工作者欢迎的。 G_3 的句法部分虽然非常简单，然而加上适当的词意部分，组成的有限状态属性文法能产生上下文敏感语言，它实质上具有上下文敏感的性质。这个例子表明，描述及识别一类图形，可以用形式复杂的上下文敏感方法，也可以用形式不太复杂的上下文无关程序文法，还可

以用形式简单的有限状态属性文法。加以比较可以看出采用有限状态属性文法最为简单合理。

表 3

句 法 部 分	词 意 部 分	
	连 接 关 系	词 意 规 则
1. $S \rightarrow aN_1$	$CAT(a, b) = \left(+, \frac{2}{3}\pi\right)$	$A(S) = n + A(N_1), A(a) = n$
2. $N_1 \rightarrow bN_2$	$CAT(b, c) = \left(+, \frac{5}{6}\pi\right)$	$A(N_1) = 2n + A(N_2), A(b) = 2n$
3. $N_2 \rightarrow c$	$CAT(c, a) = \left(+, \frac{\pi}{2}\right)$	$A(N_2) = A(c), A(c) = \sqrt{3}n$

四、一种关联属性文法

从句法模式识别的观点出发，一个图形可以表示成一条链、一棵树或者一个图(Graph)。文献[1,2]提出过一些高维图像文法，这些文法中，大多数句法分析的工作较难进行，也就是说不易解决识别问题。高维图像文法中比较引人注目，便于应用的是树状文法。正规树状文法比较简单，产生式的形式相当于上下文无关的形式，而且可以通过一个树状自动机来识别正规树状文法所产生的树状语言。本文根据树状文法的优点加入属性，将 plex 文法^[8]及 PDL 文法中的连接关系组合起来，提出了一种关联属性文法 (Relational Attributed Grammar) 或者称为一种带属性的树状文法。

本文引用[5]中给出的一些定义与符号，并在此基础上给出了新的定义。

定义 1. 基元 P 定义为 $p = (\alpha, x)$ ，其中 α 表示 p 结构的句法符号， x 为属性的集合。 α 为一曲线段，上面有 m 个接触点，点 n 和点 1 分别表示 α 的头和尾。点 1 是起始点。从点 $k-1$ 到点 k ($k=2, \dots, n$) 的向量 $p(k)$ 表示 α 曲线段与其它曲线段的连接方式。 x 由两部分组成：(i) $n-1$ 个连接向量 $p(1), p(2), \dots, p(n-1)$ 的联接属性及这些连接向量的阶 (rank) $r(p(1)), r(p(2)), \dots, r(p(n-1))$ ；(ii) 曲线段的长度 L 、沿曲线的切线角度变化量 Φ 及曲线段的对称性 R ^[5] 的三维属性向量 $(L, \Phi, R)'$ ，即

$$x = \{p(1), p(2), \dots, p(n-1), r(p(1)), \dots, r(p(n-1))\} \cup \{(L, \Phi, R)'\}.$$

当 P 只有头和尾两个接触点的特殊情况时，

$$x = \{c, r(c)\} \cup \{(L, \Phi, R)'\}.$$

其中 c 表示从尾到头的向量。

定义 2. P_1, P_2 两个基元之间的二元关系 REL 定义为 $REL(p_1, p_2) = (\mu, x)$ 。其中 μ 表示 REL 的结构句法符号； x 表示 REL 的词意信息。 x 可以是数值的或逻辑的属性，也可以表示词意的一些限制条件。

定义 3. P_1, P_2 两个曲线段之间的广义关系定义为 $REL(p_1, p_2) = ((k, m), \theta)$ 。其

中 k 和 m 分别是 P_1, P_2 的第 k 个, 第 m 个连接点. (k, m) 表示两个曲线段之间的连接方式. θ 是两个向量在一定连接方式下所形成的夹角.

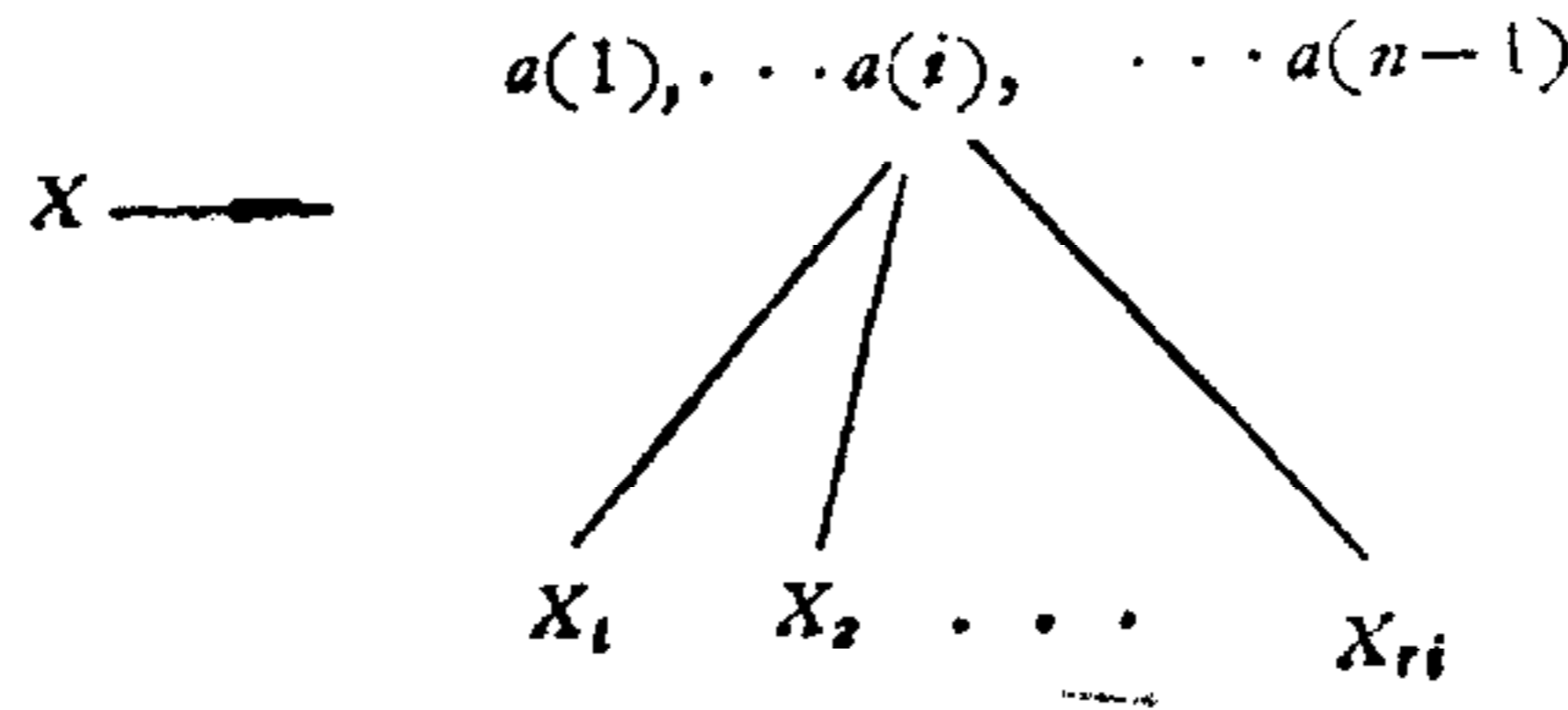
如果曲线段都只有头和尾两个连接点, 根据定义, 则:

$$\begin{aligned} ((1, 1), \theta) &= (x, \theta), ((2, 1), \theta) = (+, \theta). \\ ((1, 2), \theta) &= (+, \theta), ((2, 2), \theta) = (-, \theta). \end{aligned}$$

其中 $+, -, \times$ 是 PDL 中所用的符号.

定义 4. 关联属性文法是一个四元式.

$G = (N, \Sigma, P, S)$. 其中 N 为非终止符的集合; Σ 为终止符集合; 每个终止符带有属性, 且有 $n(n = 1, 2, \dots, n)$ 个接触点; S 是起始符; P 为具有如下形式的产生式集合:



其中 $a(i)$ 是终止符 a 的第 i 个连接向量, 具有阶 $r(a(i)) = r_i, i = 1, 2, \dots, n - 1$.

附加上一系列连接关系 $(REL(a(i), X_{ji}), (i = 1, 2, \dots, n - 1), (j_i = 1, 2, \dots, r_i))$, 其中 $a \in \Sigma, X_1, X_2, \dots, X_{r_i} \in N$. 由于终止符可以有多个接触点, 又引入了属性, 所以可以用来对一个模式的各基元间和各基元与子模式之间的关系进行有效的描述.

例. 用关联属性文法 G 描述汉字鱼.

$$G = (N, \Sigma, P, S).$$

其中 $N = \{S, A, A_1, A_2, B, B_1, B_2, B_3, C, D, E, E_1, E_2\}$.

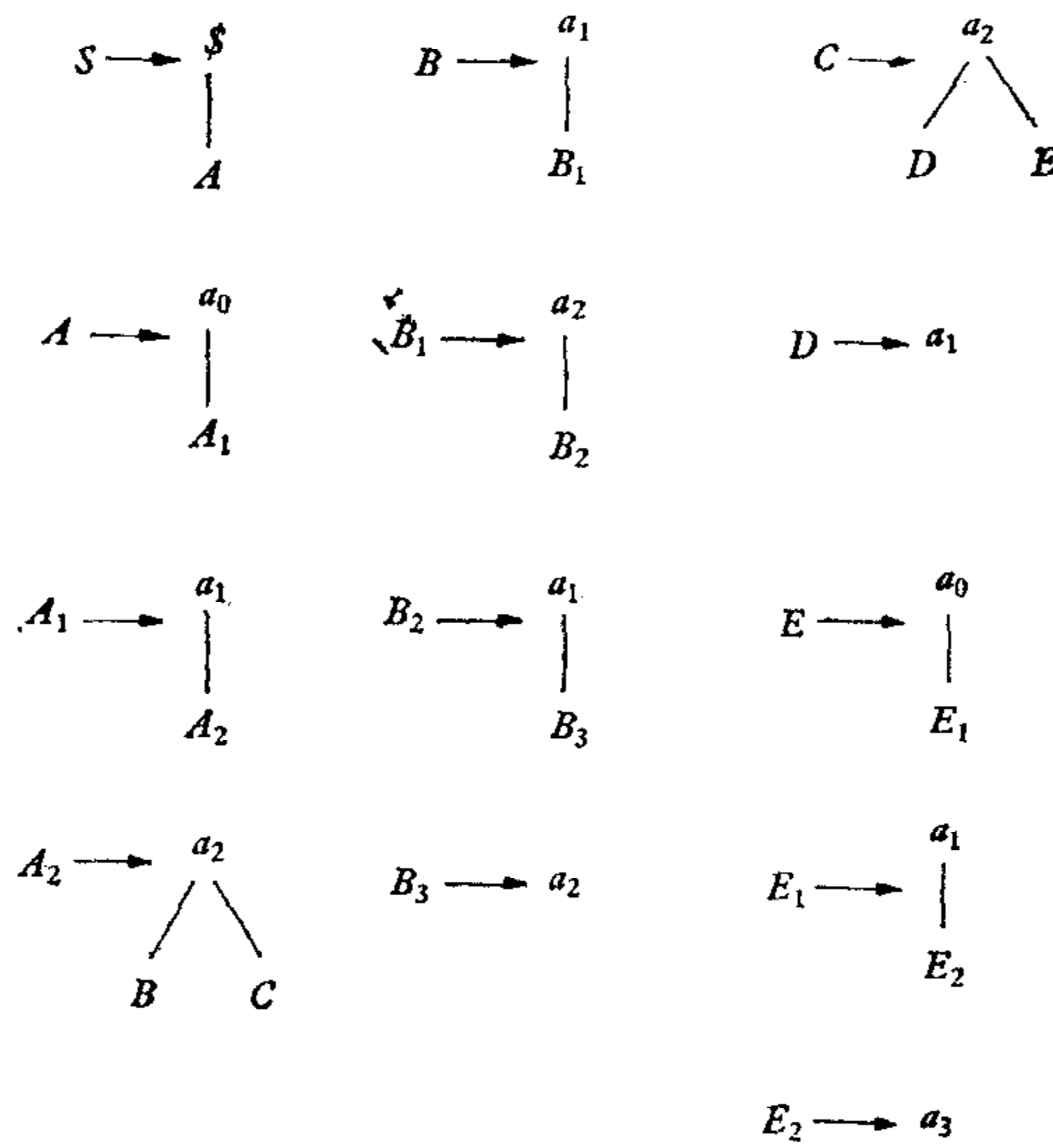
$$\Sigma = \left\{ \begin{array}{l} a_0, \begin{array}{l} \nearrow 1 \\ \nearrow 2 \\ \nearrow 3 \end{array} \end{array} \right. \quad A(a_0) = l_0, r(a_0(1, 2)) = r(a_0(2, 3)) = \{1, 2\},$$

$$a_1, \begin{array}{c} \overline{1} \\ \overline{2} \\ \overline{3} \end{array}, \quad A(a_1) = l_1, r(a_1(1, 2)) = r(a_1(2, 3)) = \{0, 1\},$$

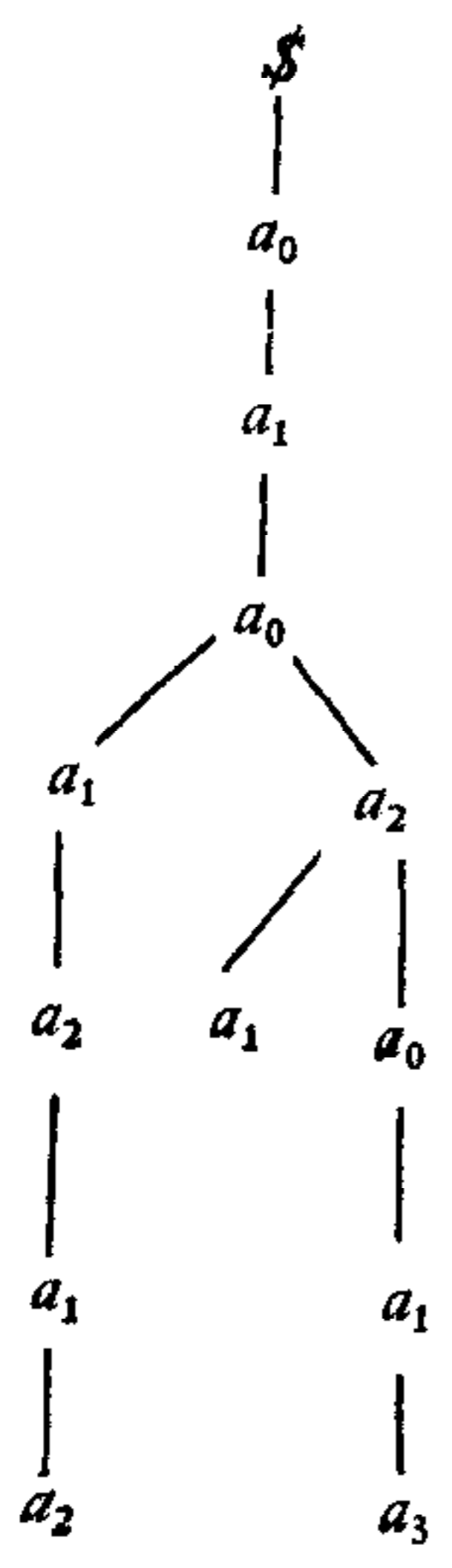
$$a_2, \begin{array}{c} | 1 \\ | 2 \\ | 3 \end{array}, \quad A(a_2) = l_2, r(a_2(1, 2)) = r(a_2(2, 3)) = \{0, 1, 2\},$$

$$a_3, \begin{array}{l} \nearrow 1 \\ \nearrow 2 \\ \nearrow 3 \end{array}, \quad A(a_3) = l_3, r(a_3(1, 2)) = r(a_3(2, 3)) = \{0\} \left. \right\}.$$

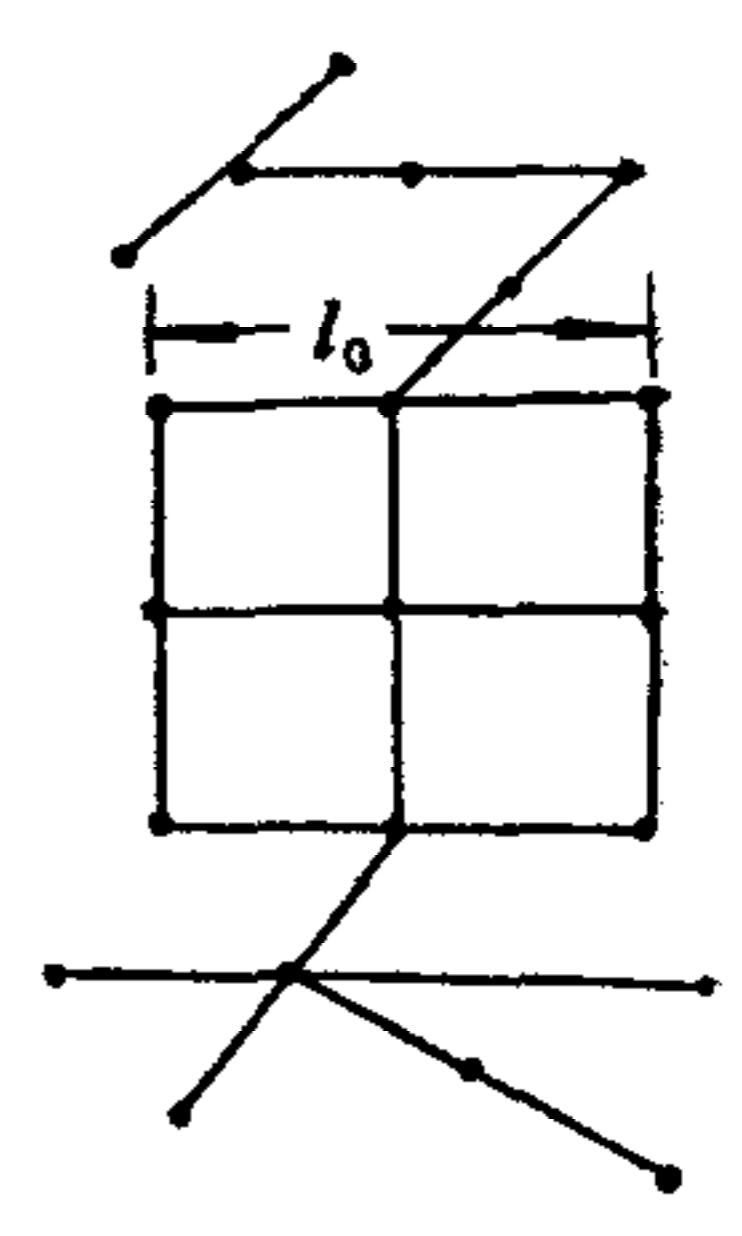
$P:$



各基元间连接关系可以用一棵具有属性的树描述如下:



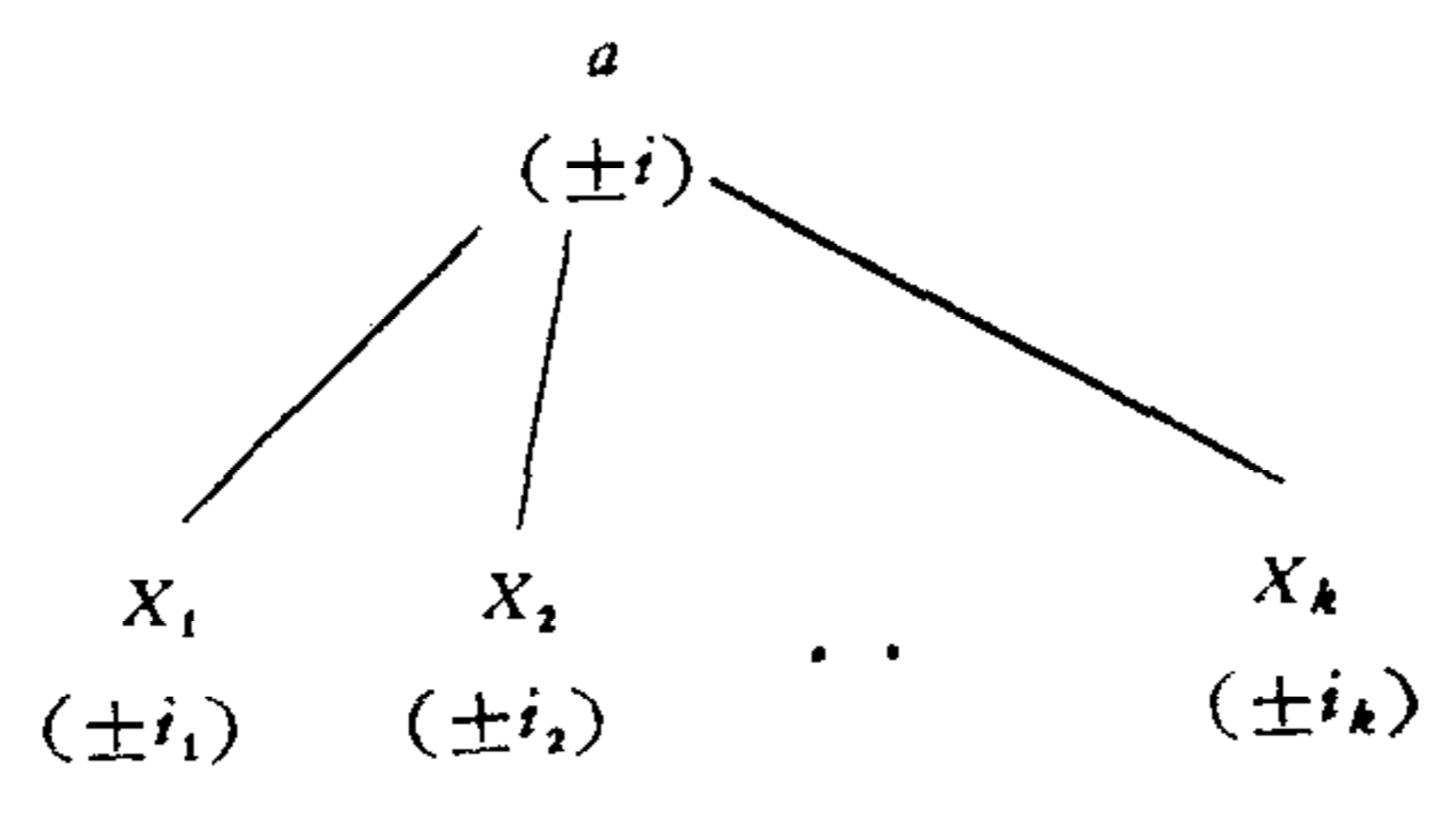
$$\begin{aligned}
 CAT(a_0, a_1) &= \left((2, 1), \frac{2}{3} \pi \right) \\
 CAT(a_1, a_0) &= \left((3, 1), -\frac{2}{3} \pi \right) \\
 CAT(a_0, a_1) &= \left((3, 2), \frac{2}{3} \pi \right) \\
 CAT(a_1, a_2) &= \left((1, 1), -\frac{\pi}{2} \right) \\
 CAT(a_2, a_1) &= \left((2, 1), \frac{\pi}{2} \right) \\
 CAT(a_1, a_2) &= \left((3, 2), -\frac{\pi}{2} \right) \\
 CAT(a_0, a_2) &= \left((3, 2), \frac{\pi}{6} \right), \\
 CAT(a_2, a_1) &= \left((2, 2), \frac{\pi}{2} \right).
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 CAT(a_2, a_0) &= \left((3, 1), -\frac{\pi}{6} \right) \\
 CAT(a_0, a_1) &= \left((2, 2), \frac{2}{3} \pi \right) \\
 CAT(a_1, a_3) &= \left((2, 1), -\frac{\pi}{6} \right).
 \end{aligned}$$

如果终止符(或基元)是只有一头一尾两个接触点的曲线段,令

$REL(a, X_k) = CAT(a, X_k) = CAT(a, a_k)$, $r(a) = r$ 是 a 的阶. $a_k (k = 1, 2, \dots, r)$ 是由 X_k 导出的连接向量, i_k 是 a_k 的单位向量, 于是一个关联属性文法的产生式可以表示成下面的向量形式.



$$CAT(a, X_k) = CAT(a, a_k) = (P, \theta_k).$$

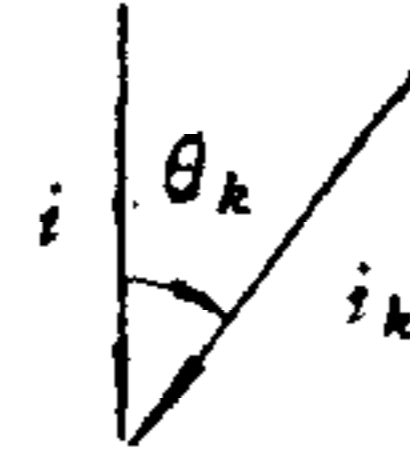
其中 $\theta_k = \cos^{-1}(i \cdot i_k) = \cos^{-1}(-i \cdot -i_k)$. P 表示两个向量间的连接关系, 不仅是直接连接, 而且是通过其延长线加以连接. 把 $+$ 、 $-$ 、 \times 运算^[5]推广到广义的 $E+$ 、 $E-$ 、 $E\times$ 的连接, 即 $P \in \{+, -, \times, E+, E-, E\times\}$, $a \in \Sigma$, $X_1, X_2, \dots, X_k \in N$.

a 和 X_1, X_2, \dots, X_k 之间的各种连接关系可以通过单位向量 i, i_1, \dots, i_k 来表达, 例如:

$$1) CAT(a, X_k) = (+, \theta_k = \cos^{-1}(i \cdot i_k))$$



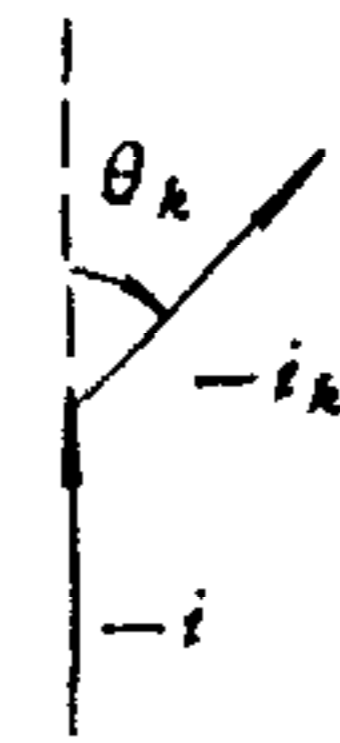
$$2) CAT(a, X_k) = (-, \theta_k = \cos^{-1}(i \cdot i_k))$$



$$3) CAT(a, X_k) = (\times, \theta_k = \cos^{-1}(i \cdot i_k))$$



$$4) CAT(a, X_k) = (+, \theta_k = \cos^{-1}(-i \cdot -i_k))$$



关联属性文法的向量形式应用起来比较方便. 这里的定义比文献 [6] 更为广泛. 第二节所述有限状态属性文法产生的语言实际是关联属性文法的特殊情形, 即终止符阶为 0 或 1 时所产生的语言.

五、结 束 语

属性文法标准形的句法部分可以采用有限状态的形式. 这种形式简单, 易于接受, 便于实际应用. 以往提出来的高维图像语言 (不带属性情况) 除了 PDL 及树状文法以外大都难以进行句法分析. 本文提出的关联属性文法, 保留了树状文法的优点. 识别这种文法产生的语言可以考虑用最小距离准则, 在距离的定义中加入关于属性的度量, 或者建立一个句法分析的算法, 这将是今后的研究内容之一.

对美国普渡大学电机系傅京孙教授的指导、帮助以及与之多次有益的讨论表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] Fu, K. S., *Syntactic Methods in Pattern Recognition* Academic Press, 1974.
- [2] Fu, K. S., *Syntactic Pattern Recognition and Applications* Prentice Hall, 1982.
- [3] You K. C. and Fu, K. S., A Syntactic Approach to Shape Recognition Using Attributed Grammars, *IEEE Trans on System Man and Cybernetics*, SMC-9 (1979), No. 6.
- [4] Tsai, W. H. and Fu, K. S., Attributed Grammar—A Tool for Combining Syntactic and Statistical Approaches to Pattern Recognition, *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics*, SMC-10 (1980), No. 12.
- [5] Tai J. W. and Fu, K. S., Semantic Syntax-Directed Translation for Pictorial Pattern Recognition, Purdue University Tech Rep, TR-EE 31—38, 1981.
- [6] Tai, J. W., Attributed Parallel Tree Grammars and Automata For Syntactic Pattern Recognition, Proc. 5th ICPR Miami, Dec, 1980.
- [7] Knuth, D. E., Semantics of Context-Free Languages. *J. Math Syst Theory* Vol. 2, 1968.
- [8] Feder, J., Plax Languages, *Information and Control*, 13, 1968.
- [9] Shaw, A. C., A Formal Picture Description Scheme as a Basic for Picture Processing Systems, *Information and Control*, 14 (1969).
- [10] Tai, J. W. and Fu, K. S., Inference of a Class of CFPG by Means of Semantic Rules. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11(1982), No. 1.

A KIND OF ATTRIBUTED GRAMMAR FOR PATTERN RECOGNITION

TAI JUWEI

(*Institute of Automation, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The introducing of the concatenation attributes to a conventional grammar is briefly recommended first. It is emphasized that there is a trade-off between syntactic and semantic complexities in grammar definition. Various concatenation relations of PDL, plex grammar, tree grammar are referred. Then a new relational attributed grammar is proposed in this paper. The pictorial patterns such as circuit diagram, Chinese character could be described effectively by the relational attributed grammars.