

油田产油量、产水量动态预报

邓自立 郭一新

(黑龙江省应用数学研究所)

摘 要

本文提出了带未知时变噪声统计系统的自适应 Kalman 滤波方法,给出了用于油田产油量、产水量动态预报的实例。

一、引 言

注水开发油田产油量、产水量的动态预报一直是引起人们极大兴趣并设法解决的问题。传统的预报方法(例如经验曲线拟合),预报的相对误差通常在5—10%左右,它对油田开发过程的时变性和各种随机干扰因素不具有自适应性。本文试图用自适应 Kalman 滤波方法解决油田产油量、产水量的动态预报问题。计算实例表明,预报的相对误差可控制在2%以内,这种预报精度是令人满意的。

由于油田开发过程的时变性和地质参数的随机性,使得产油量、产水量的动态模型的参数和噪声统计带有时变性。为了改进 Kalman 滤波器的性能,要求给出时变噪声统计估值器及相应的自适应 Kalman 滤波器。Tabuchi 等^[1]假定噪声均值已知为零,仅给出了时变噪声协方差估值器。Yoshimura 等^[2]假定观测噪声的均值和协方差是已知的,仅给出了一种模型噪声的时变均值和协方差估值器。本文基于常的噪声统计的 Sage 和 Husa^[3]估值器,用指数加权方法联立给出了模型噪声和观测噪声两者的未知时变均值、协方差估值器及相应的自适应 Kalman 滤波器,算法简单且更带一般性。

本文的自适应 Kalman 滤波器以两种方式应用于油田产油量、产水量的动态预报。一种方式是用引入带时变噪声统计的虚拟噪声^[4]来补偿模型误差,改进 Kalman 滤波器性能;另一种方式是估计和跟踪时变的模型参数,以改进动态预报器的性能。

二、时变噪声统计估值器

考虑线性离散动态系统

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(k) = H(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x}(k)$ 为 $n \times 1$ 状态向量, $\mathbf{z}(k)$ 为 $m \times 1$ 观测向量, $\Phi(k)$, $H(k)$ 分别为已知的 $n \times$

$n, m \times n$ 矩阵. $w(k)$ 和 $v(k)$ 是相互独立的带时变均值和协方差的正态白噪声:

$$\begin{aligned} E[w(k)] &= q(k), \quad \text{cov}[w(k), w(i)] = Q(k)\delta_{ki}, \\ E[v(k)] &= r(k), \quad \text{cov}[v(k), v(i)] = R(k)\delta_{ki}, \\ \text{cov}[w(k), v(i)] &= 0, \quad \forall k, i \end{aligned} \quad (3)$$

其中 E 为均值号, cov 为协方差号, δ_{ki} 为 Kronecker δ 函数. 当系统 (1)–(3) 的噪声统计(均值和协方差)为常的时, 即 $q(k) \equiv q$, $Q(k) \equiv Q$, $r(k) \equiv r$, $R(k) \equiv R$, 文 [3] 给出了基于观测 $\{z(1), \dots, z(k+1)\}$ 的噪声统计的极大后验次优无偏估值器为

$$\hat{q}(k+1) = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k [\hat{x}(i+1|i+1) - \Phi(i)\hat{x}(i|i)], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}(k+1) &= \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k [K(i+1)\epsilon(i+1)\epsilon^T(i+1)K^T(i+1) \\ &\quad + P(i+1|i+1) - \Phi(i)P(i|i)\Phi^T(i)], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\hat{r}(k+1) = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k [z(i+1) - H(i+1)\hat{x}(i+1|i)], \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}(k+1) &= \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k [\epsilon(i+1)\epsilon^T(i+1) \\ &\quad - H(i+1)P(i+1|i)H^T(i+1)]. \end{aligned} \quad (7)$$

相应的自适应 Kalman 滤波为

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\epsilon(k+1), \quad (8)$$

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) + \hat{q}(k), \quad (9)$$

$$\epsilon(k+1) = z(k+1) - H(k+1)\hat{x}(k+1|k) - \hat{r}(k), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} K(k+1) &= P(k+1|k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1) \\ &\quad + \hat{R}(k)]^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k) + \hat{Q}(k), \quad (12)$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k), \quad (13)$$

其中 τ 为转置号, I 为单位阵. 初始条件为

$$\hat{x}(0|0), P(0|0); \hat{r}(0), \hat{R}(0); \hat{q}(0), \hat{Q}(0). \quad (14)$$

从 (14) 式出发, 交替地应用 (8)–(13) 式和 (4)–(7) 式可实现噪声统计的递推估计和自适应滤波.

从统计观点, (4)–(7) 式都是算术平均, 和式中每项的权系数均为 $1/(k+1)$, 但对时变噪声而言, 应强调新近数据的作用, 这可在和式中每项乘以不同的加权系数实现. 应用指数加权方法, 应选取加权系数 $\{\beta_i\}$ 使之满足

$$\beta_i = \beta_{i-1}b; \quad 0 < b < 1; \quad \sum_{i=0}^k \beta_i = 1. \quad (15)$$

这引出

$$\beta_i = d_k b^i, \quad d_k = (1-b)/(1-b^{k+1}), \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (16)$$

其中 b 叫遗忘因子. 在和式 (4)–(7) 中的每项乘以权系数 β_{k-i} , 代替原来的权系数

$1/(k+1)$, 便得到了时变噪声统计估值器, 易导出其递推算法为

$$\hat{q}(k+1) = (1-d_k)\hat{q}(k) + d_k[\hat{x}(k+1|k+1) - \Phi(k)\hat{x}(k|k)], \quad (17)$$

$$\hat{Q}(k+1) = (1-d_k)\hat{Q}(k) + d_k[K(k+1)\epsilon(k+1)\epsilon^T(k+1)K^T(k+1) + P(k+1|k+1) - \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k)], \quad (18)$$

$$\hat{r}(k+1) = (1-d_k)\hat{r}(k) + d_k[z(k+1) - H(k+1)\hat{x}(k+1|k)], \quad (19)$$

$$\hat{R}(k+1) = (1-d_k)\hat{R}(k) + d_k[\epsilon(k+1)\epsilon^T(k+1) - H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1)]. \quad (20)$$

(17)–(20) 式和 (8)–(14) 式构成带时变噪声统计系统的自适应 Kalman 滤波。

三、油田产油量、产水量动态预报

问题 1. 随着油田地层压力的减小, 在不采取人工措施(如打新井、压裂等)时, 油田产油量将是自然递降的. 某油田某区块的产油量随机自然递降时间序列如图 1 所示, 其中以 1972 年 12 月份为时间起点 ($t=0$), 以季度为单位时间, 由 1979 年 12 月份 ($t=28$) 以前的产油量观测数据, 预报 1980 年, 1981 年各季度产油量递降情况。

问题 2. 某油田某区块产水量是带随机波动的递增时间序列如图 2 所示, 其中以 1972 年 12 月份为时间起点 ($t=0$), 以月份为单位时间, 由 1979 年 12 月 ($t=84$) 以前各月份产水量观测数据, 预报 1980 年、1981 年各月份的产水量。

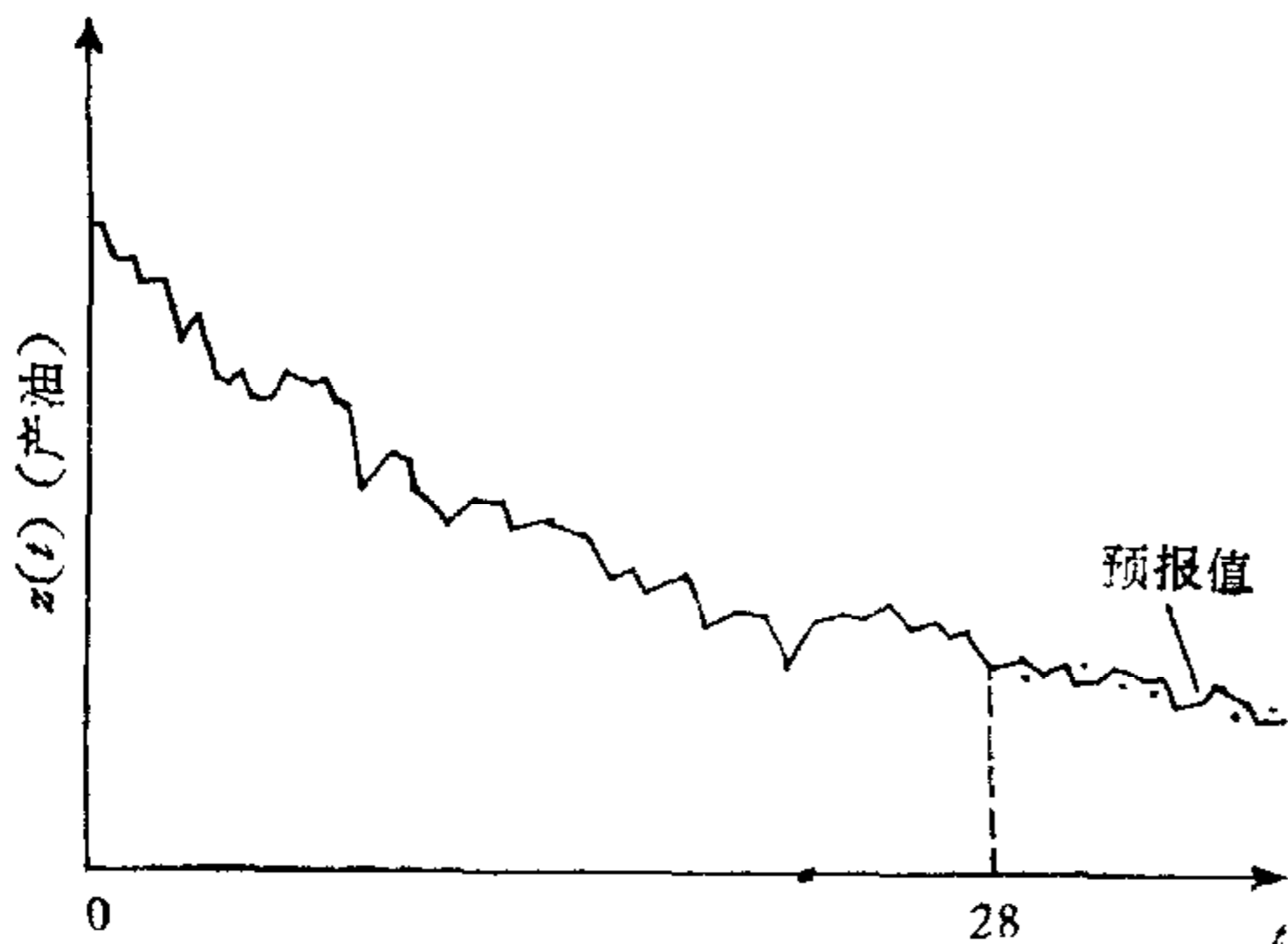


图 1

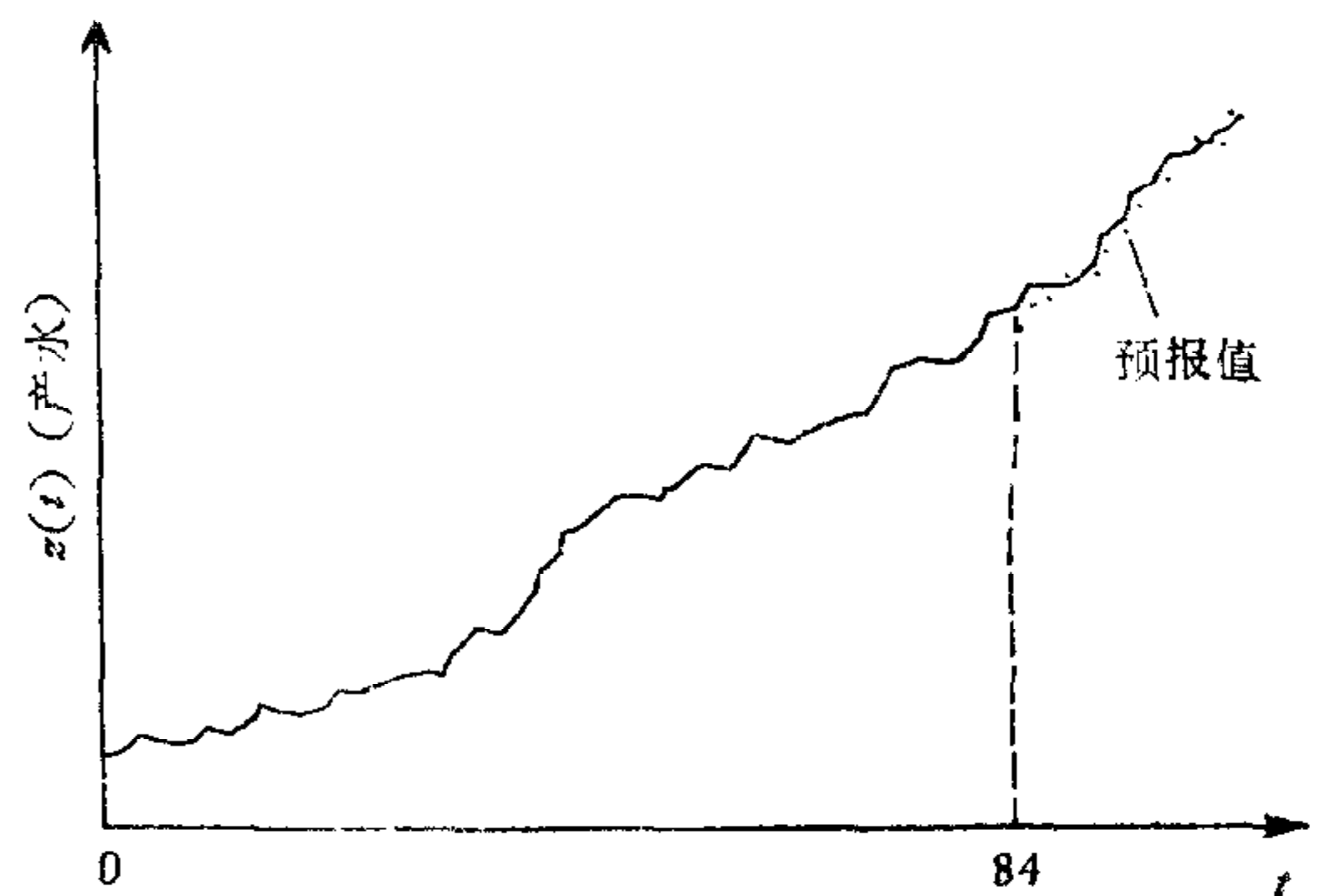


图 2

1. 用虚拟噪声补偿模型误差改进 Kalman 滤波器性能

对于问题 1, 真实产油量 $x(k)$ 可用如下的动态模型描写

$$x(k+1) = \phi x(k) + w(k). \quad (21)$$

见图 1, 参数 ϕ 是未知的, 它的物理意义可解释为按季度的产油量自然递降系数, 显然应有 $0 < \phi < 1$. $w(k)$ 是模型的随机误差。

假定对产油量的观测带有随机误差 $v(k)$, 观测模型为

$$z(k) = x(k) + v(k). \quad (22)$$

设 $w(k)$, $v(k)$ 是独立的带未知时变噪声统计的正态白噪声, 但假定观测噪声 $v(k)$ 的均值为零. 把 (22) 式代入 (21) 式有最小二乘法结构:

$$z(k+1) = \phi z(k) + e(k+1), \quad (23)$$

其中 $e(k+1) = v(k+1) - \phi v(k) + w(k)$ 是有色噪声。由已知的产油量观测数据 $\{z(1), \dots, z(28)\}$, 利用 (23) 式可求得 ϕ 的最小二乘法估值 $\hat{\phi}$ 。因为实际上产油量的自然递降系数 ϕ 是时变的, 即 $\phi = \phi(k)$, 所以若以这个固定的常数估值 $\hat{\phi}$ 近似地代替时变的 $\phi(k)$, 则将有未知的模型误差 $\Delta\phi(k) = \phi(k) - \hat{\phi}$ 。为了补偿模型误差, 模型 (21) 式可写成

$$x(k+1) = \hat{\phi}x(k) + \xi(k), \quad (24)$$

其中 $\xi(k) = \Delta\phi(k)x(k) + w(k)$, 且称 $\xi(k)$ 为虚拟噪声。易知, 虚拟噪声统计也是时变的, 并且当 $\Delta\phi(k)$ 很小时, 可近似地把它看成是白噪声。

对于带时变噪声统计系统 (22), (24) 式, 利用本文的自适应滤波算法 (8)–(14) 和 (17)–(20) 式, 可递推求出产油量的滤波估值 $\hat{x}(k|k)$ 和虚拟噪声 $\xi(k)$ 的时变均值的估值 $\hat{q}(k)$, 其中取遗忘因子 $b = 0.95$, 且置 $\hat{p}(k) \equiv 0$ (因为假定已知观测噪声 $v(k)$ 的均值为零)。产油量的自适应多步递推预报公式为

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= \hat{\phi}\hat{x}(k|k) + \hat{q}(k), \\ \hat{x}(k+2|k) &= \hat{\phi}\hat{x}(k+1|k) + \hat{q}(k), \\ &\vdots \\ \hat{x}(k+i|k) &= \hat{\phi}\hat{x}(k+i-1|k) + \hat{q}(k), \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $k = 28, i = 1, 2, \dots, 8$ 。由 (22) 式有

$$\hat{x}(k+i|k) = \hat{x}(k+i|k), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} E[(x(k+i) - \hat{x}(k+i|k))^2] &= E[(z(k+i) - \hat{x}(k+i|k))^2] \\ &\quad - R(k+i). \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $R(k+i)$ 为 $v(k+i)$ 的方差, $\hat{x}(k+i|k)$ 是基于观测数据 $\{z(1), \dots, z(k)\}$ 对 $z(k+i)$ 的预报。于是, 可用对 $z(k+i)$ 的预报精度度量对 $x(k+i)$ 的预报精度。在 Z-80 机上计算结果表明: 对 $z(k+i)$ 预报的相对误差

$$|z(k+i) - \hat{x}(k+i|k)|/z(k+i), \quad k = 28, i = 1, 2, \dots, 8$$

都在 1% 左右。

对于问题 2, 由图 2 可假定产水量 $x(k)$ 也服从模型 (21) 式, 但此时应有 $\phi > 1$ 。参数 ϕ 可解释为产水量按月的递增倍数。类似于对问题 1 的处理, 在 Z-80 机上计算结果表明, 超前两年的各月产水量预报 $\hat{x}(k+i|k)$, $k = 84, i = 1, 2, \dots, 24$, 也具有满意的精度, 相对预报误差平均在 2% 以内。

2. 用自适应 Kalman 滤波跟踪时变的模型参数, 改进动态预报器的性能

这种方法把动态预报分为两步完成, 即对时变的模型参数变化的预报和在此基础上对系统状态的递推预报。文献 [4] 曾用这种方法解决负载递推预报问题。但其中假定了噪声均值已知为零, 且未知的噪声协方差是常的。

对于问题 1, 假设产油量自然递降系数 ϕ 的变化服从随机游动模型

$$\phi(k+1) = \phi(k) + w(k), \quad (28)$$

其中 $w(k)$ 是带时变均值 $q(k)$ 和方差 $Q(k)$ 的白噪声。所观测的产油量 $z(k)$ 的模型假定为

$$z(k+1) = \phi(k+1)z(k) + v(k), \quad (29)$$

其中 $v(k)$ 为独立于 $w(k)$ 的带零均值和方差 $R(k)$ 的白噪声。(29) 式可看成是模型 (29) 的观测方程。因而利用本文的自适应滤波算法并取初始值为 $\hat{\phi}(0|0) = 0.95$, $P(0|0) = 0.01$, $\hat{q}(0) = 0$, $\hat{Q}(0) = \hat{R}(0) = 0.005$, 取遗忘因子 $b = 0.98$, 可递推求得时变参数 ϕ 的滤波估值 $\hat{\phi}(k|k)$, 以及 $\hat{q}(k)$ 。由 (28) 式可得时变参数 $\phi(k)$ 的多步预报为

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(k+1|k) &= \hat{\phi}(k|k) + \hat{q}(k), \\ \hat{\phi}(k+2|k) &= \hat{\phi}(k+1|k) + \hat{q}(k), \\ &\vdots \\ \hat{\phi}(k+i|k) &= \hat{\phi}(k+i-1|k) + \hat{q}(k), \end{aligned} \quad (30)$$

于是有

$$\hat{\phi}(k+i|k) = \hat{\phi}(k|k) + i\hat{q}(k). \quad (31)$$

在 (29) 式中以 ϕ 的预报值近似代替 ϕ , 可得到产油量 $z(k)$ 的多步递推预报公式为

$$\begin{aligned} \hat{z}(k+1|k) &= \hat{\phi}(k+1|k)z(k), \\ \hat{z}(k+2|k) &= \hat{\phi}(k+2|k)\hat{z}(k+1|k), \\ &\vdots \\ \hat{z}(k+i|k) &= \hat{\phi}(k+i|k)\hat{z}(k+i-1|k), \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $k = 28$, $i = 1, 2, \dots, 8$ 。在 Z-80 机上计算结果为: 各步预报的相对误差平均在 1% 以内。

对于问题 2 可类似地进行处理, 计算结果为: 超前 24 步的各步预报相对误差平均在 1% 以内。

四、结 论

本文的产油量、产水量动态预报方法, 考虑了油田开发过程的时变性和随机干扰, 这表现在模型参数的随机变化和噪声统计的时变性, 因而用本文的带时变噪声统计系统的自适应滤波算法明显地改进了传统预报方法的精度。例如, 如果用最小二乘法以二次曲线拟合图 1、图 2 的时间序列进行预报, 结果是: 产油量多步预报的相对误差平均为 8%; 产水量多步预报的相对误差平均为 1.4%。如果以三次多项式拟合图中的时间序列, 结果是: 产油量预报的相对误差平均为 1% 以内; 产水量预报的相对误差平均为 13%。这表明由于多项式次数的不同可使多步预报精度有很大差异。

参 考 文 献

- [1] Tabuchi, T., Soeda, T., Yoshimura, T., On the Estimation of Noise Covariances in Linear Discrete-time Systems, *Int. J. Syst. Sci.*, 9 (1978), No. 5.
- [2] Yoshimura, T., Soeda, T., A Technique for Compensating the Filter Performance by a Fictitious Noise, *Trans. ASME. Ser. G., J. of Dynamic Syst., Measurement and Control*, 100 (1978), No. 2.
- [3] Sage, A. P., Husa, G. W., Adaptive Filtering with Unknown Prior Statistics, 1969 Joint Automatic Control Conference, 760—769.
- [4] Sharma, K. L. S., Mahalanabis, A. K., Recursive Short-Term Load Forecasting Algorithm, *Proc. IEE*, 121 (1974), 59—64.

DYNAMIC PREDICTION OF THE OIL AND WATER OUTPUTS IN OIL FIELD

DENG ZILI GUO YIXIN

(Heilongjiang Institute of Applied Mathematics)

ABSTRACT

The application of adaptive Kalman filter to systems with unknown time-varying noise is presented in this paper. In addition, the dynamic prediction of the oil and water outputs in the oil field is given as a practical example.

(上接 160 页)

26. 系统设计者的难处——如何把定量的和非定量的准则结合起来(自动化的社会效果)
27. 自动化和文化的相互作用(自动化的社会效果)
28. 大系统: 理论、方法以及非标准的应用(系统工程、理论)
29. 防止环境污染的过程系统设计与控制(系统工程、应用)
30. 计算机辅助系统分析和设计(系统工程、应用)
31. 大系统方法在人员决策和管理问题中的应用(系统工程、经济和管理系统)
32. SWIIS——改善国际稳定的补充办法(系统工程、自动化的社会效果、经济和管理系统)
33. 水源系统(系统工程、应用)
34. 人-机系统(系统工程、自动化的社会效果)
35. 工业系统工程(系统工程)
36. 卫星姿态控制(空间)
37. 航天器系统和星际渡运器的控制问题(空间)
38. 发射、轨道、重返大气层(空间)
39. 自动化中的标准化(名词和标准化)
40. 建模和辨识(理论、控制中的数学)
41. 综合控制(理论)
42. 控制系统的结构性质和分析(理论)
43. 自适应和随机控制(理论、控制中的数学)

为了有利于提交最新的研究成果,大会来稿的挑选将以论文草稿(初稿)为基础。不必以最后稿形式交来,也不必进行语言润色。论文草稿必须包含所报告的工作的全部基本概念和结果,工作中仍在进行的某些部分的结果(例如模拟数据、操作经验)可以暂缺,但必须加附注说明这些东西将在最后稿中包括进去。

论文草稿的总篇幅(包括图表)不得超过打字机打字十五页(每页最多三十五行)。第一页上要写上:论文的题目;作者的姓名及单位;作者的通信地址、用户电报和(或者)电话号码,以便联系;打算参加的讨论会的名称;十至二十行的论文摘要。

(下转 131 页)