第9卷 第2期 自动化学报 Vol. 9, No. 2
1983年4月 ACTA AUTOMATICA SINICA Apr., 1983

# $n$ 位 $m$ 进制补码网络及其参数计算

余 振 复
(天水电气传动研究所)

**摘 要**

本文提出了两类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络，即网络的输入量为补码，其输出电压恰好与该补码的真值相对应. 文中证明了补码网络的参数之间具有确定的关系，并导出了一系列参数计算公式.

作者在分析数码网络时找到两种适用补码系统的数码网络，称为“补码网络”；而适用原码系统的数码网络称为“原码网络”[1]. 本文采用的名词和符号皆与文献[1]相同，新引入的名词和符号另行说明.

## 一、$m$ 进制补码和补码网络概念

**定义 1.** 设 $x$ 为 $n$ 位 $m$ 进制数，则

$$[x]_{补}=\begin{cases}x, & 0\leqslant x<1\\ 2+x, & -1\leqslant x<0\end{cases}$$

称为 $n$ 位 $m$ 进制数 $x$ 的补码，简称 $x$ 的补码. 其中 $x$ 称为真值.

根据此定义，补码有下列性质:

**性质 1.** 设 $[x]_{补}=x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n$，其中 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$，为第 $i$ 位 $m$ 进制数. 若 $0\leqslant x<1$，则有 $x_0=0$；若 $-1\leqslant x<0$，则有 $x_0=1$. 反之也对.

**性质 2.** 若两个数 $x, y$ 相等，则有 $[x]_{补}=[y]_{补}$. 反之也对.

**性质 3.** $x$ 的补码可表示为: $[x]_{补}=2x_0+x$，其中

$$x_0=\begin{cases}0, & 0\leqslant x<1\\ 1, & -1\leqslant x<0.\end{cases}$$

**性质 4.** 如果 $[x]_{补}=x_0x_1x_2\cdots x_n$，则

$$x=-x_0+\sum_{i=1}^{n}x_im^{-i}. \tag{1}$$

反之也对. (1) 式为补码的基本公式.

上述四个性质较显然，证明从略.

**性质 5.** 若 $0\leqslant x<1$ (或 $x_0=0$)，根据定义 1，真值与它的补码相同；若 $-1\leqslant x<0$

本文于1981年5月23日收到.

(或 $x_0=1$)，由于 $[x]_{补}$ 和真值 $x$ 可分别表示为

$$[x]_{补}=x_0x_1x_2\cdots x_n=x_0+\sum_{i=1}^{n}x_im^{-i},$$

$$x=-y_1y_2\cdots y_n=-\left(\sum_{i=1}^{n}y_im^{-i}\right).$$

$$\Rightarrow\quad [x]_{补}-x=\left(x_0+\sum_{i=1}^{n}x_im^{-i}\right)-\left(-\sum_{i=1}^{n}y_im^{-i}\right)=2$$

$$\Rightarrow\qquad \sum_{i=1}^{n}x_im^{-i}+\sum_{i=1}^{n}y_im^{-i}=2-x_0=1. \tag{2}$$

则(2)式给出了当 $-1\leqslant x<0$ (或 $x_0=1$) 时真值与补码的数位部分(即符号位不参与)之间的转换公式.

**定义 2.** 数码网络的输入为补码而输出电压恰好与它的真值相对应，则该网络称为补码网络.

**定义 3.** 输入为 $n$ 位 $m$ 进制补码的补码网络称为 $n$ 位 $m$ 进制补码网络.

由定义 2 和定义 3 看出，补码网络与原码网络的区别是：前者的输入是补码，而输出是带符号的电压；后者则需对符号单独处理，网络的输入和输出只考虑数位部分. 因此，补码网络可设计成在原码网络的基础上增添一位代表符号，并相应地增加符号位基准电压 $E_{符}$，其极性与 $E$ 相反. 数码网络有两种主要结构，即T形和权电阻形. 若增添的符号位是T形结构 (图 1)，则令符号位的位电阻和水平电阻分别与数位的位电阻和水平电阻相同，然后求 $E_{符}$；若增添的符号位是权电阻结构 (图 2)，则令 $E_{符}=-E$，然后求 $E_{符}$. 图 1 和图 2 分别称为第一类和第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络.

为讨论方便先引入下列符号：

$U_{补}$ 表示与输入的补码相对应的网络输出电压；

$U_{符}$ 表示补码的符号位接 $E_{符}$，而数位全部接地的网络输出电压；

$U_{补数位}$ 表示与补码有关的数位接 $E$，而其余数位和符号位全都接地的网络输出电压；

$U_{真数位}$ 表示与真值有关的数位接 $E$，而其余数位(不考虑符号)接地的网络输出电压；

$U_{真}$ 表示与输入的真值相应的网络输出电压.

下面涉及到补码、真值和补码网络时，仅讨论 $-1\leqslant x<0$ 的情况，因为 $0\leqslant x<1$ 时，同原码网络一样.

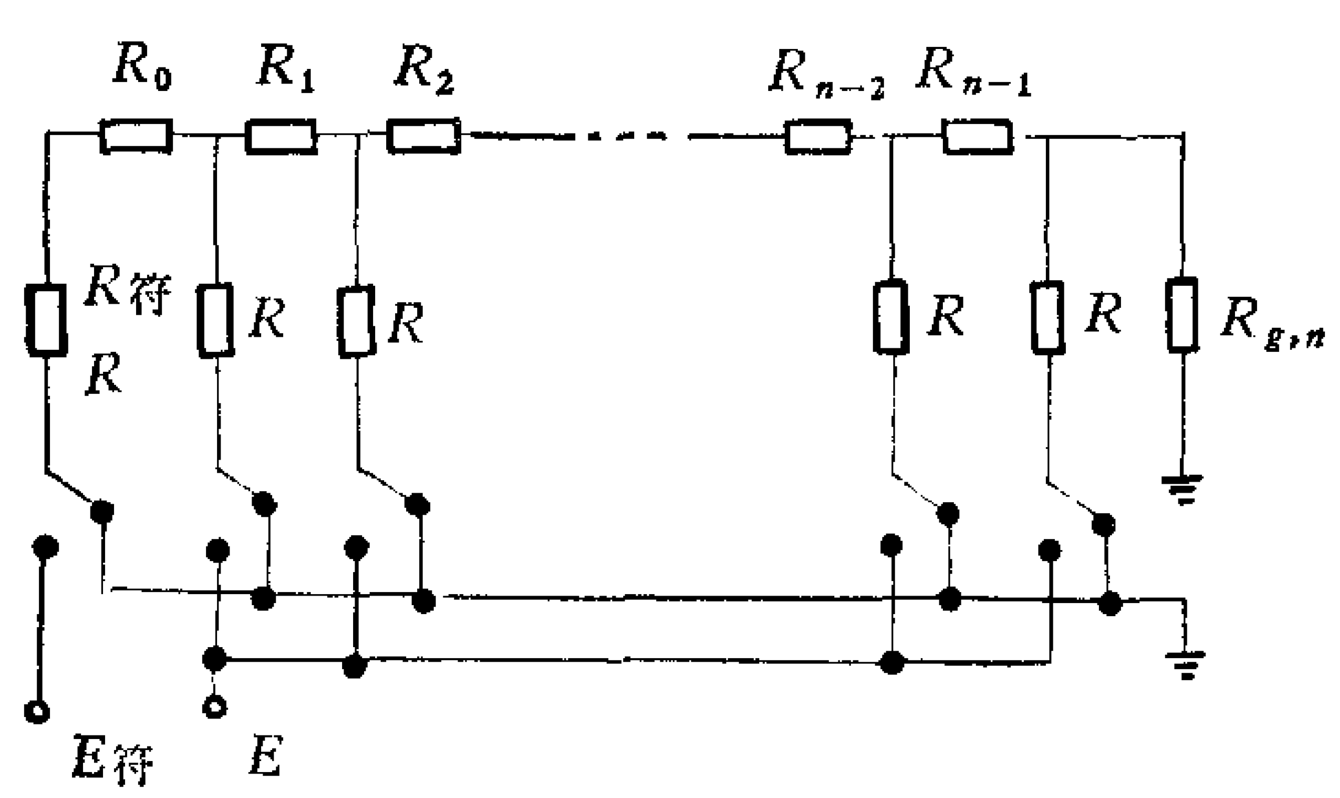


图 1 第一类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的一般形式

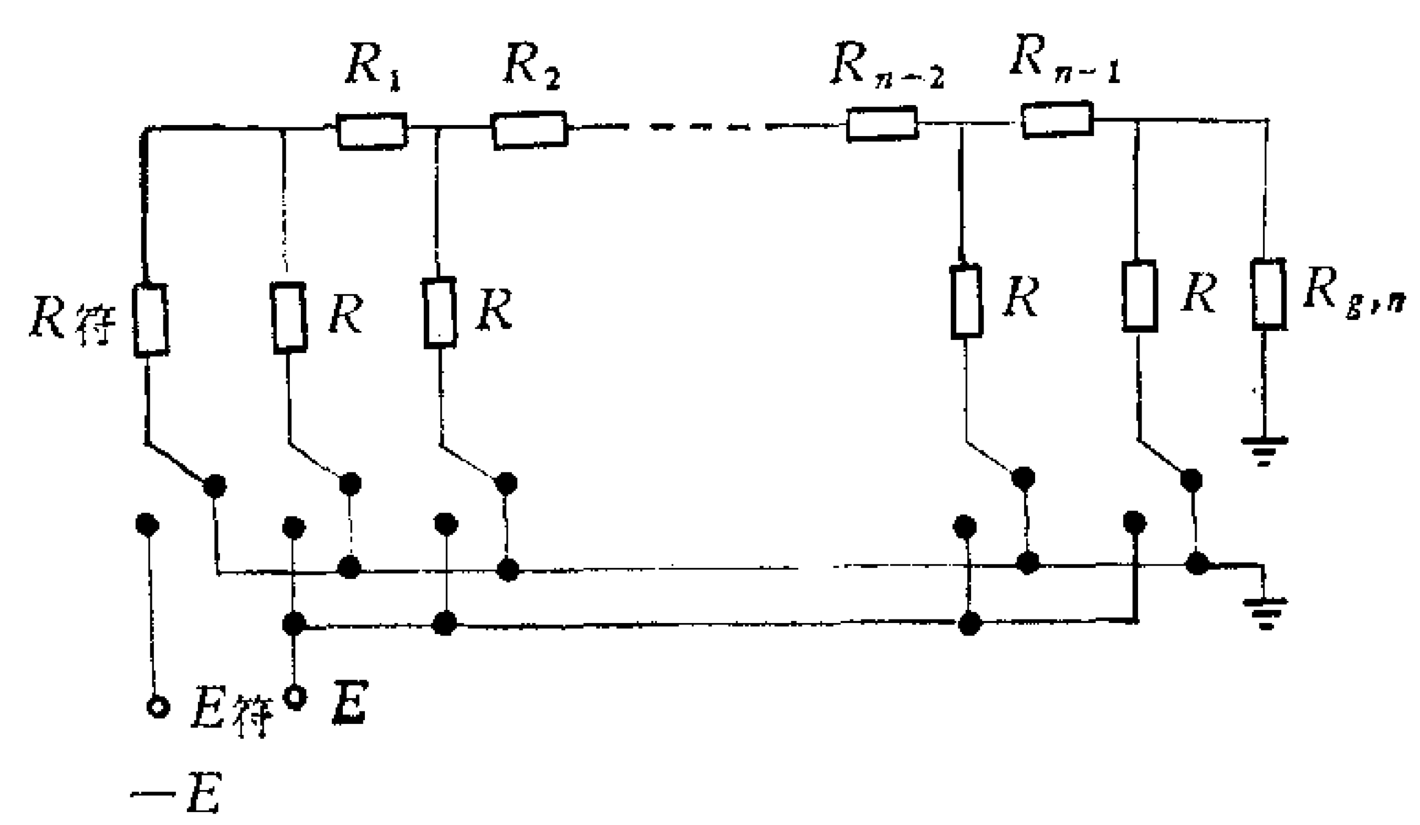


图 2 第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的一般形式

由 (2) 式可知，等式左边的两项分别表示补码和真值的数位，在网络中则分别表示 $U_{补数位}$ 和 $U_{真数位}$；等式右边数 1 表示补码数位与真值数位这样两个小数的和，在 $m$ 进制网络中，则表示 $mU_{1p}$。令 $U_{0p}=mU_{1p}$，则 $U_{0p}$ 相当于数位部分进位为 1 的电压，称为数位进位电压．因此 (2) 式在 $m$ 进制数码网络中则表示为:

$$U_{补数位}+U_{真数位}=U_{0p}. \tag{3}$$

在补码网络中，它的输出电压可分解成两项，即 $U_{补}=U_{符}+U_{补数位}$．又根据补码网络定义，要求 $U_{补}=U_{真}$，其中 $U_{真}=-U_{真数位}$．因此，$U_{符}+U_{补数位}=-U_{真数位}$，即 $U_{补数位}+U_{真数位}=-U_{符}$．于是有下列两个引理．

**引理 1.** 若网络为补码网络，则有

$$U_{符}=-U_{0p}. \tag{4}$$

**引理 2.** 在网络中，若 $U_{补数位}+U_{真数位}=U_{0p}$ 和 $U_{符}=-U_{0p}$，则该网络为补码网络．

## 二、第一类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络及其参数计算

**定理 1.** 图 1 所示 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的充要条件是

$$R_{i-1}=\frac{m(m-1)RR_i}{(m-1)R+mR_i},\quad i=1,2,\cdots,n-1, \tag{5}$$

$$R_{n-1}=\frac{(m-1)RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}, \tag{6}$$

$$E_{符}=-\frac{(m-1)R+mR_0}{mR_0}U_{0p}. \tag{7}$$

定理 1 称为第一类补码网络定理，其证明见附录 1．当水平电阻相同时，式 (5)，(6)，(7) 分别表示为:

$$R_i=\frac{(m-1)^2}{m}R,\ i=0,1,\cdots,n-1;\ R_{g,n}=(m-1)R;\ E_{符}=-\frac{m}{m-1}U_{0p}.$$

定理的证明与位网络形式无关，但 $E_{符}$ 的确定与位网络选择有关．当选择 T 形位网络(图 3) 时，

$$U_{0p}=mU_{1p}^{1)}=\frac{mR_0E}{2^p[(m-1)R+mR_0]},\quad E_{符}=-\frac{E}{2^p}.$$

当选择普通位网络(图 4) 时，

$$U_{0p}=\frac{mR_0E}{(2^p-1)[(m-1)R+mR_0]},\quad E_{符}=-\frac{E}{2^p-1}.$$

对 (5)，(6) 式反复递推得到由 $R_0$ 计算 $R_i$ 和 $R_{g,n}$ 公式:

$$R_i=\frac{(m-1)^2RR_0}{m^{i-1}(m-1)^2R-m(m^{i-1}-1)R_0},\quad i=1,2,\cdots,n-1,$$

$$R_{g,n}=\frac{(m-1)RR_0}{m^{n-2}(m-1)^2R-(m^{n-1}-1)R_0}.$$

1) $U_{1p}$ 可仿原码网络求出．

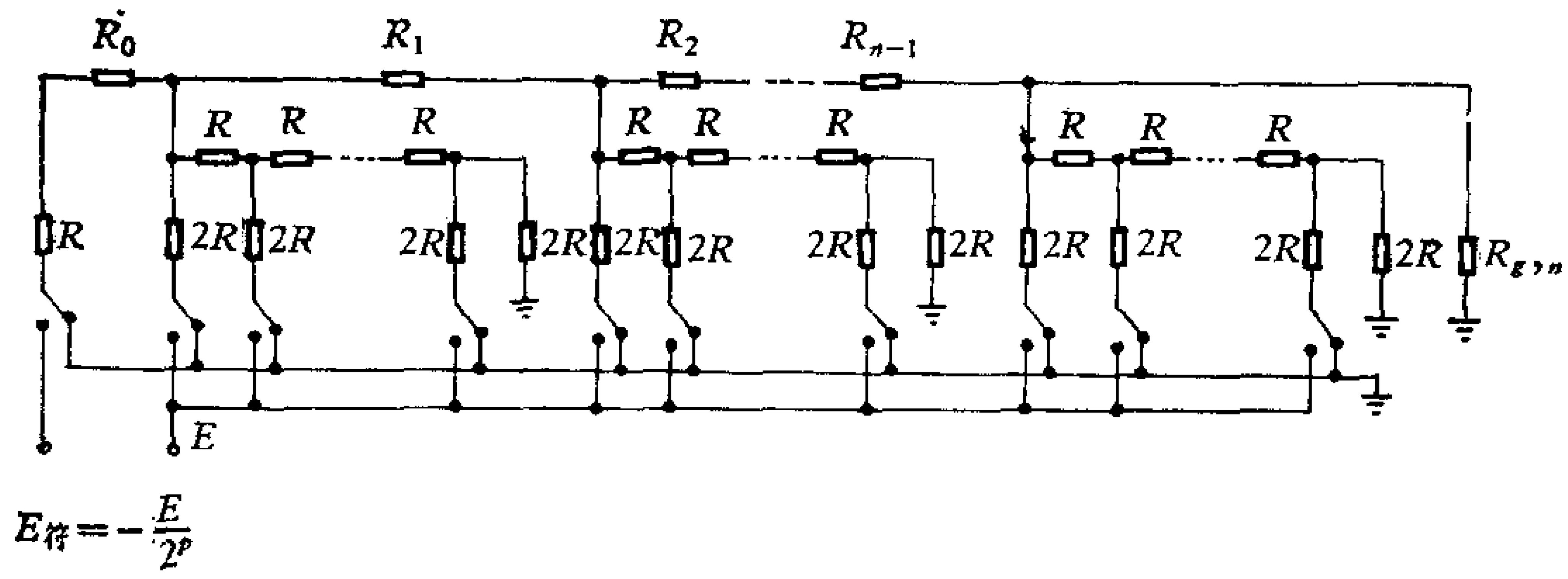

图 3 由T形位网络组成的第一类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络

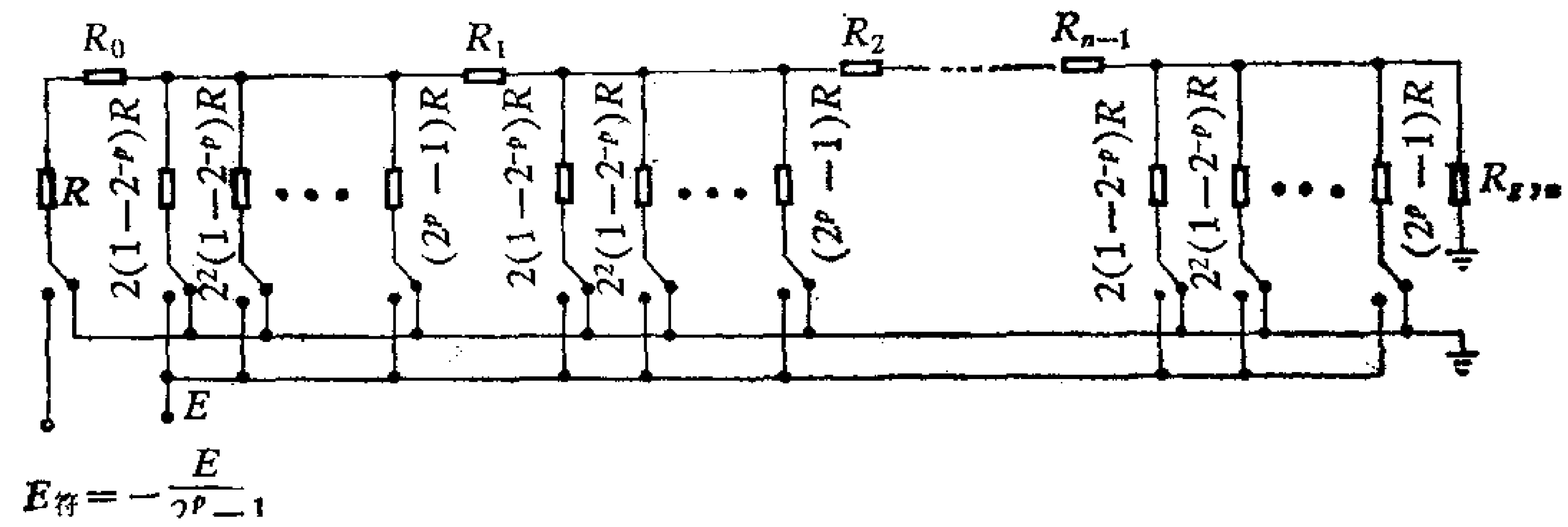

图 4 由普通位网络组成的第一类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络

计算各点输出电压、最大输出电压和电压利用率的公式分别如下:

$$\begin{cases} U_{ij} = mU_{i+1,j}, & i = 0, 1, \cdots, n-1, \ j = 1, 2, \cdots, p; \\ U_{ij} = 2U_{i,j+1}, & i = 0, 1, \cdots, n, \ j = 1, 2, \cdots, p-1, \end{cases} \tag{8}$$

$$E_{\max} = U_{0p}^{1)}, \tag{9}$$

$$\eta = \frac{U_{0p}}{E}. \tag{10}$$

补码网络内阻与水平电阻之间关系有:

$$R_{内} = R /\!/ R^{(0)} = \frac{mRR_0}{(m-1)R + mR_0} \quad 或 \quad R_0 = \frac{(m-1)RR_{内}}{m(R - R_{内})}.$$

在水平电阻相同时则有:

$$R_{内} = \frac{m-1}{m} R \quad 和 \quad \begin{cases} R_i = (m-1)R_{内}, \ i = 0, 1, \cdots, n-1; \\ R_{g,n} = mR_{内}. \end{cases}$$

不同位网络的参数计算公式列于表 1，二进制和十进制补码网络的参数计算公式列于表 2.

## 三、第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络及其参数计算

**定理 2.** 图 2 所示 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的充要条件是:

$$R_{i-1} = \frac{m(m-1)RR_i}{(m-1)R + mR_i}, \quad i = 2, 3, \cdots, n-1, \tag{11}$$

1) 输入为 $-1$ (即符号位接 $E_{符}$，数位全部接地)的输出电压为 $-U_{0p}$，其绝对值最大.

表 1　第一类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的参数计算公式表

| 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{g,n}$ 之间关系 | $R_内$ | $E_符$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T形位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\dfrac{m(m-1)RR_i}{(m-1)R+mR_i}$ $i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\dfrac{(m-1)RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\dfrac{mRR_0}{(m-1)R+mR_0}$ | $\dfrac{-E}{2^p}$ | $\dfrac{2^{-j}m^{1-i}R_0E}{(m-1)R+mR_0}$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,\cdots,p$ | $\dfrac{mR_0E}{2^p[(m-1)R+mR_0]}$ | $\dfrac{mR_0}{2^p[(m-1)R+mR_0]}$ |
| | 相同 | $R_i=\dfrac{(m-1)^2R}{m}$ $i=0,1,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=(m-1)R$ | $\dfrac{(m-1)R}{m}$ | 同上 | $2^{-j}m^{-1-i}(m-1)E$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,\cdots,p$ | $\dfrac{(m-1)E}{2^pm}$ | $\dfrac{m-1}{2^pm}$ |
| 普通位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | 同上 | $\dfrac{-E}{2^p-1}$ | $\dfrac{2^p}{2^p-1}\times\dfrac{2^{-j}m^{1-i}R_0E}{(m-1)R+mR_0}$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,\cdots,p$ | $\dfrac{mR_0E}{(2^p-1)[(m-1)R+mR_0]}$ | $\dfrac{mR_0}{(2^p-1)[(m-1)R+mR_0]}$ |
| | 相同 | | | | 同上 | $\dfrac{2^{p-j}m^{-1-i}(m-1)E}{2^p-1}$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,\cdots,p$ | $\dfrac{(m-1)(1-m^{-n})E}{(2^p-1)m}$ | $\dfrac{m-1}{(2^p-1)m}$ |

表 2　第一类二进制和十进制补码网络参数计算公式表

| 网络 | 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{g,n}$ 之间关系 | $R_内$ | $E_符$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 二进制网络 | $p=1$ 普通位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\dfrac{2RR_i}{R+2R_i}$ $i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\dfrac{RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\dfrac{2RR_0}{R+2R_0}$ | $\dfrac{-E}{2}$ | $\dfrac{2^{-i}R_0E}{R+2R_0}$ $i=0,1,\cdots,n$ | $\dfrac{R_0E}{R+2R_0}$ | $\dfrac{R_0}{R+2R_0}$ |
| | | 相同 | $R_i=\dfrac{R}{2}$ $i=0,1,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=R$ | $\dfrac{R}{2}$ | 同上 | $2^{-2-i}E$ $i=0,1,\cdots,n$ | $\dfrac{E}{4}$ | $\dfrac{1}{4}$ |

续 表 2

| 网络 | 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{q,n}$ 之间关系 | $R_{内}$ | $E_{符}$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 十进制网络 | $p=4$ T形位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\frac{90RR_i}{9R+10R_i}$<br>$i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\frac{9RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\frac{10RR_0}{9R+10R_0}$ | $\frac{-E}{16}$ | $\frac{2^{-j}10^{1-i}R_0E}{9R+10R_0}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,3,4$ | $\frac{5R_0E}{8(9R+10R_0)}$ | $\frac{5R_0}{8(9R+10R_0)}$ |
| | | 相同 | $R_i=8.1R$<br>$i=0,1,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=9R$ | $0.9R$ | 同上 | $0.9\times2^{-j}10^{1-i}E$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,3,4$ | $\frac{9}{160}E$ | $\frac{9}{160}$ |
| 十进制网络 | $p=4$ 普通位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | 同上 | $\frac{-E}{15}$ | $\frac{2^{5-j}10^{-i}R_0E}{27R+30R_0}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,3,4$ | $\frac{2R_0E}{27R+30R_0}$ | $\frac{2R_0}{27R+30R_0}$ |
| | | 相同 | | | | 同上 | $\frac{24}{25}\times2^{-j}10^{-i}E$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,3,4$ | $\frac{3}{50}E$ | $\frac{3}{50}$ |
| 十进制网络 | $p=4$ 1,2,4,2 位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | 同上 | $\frac{-E}{9}$ | $U_{i_1}=U_{i_3}=\frac{2\times10^{-i}R_0E}{8.1R+9R_0}$<br>$U_{i_2}=\frac{4\times10^{-i}R_0E}{8.1R+9R_0}$<br>$U_{i_4}=\frac{10^{-i}R_0E}{8.1R+9R_0}$<br>$i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{R_0E}{8.1R+9R_0}$ | $\frac{R_0}{8.1R+9R_0}$ |
| | | 相同 | | | | 同上 | $U_{i_1}=U_{i_3}=2\times10^{-i-1}E$<br>$U_{i_2}=4\times10^{-i-1}E$<br>$U_{i_4}=10^{-i-1}E$<br>$i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{E}{10}$ | $\frac{1}{10}$ |

表 3　第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络的参数计算公式表

| 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{g,n}$ 之间关系 | $R_内$ | $R_符$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T形位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\frac{m(m-1)RR_i}{(m-1)R+mR_i}$<br>$i=2,3,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\frac{(m-1)RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\frac{2^p mRR_1}{2^pA+m^2R_1}$ | $\frac{2^pR}{m}$ | $\frac{2^{p-j}m^{2-i}R_1E}{2^pA+m^2R_1}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,\cdots,p$ | $\frac{m^2R_1E}{2^pA+m^2R_1}$ | $\frac{m^2R_1}{2^pA+m^2R_1}$ |
| | 相同 | $R_i=\frac{(m-1)^2R}{m}$<br>$i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=(m-1)R$ | $\frac{2^p(m-1)R}{m(2^p+m-1)}$ | 同上 | $\frac{2^{p-j}m^{-i}(m-1)E}{2^p+m-1}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,\cdots,p$ | $\frac{(m-1)E}{2^p+m-1}$ | $\frac{m-1}{2^p+m-1}$ |
| 普通位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | $\frac{(2^p-1)mRR_1}{(2^p-1)A+m^2R_1}$ | $\frac{(2^p-1)R}{m}$ | $\frac{2^{p-j}m^{2-i}R_1E}{(2^p-1)A+m^2R_1}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,\cdots,p$ | $\frac{m^2R_1E}{(2^p-1)A+m^2R_1}$ | $\frac{m^2R}{(2^p-1)A+m^2R_1}$ |
| | 相同 | | | $\frac{(2^p-1)(m-1)R}{m(2^p+m-2)}$ | 同上 | $\frac{2^{p-j}m^{-i}(m-1)E}{2^p+m-2}$<br>$i=0,1,\cdots,n$<br>$j=1,2,\cdots,p$ | $\frac{(m-1)E}{2^p+m-2}$ | $\frac{m-1}{2^p+m-2}$ |

注：表中 $A=(m-1)R+mR_1$

表 4　第二类二进制和十进制补码网络的参数计算公式表

| 网络 | 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{g,n}$ 之间关系 | $R_内$ | $R_符$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 二进制网络 | $p=1$ 普通位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\frac{2RR_i}{R+2R_i}$<br>$i=2,3,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\frac{RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\frac{2RR_1}{R+6R_1}$ | $\frac{R}{2}$ | $\frac{2^{2-i}R_1E}{R+6R_1}$<br>$i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{4R_1E}{R+6R_1}$ | $\frac{4R_1}{R+6R_1}$ |
| | | 相同 | $R_i=\frac{1}{2}R$<br>$i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=R$ | $\frac{R}{4}$ | 同上 | $2^{-i-1}E$<br>$i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{1}{2}E$ | $\frac{1}{2}$ |

续 表 4

| 网络 | 位网络 | 水平电阻 | $R_i$ 与 $R_{i-1}$ 之间关系 | $R_{n-1}$ 与 $R_{g,n}$ 之间关系 | $R_{内}$ | $R_{等}$ | $U_{ij}$ | $E_{max}$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 十进制网络 | $p=4$ T形位网络 | 不同 | $R_{i-1}=\frac{90RR_i}{9R+10R_i}$ $i=2,3,\cdots,n-1$ | $R_{n-1}=\frac{9RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}$ | $\frac{40RR_1}{36R+65R_1}$ | $\frac{8R}{5}$ | $\frac{2^{2-j}10^{2-i}R_1E}{36R+65R_1}$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,3,4$ | $\frac{25R_1E}{36R+65R_1}$ | $\frac{25R_1}{36R+65R_1}$ |
| | | 相同 | $R_i=8.1R$ $i=1,2,\cdots,n-1$ | $R_{g,n}=9R$ | $\frac{72}{125}R$ | 同上 | $\frac{144}{25}\times 2^{-j}10^{-i}E$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,3,4$ | $\frac{9}{25}E$ | $\frac{9}{25}$ |
| 十进制网络 | $p=4$ 普通位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | $\frac{30RR_1}{27R+50R_1}$ | $\frac{3R}{2}$ | $\frac{2^{5-j}10^{1-i}R_1E}{27R+50R_1}$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,3,4$ | $\frac{20R_1E}{27R+50R_1}$ | $\frac{20R_1}{27R+50R_1}$ |
| | | 相同 | | | $\frac{9R}{16}$ | 同上 | $6\times 2^{-j}10^{-i}E$ $i=0,1,\cdots,n$ $j=1,2,3,4$ | $\frac{3}{8}E$ | $\frac{3}{8}$ |
| 十进制网络 | $p=4$ 1,2,4,2 位网络 | 不同 | 同上 | 同上 | $\frac{9RR_1}{8.1R+9R_1}$ | $\frac{9R}{10}$ | $U_{i_1}=U_{i_3}=\frac{2\times 10^{1-i}R_1E}{8.1R+19R_1}$ $U_{i_2}=\frac{4\times 10^{1-i}R_1E}{8.1R+19R_1}$ $U_{i_4}=\frac{10^{1-i}R_1E}{8.1R+19R_1}$ $i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{10R_1E}{8.1R+19R_1}$ | $\frac{10R_1}{8.1R+19R_1}$ |
| | | 相同 | | | $\frac{9R}{20}$ | 同上 | $U_{i_1}=U_{i_3}=10^{-i}E$ $U_{i_2}=2\times 10^{-i}E$ $U_{i_4}=\frac{1}{2}\times 10^{-i}E$ $i=0,1,\cdots,n$ | $\frac{E}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

$$R_{n-1}=\frac{(m-1)RR_{g,n}}{R+R_{g,n}}, \tag{12}$$

$$R_{符}=\frac{mRR_1}{(m-1)R+mR_1}\times\frac{E-U_{0p}}{U_{0p}}. \tag{13}$$

定理 2 称为第二类补码网络定理，其证明见附录．当水平电阻相同时，式(11)，(12)，(13) 分别表示为：

$$R_i=\frac{(m-1)^2}{m}R,\ i=1,2,\cdots,n-1;\quad R_{g,n}=(m-1)R;$$

$$R_{符}=\frac{(m-1)R}{m}\times\frac{E-U_{0p}}{U_{0p}}.$$

定理 2 的证明也和位网络形式无关，但 $R_{符}$ 的确定与它的选择有关．当选择 T 形位网络(图 5) 时，

$$U_{0p}=mU_{1p}=\frac{m^2R_1E}{2^p[(m-1)R+mR_1]+m^2R_1},\quad R_{符}=\frac{2^pR}{m}.$$

当选择普通位网络(图 6)时，

$$U_{0p}=\frac{m^2R_1E}{(2^p-1)[(m-1)R+mR_1]+m^2R_1},\quad R_{符}=\frac{2^p-1}{m}R.$$

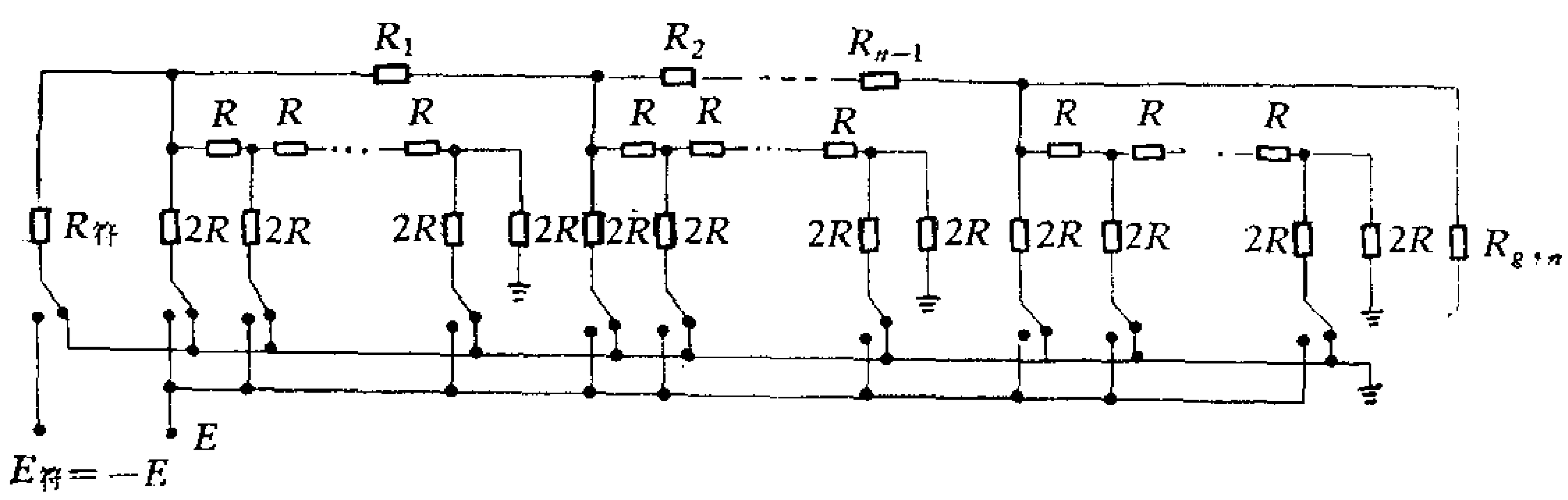


图 5　由 T 形位网络组成的第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络

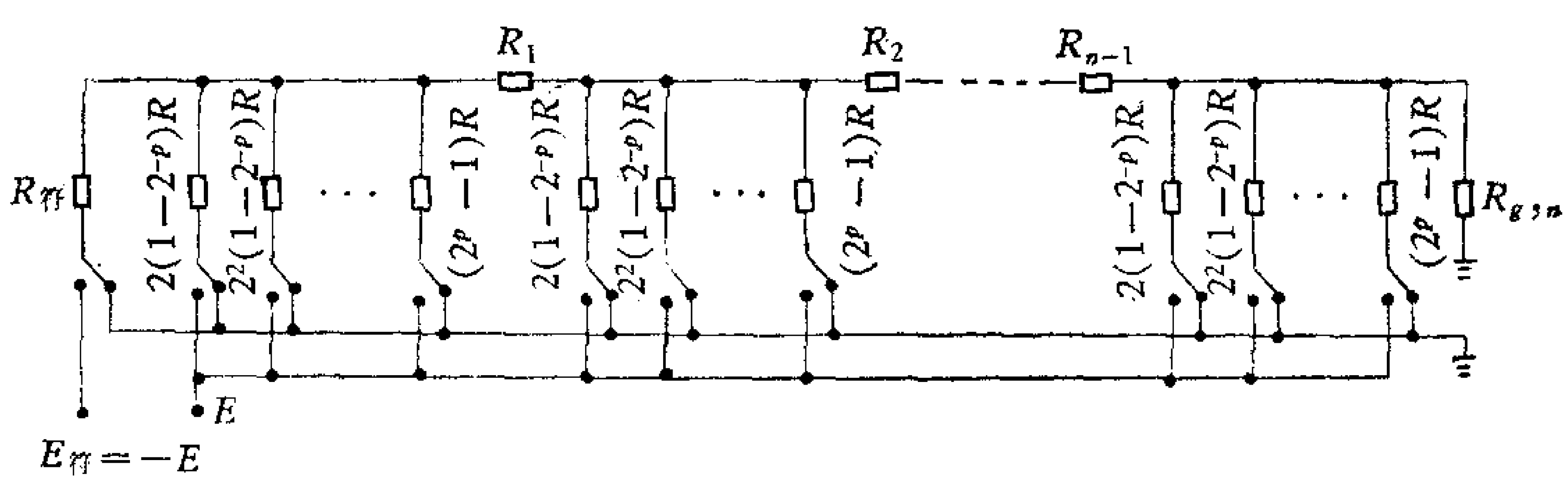


图 6　由普通位网络组成的第二类 $n$ 位 $m$ 进制补码网络

对 (10)，(11) 式反复递推得到由 $R_1$ 计算 $R_i$ 和 $R_{g,n}$ 公式：

$$R_i=\frac{(m-1)^2RR_1}{m^{i-1}(m-1)^2R-m(m^{i-1}-1)R_1},\ i=2,3,\cdots,n-1,$$

$$R_{g,n}=\frac{(m-1)RR_1}{m^{n-2}(m-1)^2R-(m^{n-1}-1)R_1}.$$

计算各点输出电压、最大输出电压和电压利用率分别利用式 (8)，(9)，(10)．计算网络内阻公式为：

$$R_{内} = R_{符} /\!/ R /\!/ R^{(1)}.$$

可见,此类型的补码网络内阻与位网络选择有关.

仍把不同位网络的参数计算公式列为表 3, 二进制和十进制补码网络的参数计算公式列为表 4.

从表 1—4 可见,给定某一参数,其余参数都被确定.

## 附 录

**证明定理 1.**

当图 1 中的 $E_{符}$ 改为 $E$ 时,则成了 $n+1$ 位数码网络,根据原码网络定理, $m$ 进制网络的充要条件就是 (5), (6) 式成立. 又由该定理的证明过程可知:

$$R^{(i)} = \frac{m}{m-1} R_i, \quad i = 0, 1, \cdots, n-1. \tag{14}$$

现还需证明 (7) 式和补码网络之间的关系.

因图 1 为补码网络,求符号位接 $E_{符}$ 和数位接地的输出电压 $U_{符}$ 时,其等效网络为图 7. 由图可得:

$$E_{符} = \frac{R + R^{(0)}}{R^{(0)}} U_{符}.$$

根据引理 1, (4) 式成立. 以 (4), (14) 式代入上式,经整理可得 (7)式.

反之,由于 $U_{符}$ 的定义如图 7 所示,因此,由图 7 和 (7), (14) 式可得:

$$U_{符} = \frac{R^{(0)}}{R + R^{(0)}}, \quad E_{符} = \frac{mR_0}{(m-1)R + mR_0}, \quad E_{符} = -U_{op}.$$

又由于已证明了数位部分满足 $m$ 进制, 则 (3) 成立. 根据引理 2, 图 1 为补码网络;再根据定义 3, 图 1 为 $n$ 位 $m$ 进制补码网络. 定理证毕.

**证明定理 2.**

利用最简等效网络引理,求图 2 数位部分各位输出电压 $U_i$ 的等效网络为图 8, 从图中看出:

$$U_i = \frac{R_{符}}{R_{符} + R^*} E^{(i)}, \quad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{15}$$

由 $m$ 进制网络可知:

$$U_{i-1} = mU_i, \quad i = 2, 3, \cdots, n. \tag{16}$$

由 (15) 式代入 (16) 式得:

$$E^{(i-1)} = mE^{(i)}, \quad i = 2, 3, \cdots, n.$$

根据最简等效网络引理,上式可推得:

$$R^{(i-1)} = m(R /\!/ R^{(i)}), \quad i = 2, 3, \cdots, n, \tag{17}$$

又因为有

$$R^{(i-1)} = R_{i-1} + R /\!/ R^{(i)}, \quad i = 2, 3, \cdots, n. \tag{18}$$

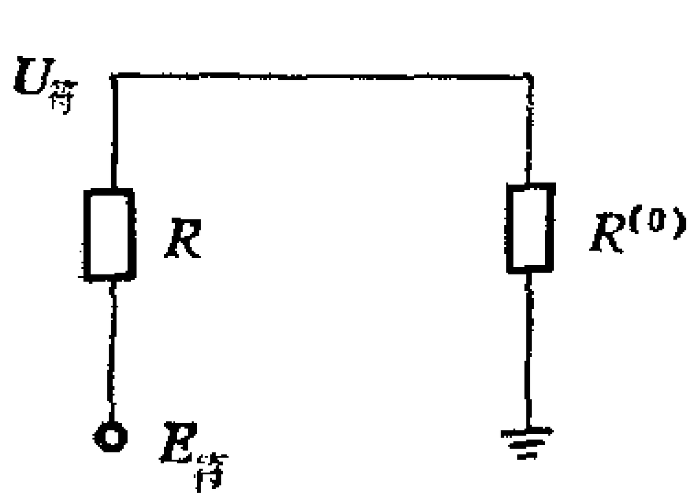

图 7

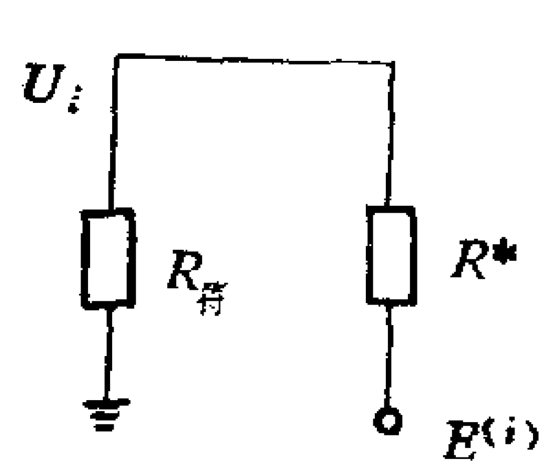

图 8

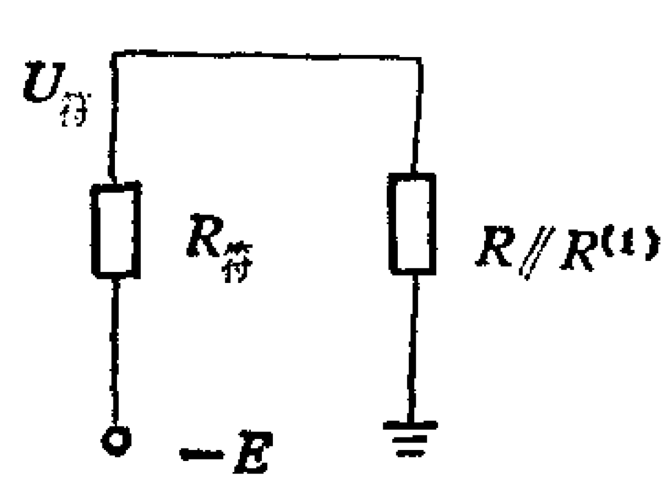

图 9

比较 (17) 和 (18) 式,经整理得:

$$R^{(i-1)} = \frac{m}{m-1} R_{i-1}, \quad i = 2, 3, \cdots, n. \tag{19}$$

同理

$$R^{(i)} = \frac{m}{m-1} R_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n-1. \tag{20}$$

把 (19), (20) 式代入 (18) 式,经整理可得 (11); 当 $i = n$ 时, 把 $R^{(n)} = R_{i,n}$ 和 (20) 式代入 (17) 式,整理后则得 (12).

反之,若 (11), (12) 式成立,反推上述过程,不难得出 (16) 式成立,即网络为 $m$ 进制.

下面证明 (13) 式与补码网络之间的关系.

求 $U_{符}$ 的等效网络为图 9. 由图中看出:

$$U_{符} = \frac{R/\!/R^{(1)}}{R_{符} + R/\!/R^{(1)}}(-E). \tag{21}$$

由于图 2 为补码网络,根据引理 2 有:

$$-U_{0p} = U_{符} = \frac{R/\!/R^{(1)}}{R_{符} + R/\!/R^{(1)}}(-E),$$

$$\Longrightarrow \qquad R_{符} = \frac{(R/\!/R^{(1)})(E - U_{0p})}{U_{0p}}.$$

把 (20) 式代入上式并经整理则得 (13) 式. 反之, $R_{符}$ 满足(13)式并代入(21)式,则求出: $U_{符} = -U_{0p}$. 又因为数位部分满足 $m$ 进制, 则 (3) 式成立, 因此, 根据引理 2, 该网络为补码网络. 再根据定义 3, 该网络为 $m$ 进制补码网络. 定理证毕.

## 参　考　文　献

[1] 余振复, $n$ 位 $m$ 进制数码网络及其参数计算, 自动化学报, 第 7 卷 (1981), 第 2 期.

# COMPLEMENTARY CODE NETWORKS ON N-BIT M-NUMBER SYSTEM AND THE CALCULATION OF ITS PARAMETERS

YU ZHENFU

(*Tianshui Institute of Electric Drive*)

ABSTRACT

This paper introduces two kinds of n-bit m-number complementary code network, i.e. the input of network is complementary code and the output voltage of network is corresponding with its truth. Some relations between different parameters of this network and arithmetic equations are also derived.