

# 多元模糊权图——元素网络图理论与系统模型辨识

赵红 李太航 沈祖樑

(天津工业自动化仪表研究所) (上海计算技术研究所) (上海工业大学)

## 摘 要

本文采用网络化简法得到了多变量系统模糊元素网络最简式, 从而提供了一种对多输入多输出系统进行模糊系统辨识及控制的通用图论算法. 用本算法建立了高炉冶炼过程中 [Si] 预测模型, 实际数据的统计分析表明, 本算法是可取的.

建立系统的数学模型, 无论是对其进行分析或控制都是很必要的. 目前, 在较成熟的系统(如机械、电气系统)采用确定性数学(如微分方程理论等)和统计数学(概率论等)作为工具建模的理论比较成熟. 而在另一些系统(如化工、冶金、生物及社会经济系统)采用上述工具就不够了. 一是由于系统本身构成了所谓大系统; 二是有些系统由于人的介入, 构成了所谓人-机系统. 基于大系统模型包括图论模型<sup>[1]</sup>和描述人的经验的由模糊条件语句构成的语义模型<sup>[2,3,4]</sup>, 本文提出多元模糊权图——元素网络图的语义模型, 将输入与输出变量之间的联系以多元模糊元素网络图的简化形式进行描述, 以便由输入求输出.

## 一、模糊条件语句

对难以准确描述的客观规律, 常以模糊条件语句的形式给出, 其基本形式是  $\text{if } u = A \text{ then } y = B$ . 表示成框图形式如图 1 所示.  $A, B$  为模糊条件语句中定义各语言取值的模糊子集. 它们分别对应系统中的各个变量, 可以是客观过程中的物理量, 也可以是人-机系统中的操纵量. 变量的变化范围(非模糊量)即为各语言取值的模糊子集的论域.

系统中某一环节的模糊关系  $R$  建立了  $U$  至  $Y$  的一种映射. 条件语句的数学描述为

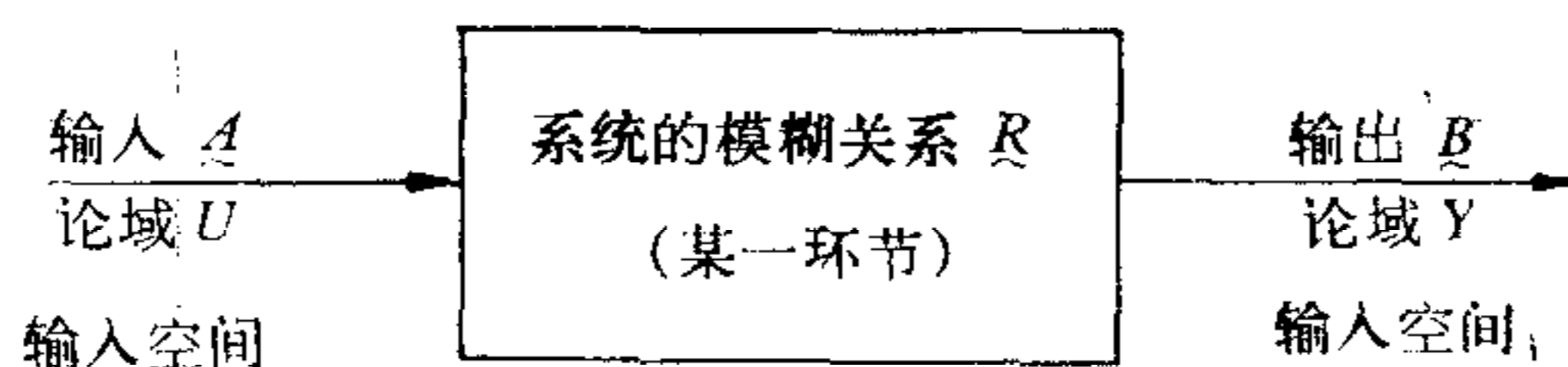


图 1

$$R:U \rightarrow Y.$$

在观测实际系统时,除了原输入信息外,还能得到该输入变量变化率的信息.这样,模糊系统中就有两个(或多于两个)输入变量  $A_1, A_2$  及输出变量  $C$ ,则条件语句的形式为

$$\text{if } u_1 = A_1 \text{ and } u_2 = A_2 \text{ then } y = C.$$

这两个并列输入在模糊蕴涵表中仍可用  $R:U \rightarrow Y$  表示.

若以模糊条件语句对模糊系统按时间序列进行分析,并对系统中的量值进行预测,则有

$$\begin{aligned} &\text{if } u_{t-l_1} = A_{t-l_1} \text{ and } y_{t-l'_1} = B_{t-l'_1} \text{ and } u_{t-l_2} = A_{t-l_2} \\ &\text{and } y_{t-l'_2} = B_{t-l'_2} \dots \dots \text{then } y_t = C \end{aligned}$$

这可归纳为  $\text{if } A_{t-l_m} \text{ and } B_{t-l_n} \text{ then } B_t$ . 这是进行模糊系统辨识的通式<sup>[4]</sup>. 在实际列写模糊条件语句时,有些是相容的,有些是矛盾的.因此引入相容度 (Degree of Compatibility) 概念<sup>[3]</sup>,对矛盾情况进行折衷处理.

## 二、多元模糊权图——元素网络图及与其对应的模糊条件语句

有序三维组  $(V, A, \phi)$  叫做一个模糊赋权有向图,简称模糊权图  $G$ .  $V$  为顶点集,  $A$  为弧集,  $\phi \subseteq \mathcal{F}(\mathcal{R})$ , 即  $\phi$  为实数域  $\mathcal{R}$  上的模糊子集类,且存在唯一的满单映射,  $f: A \rightarrow \phi$ .  $\phi$  中的元素称为对应弧上的模糊权;  $\phi$  称为  $G$  的模糊权类. 若现有  $\text{if } A \text{ then } B$ , 命  $A$  和  $B$  两模糊变量分别对应模糊权图中的两顶点序偶  $(V_i, V_j)$  之间的模糊权  $\phi_{ij} \in \phi$ , 且有  $\phi_{ij} = R_{ij}$ ,  $R_{ij}:U \rightarrow Y$ , 如图 2 所示.

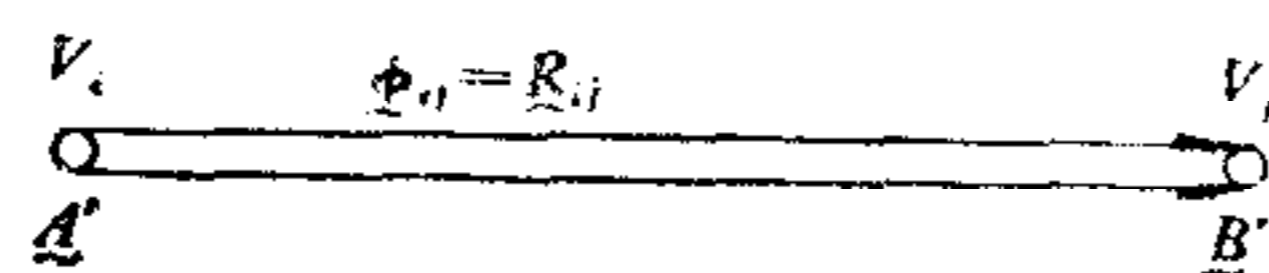


图 2

这里规定各模糊集正规且凸. 如不满足此条件时,应经预处理. 如前所述,对于一般的过程,模糊系统测辨的条件语句通式为

$$\text{if } A_{t-l_i} \text{ and } B_{t-k_i} \text{ then } B_t, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \tag{1}$$

按照图 2 给出的模糊权图及其对应的条件语句,可得出与 (1) 式对应的解释框图如图 3.

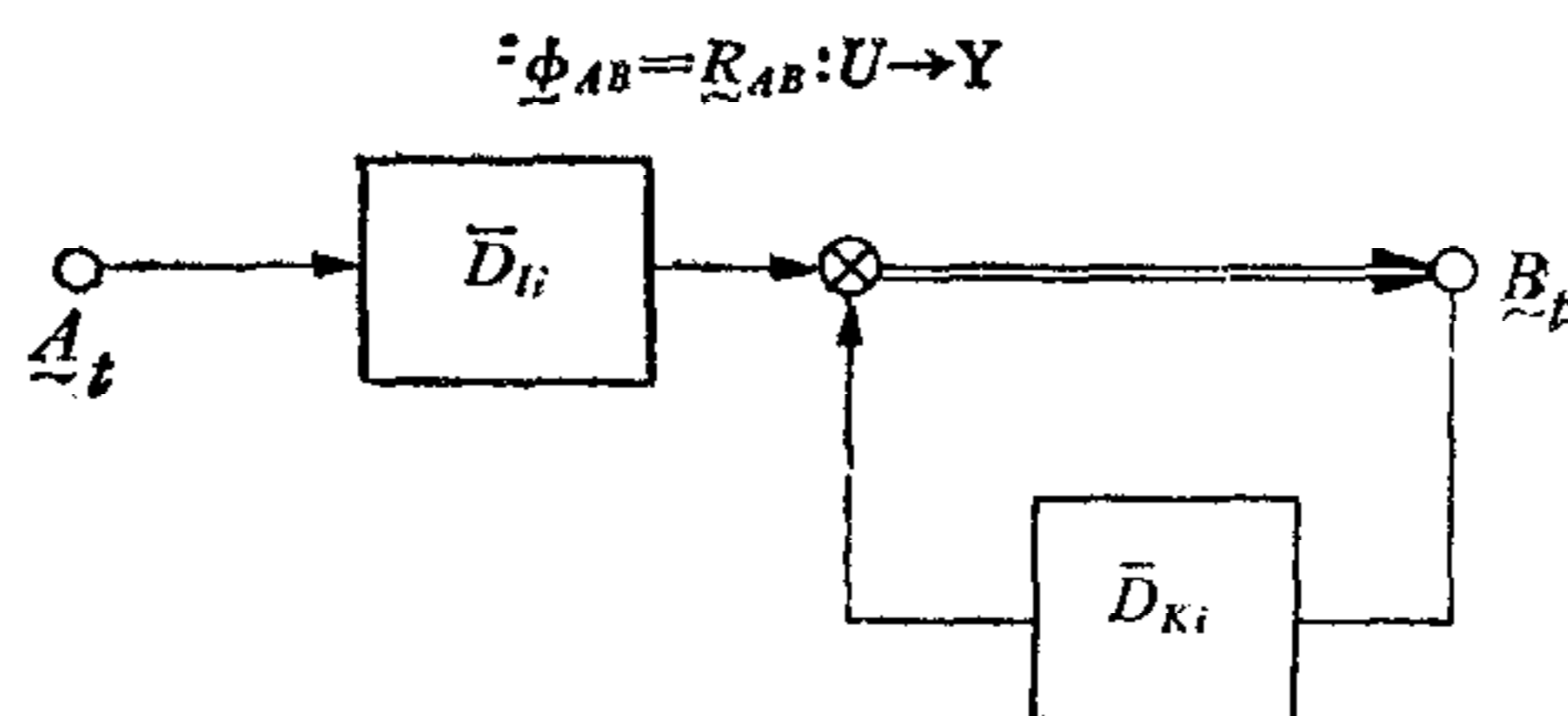


图 3

这里  $\bar{D}_{l_i}$  和  $\bar{D}_{k_i}$  均为模糊变量的超前时间算子,即  $A_t$  经  $\bar{D}_{l_i}$  作用后成为  $A_{t-l_i}$ , 余类推.

从物理意义出发,我们再给出权即模糊关系时间规定. 对于形如 (1) 式的条件语句,



若  $l_i \geq K_i$ ，则构成此单个路径的系统环节的作用时间在权中以模糊关系的时间参量表示，记作  $R_{AB(l_i)}$ 。反之，若  $l_i \leq K_i$ ，则记作  $R_{AB(K_i)}$ 。由此得到图 3 的等价图，见图 4。与其对应的有向模糊元素网络图如图 5。即在元素  $A'$  和  $B'$  之间构成了经过时间  $l_i$  的通路，称其为通路是由于模糊关系是有方向的，只有当表示物理量的节点的顺序和跨接二节点间的模糊关系  $R$  的下标序偶顺序一致时，才能构成通路。经实际数据验证，在各条弧交于同一端点时，各有向弧终点模糊集的迭加算法为最大值平分法。

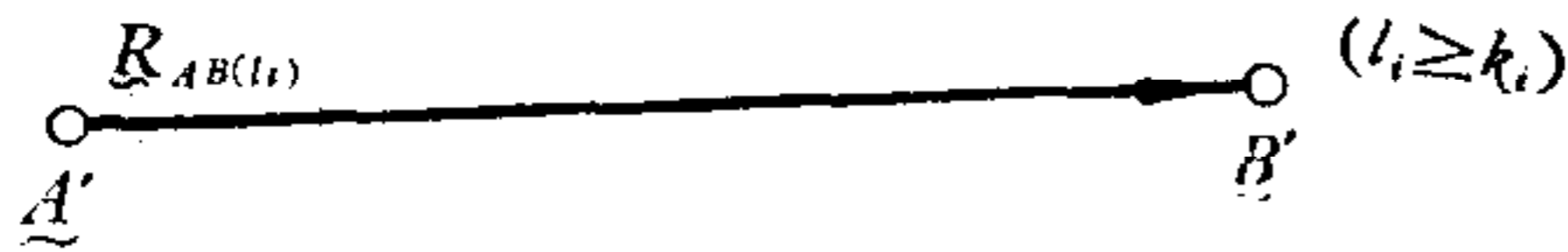


图 4

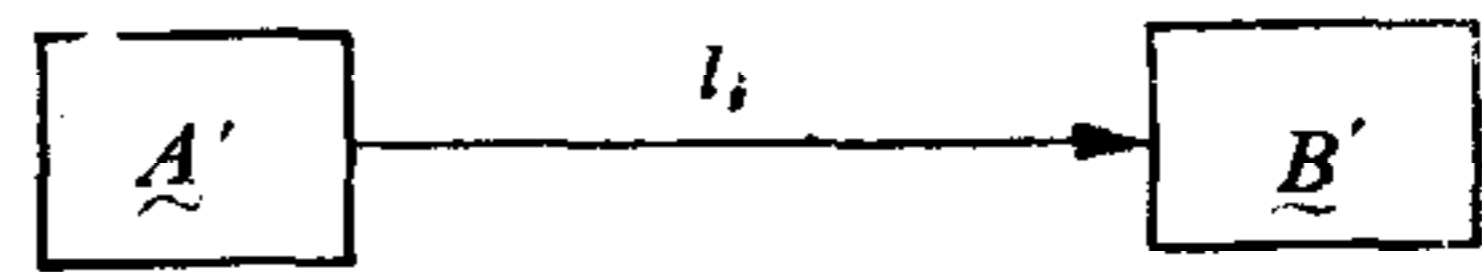


图 5

为找到输入变量组与输出变量组之间的直接联系，曾试图利用文 [5] 的方法求图的最简增益。如使多元模糊权图中连结二节点间的增益(相当于文 [5] 中的传递函数)为一模糊关系矩阵，则因模糊关系矩阵的代数结构为一不具有逆元的半群，故无法引用文 [5] 中已给出的广义权图增益的拓扑公式。若着眼于一般的模糊关系  $R$  的化简，则因  $R$  的蕴涵算法种类较多，人为选择比较麻烦，故引入模糊元素网络化简方法。

### 三、模糊元素网络的化简

文 [6] 中介绍了模糊元素的网络及其简化方法，概述如下：

#### 1. 网络流程

串联型如图 6 所示。算法为

$$f(a, b) = a \wedge b. \tag{2}$$

并联型如图 7 所示。算法为

$$f(a, b) = a \vee b. \tag{3}$$

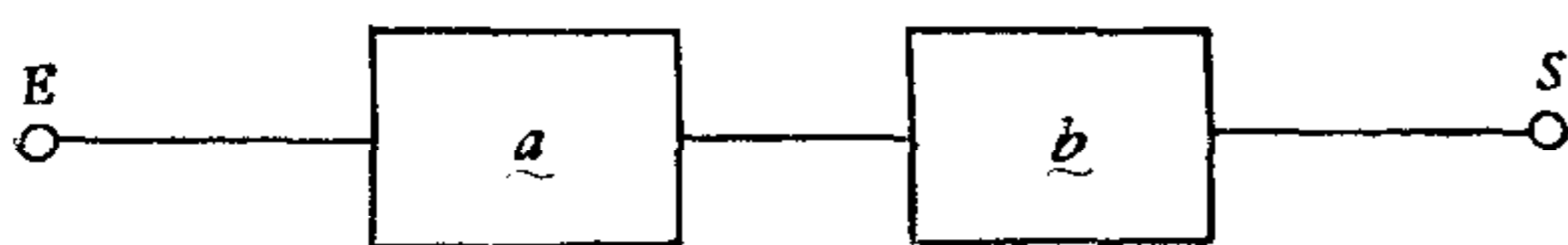


图 6

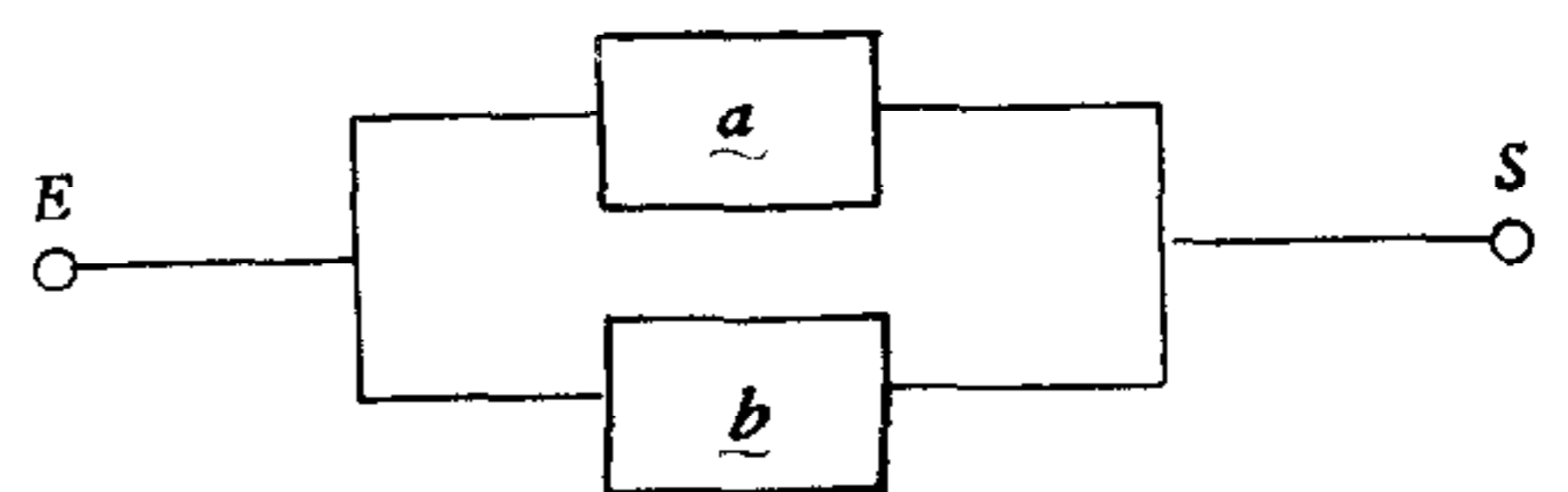


图 7

#### 2. 有关定义

道路为连结由  $E$  到  $S$  所会聚元素的序列。简单道路为不包含相同元素的道路。最大简单道路集合为一个模糊元素网络由不包含其他简单道路的各简单道路构成的道路集合。由最大简单道路集合可给出原模糊元素网络的简化多项范式。

#### 3. 化简原则

1) 在一条道路中可利用模糊元素的等幂律  $(a \wedge a) = a$  约去相同元素，以得到简单道路。

2) 在不同的简单道路间利用吸收律  $S_1 \cup (S_1 \cap S_2) = S_1$  以得到最大简单道路集合。

由于模糊元素网络化简的前提是在同一论域中进行,因此,首先需将代表各不同物理量的模糊子集归一数量化(即统一论域)。如现有温度论域  $[10^\circ\text{C}, 100^\circ\text{C}]$ ,可按  $(100^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C})/100 = 0.9^\circ\text{C}$  及现有压力论域  $[1 \text{ 大气压}, 3 \text{ 大气压}]$ ,可按  $(3 \text{ 大气压} - 1 \text{ 大气压})/100 = 0.02 \text{ 大气压}$ ,分别按百分相对值统一在同一论域轴上。这样处理后,不同物理量的同一语义值,如“温度较高”及“压力较高”也就在归一化的过程中区别开来,即表示成了不同的模糊子集。由于此时论域轴统一为  $[0, 1]$  区间的实数域,故这样形式的模糊子集的隶属度可以由模糊数表示。

对于多输入多输出系统中某一输出的每一迭加分量  $Q_i^m$  而言 ( $m$  为输出分量的标号,  $n$  为输入分量的标号),可以由上述模糊权图——元素网络图简化法求得输入分量  $I_n$  与输出分量  $Q^m$  之间的综合模糊关系  $R_{I_n(l_i), Q^m}^m$  (网络的时间规定算法后述),并按

$$\frac{R_{I_n(l_i), Q^m}^m}{Q^m} \tag{4}$$

的模糊推理算法经判别后得出确切值  $O_i^m$ ,用最大值平分法进行迭加,即可得系统中某一输出的确切值  $O^m$ 。

系统网络化简法中的时间算法:

根据单路径的时间算法规定及物理意义,本文规定: ①网络中串联路径的总时间为各单路径(各首尾相接的弧)时间的算术迭加; ②网络中并联路径的总时间为各分支路径时间的算术平均; ③某一输出节点上各分量进行迭加时,总时间效应为各分量时间的最大值。

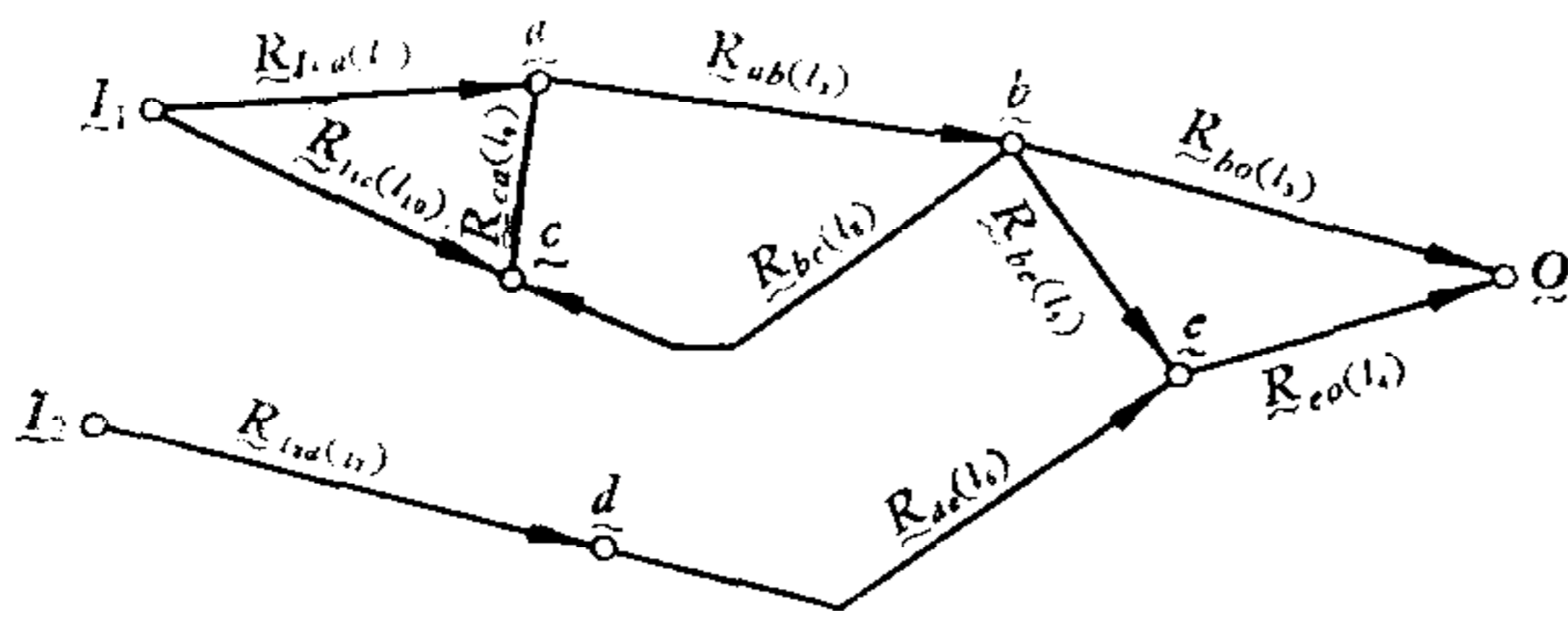


图 8

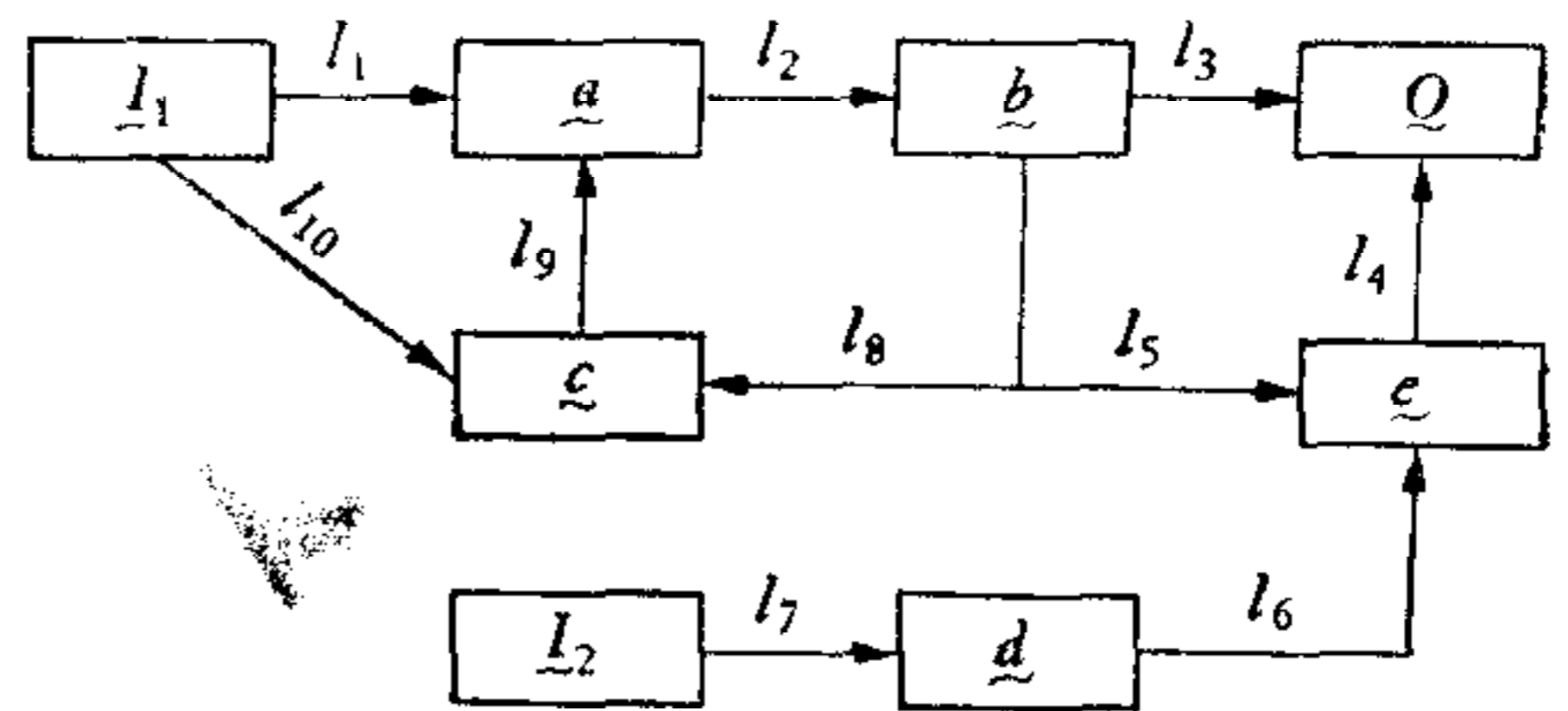


图 9

例. 设有一由模糊条件语句映射成的多元模糊权图如图 8 所示,试由两输入  $I_1, I_2$  求解输出  $Q$ 。

解: 其元素网络图为图 9。由于是两个输入的模糊元素网络,故先分成单输入的情况,分成以  $I_1 \rightarrow Q_{I_1}$  及  $I_2 \rightarrow Q_{I_2}$  的子图形式,即搜索所有由  $I_1 \rightarrow Q$  及  $I_2 \rightarrow Q$  的通路(即道路)集合。如图 10 及图 11 所示。

由图 10 知  $I_1 \rightarrow Q_{I_1}$  的通路集合为  $\{(a, b), (a, b, c, a, b), (a, b, c, a, b, e), (a, b, e), (c, a, b), (c, a, b, e), (c, a, b, c, a, b), (c, a, b, c, a, b, e)\}$ 。由等幂律化简得简单通路集合为  $\{(a, b), (a, b, c), (a, b, c, e), (a, b, e), (c, a, b), (c, a, b, e), (c, a, b), (c, a, b, e)\}$ 。由吸收律化简得最大简单通路集合为  $\{(a, b) |_{L_1+L_2+L_3}, (c, a, b) |_{L_2+L_3+L_9+L_{10}}\}$ 。这说明输入  $I_1$  至输出分量  $Q_{I_1}$  间由并联的两条通路



构成,如图 13 所示. 按式(4)可求得两并联通路的输出值  $O_{I_1(\#1)}$  及  $O_{I_2(\#2)}$ . 又由图 11 知,

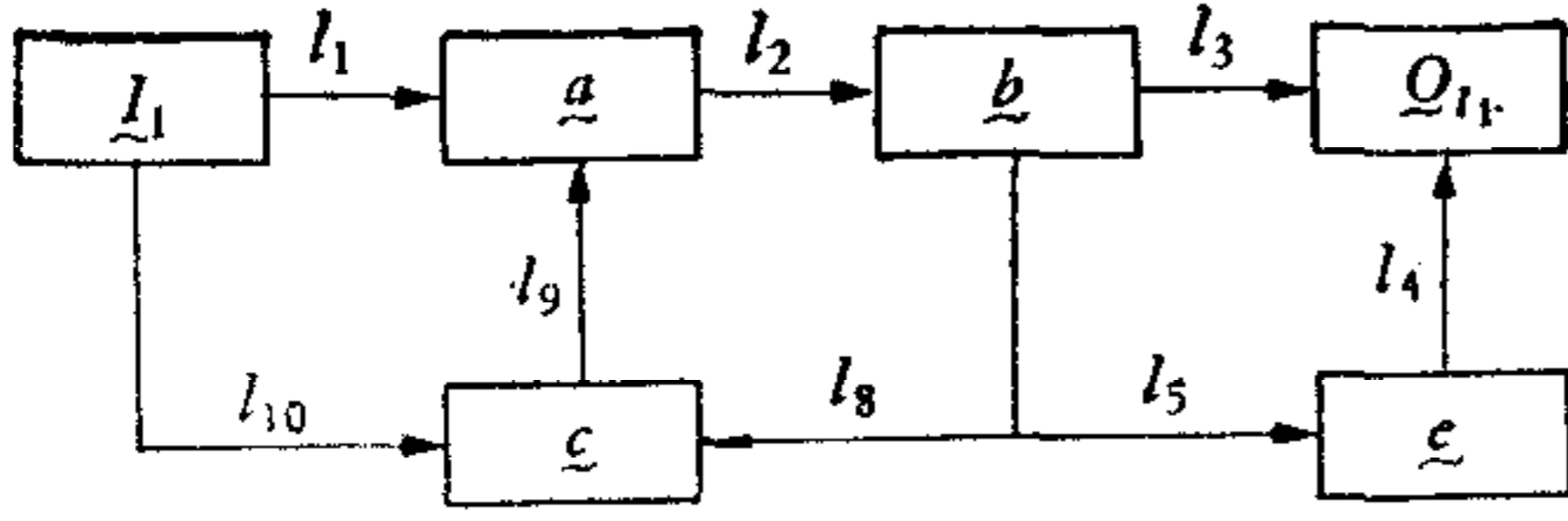


图 10

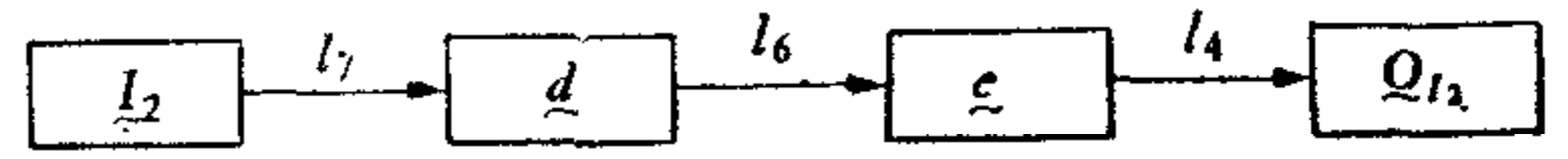


图 11

$I_2 \rightarrow O_{I_2}$  子图已不能化简,由式(4)可得  $O_{I_2}$ . 再按最大值平分法将  $O_{I_1(\#1)}$ ,  $O_{I_1(\#2)}$  及  $O_{I_2}$  迭加后求得输出值  $O$ . 由输入至输出的总的时间效应为:

$$t = \max\left[\frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_{10} + l_9 + l_2 + l_3}{2}, (l_7 + l_6 + l_4)\right].$$

应用此方法有下列优点:

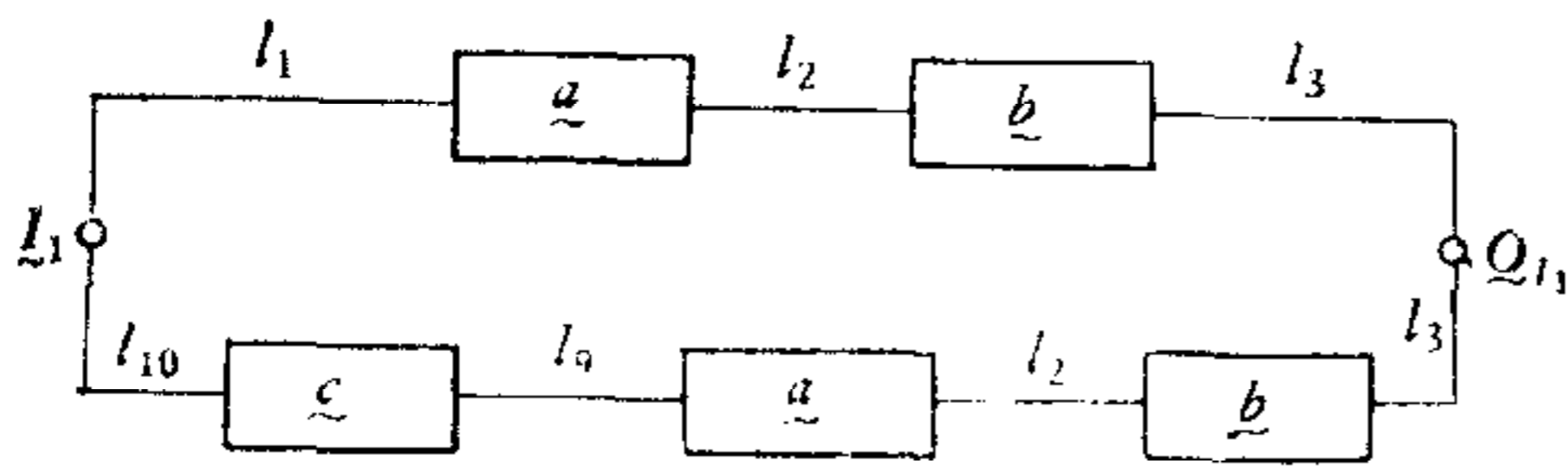


图 12

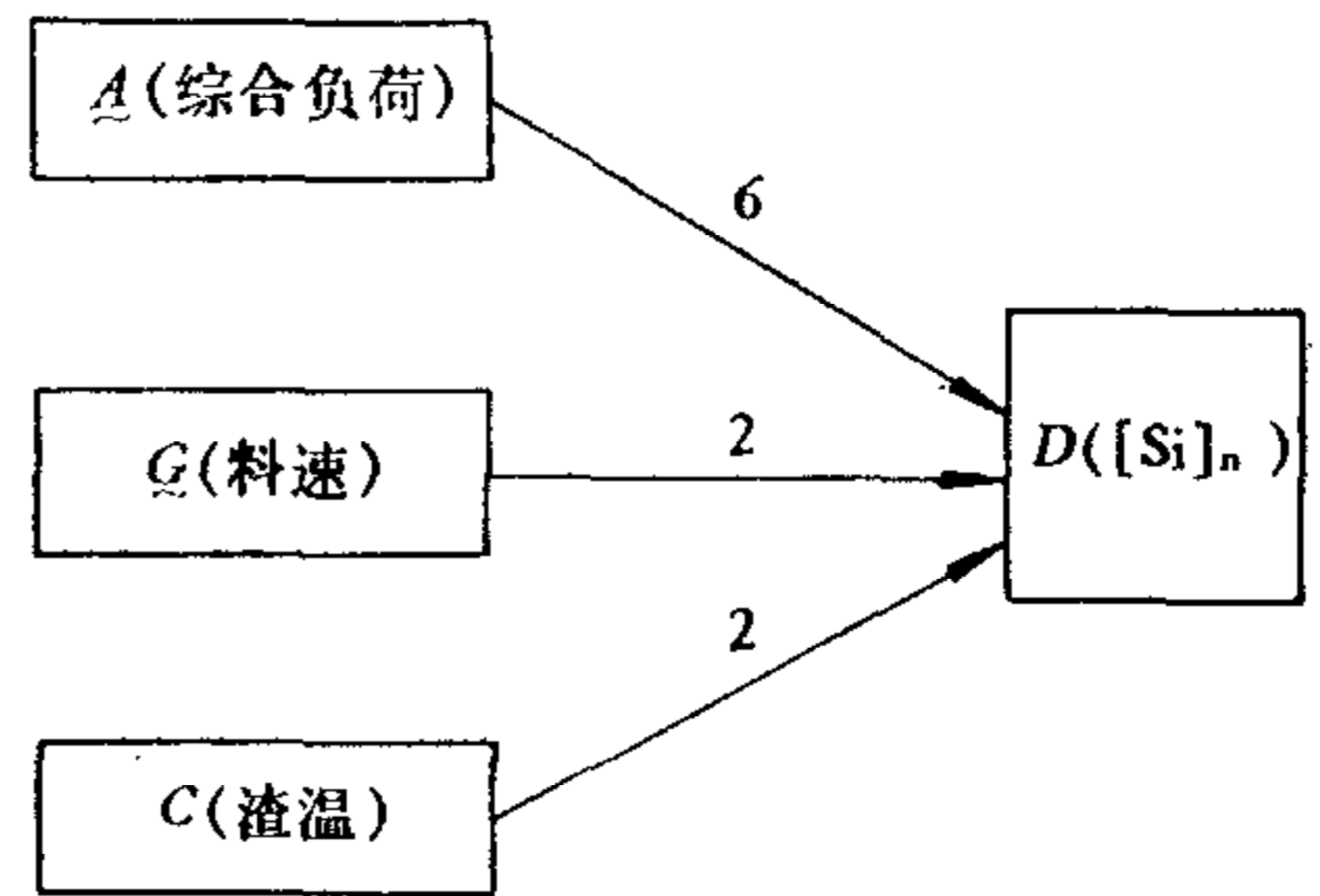


图 13

1) 由于可灵活地选定系统的输入变量组和输出变量组(且在各输入(输出)变量组内部允许有耦合反馈),因此,可得出以不同的变量(节点)组作为输入输出的系统模型.

2) 化简后,环路(即起点和终点均为同一顶点的通路)消失,得到若干以串、并联关系汇交于输出顶点的最简通路,将这种情况下的算法进行递归,可完成处理复杂的具有耦合反馈的多元模糊权图——模糊元素网络图的任务.

### 四、在高炉冶炼过程的模糊系统辨识中的应用

高炉冶炼是一个复杂的交互影响的过程,由于内部的不均匀性,某些信息难以定量获取,且随机干扰因素较多,故无法获取全面的能实际使用的解析模型. 这是利用电子计算机进行炉况闭环控制的障碍.

作者以首都钢铁公司三号高炉为对象,用相对频数法<sup>[7]</sup>得出各有关工艺量的从属函数,并实地收集了连续冶炼数据,总结出模糊条件语句的蕴涵表,如表 1—3 所示. 这里  $R$  算法暂用笛卡尔积,模糊推断算法用 Zadeh 的 Max-Min 合成原理,对应的模糊元素网络图如图 12 (其中  $[Si]_n$  为欲预测炉次的生铁含硅量,  $[Si]_{n-1}$  为前一炉之值). 用 ALGOL 语言进行了程序设计,在 CROMEMCO 微型机上利用实测数据进行离线预测,部分预测结果见表 4 (均为预测铁水含硅量  $[Si]_n$ ).

表 1

$\begin{matrix} [Si]_n \\ [Si]_{n-1} \end{matrix} \quad A$	3 (轻)	5 (较轻)	1 (正常)	4 (较重)	2 (重)
3 (低)	1	5	3	3	3
5 (较低)	4	1	5	3	3
1 (正常)	2	4	1	5	3
4 (较高)	2	2	4	1	5
2 (高)	2	2	2	4	1

表 2

$\begin{matrix} [Si]_n \\ [Si]_{n-1} \end{matrix} \quad C$	3 (低)	5 (较低)	1 (正常)	4 (较高)	2 (高)
3 (低)	3	3	3	5	1
5 (较低)	3	3	5	1	4
1 (正常)	3	5	1	4	2
4 (较高)	5	1	4	2	2
2 (高)	1	4	2	2	2

表 3

$\begin{matrix} [Si]_n \\ [Si]_{n-1} \end{matrix} \quad G$	3 (慢)	5 (较慢)	1 (正常)	4 (较快)	2 (快)
3 (低)	1	5	3	3	3
5 (较低)	4	1	5	3	3
1 (正常)	2	4	1	5	3
4 (较高)	2	2	4	1	5
2 (高)	2	2	2	4	1

表 4

炉 号	实 际 值	算法预测值	人 估 值	算法预测误差	人估值误差
36034	0.28	0.39	0.40	0.11	0.12
36035	0.33	0.39	0.35	0.06	0.02
36036	0.44	0.42	0.39	0.02	0.05
36037	0.48	0.51	0.50	0.03	0.02
36038	0.56	0.57		0.01	
36039	0.50	0.53	0.52	0.03	0.02
36040	0.56	0.55	0.55	0.01	0.01
36041	0.52	0.55	0.60	0.03	0.08
36042	0.59	0.51	0.55	0.08	0.04
36043	0.48	0.58	0.60	0.10	0.12
36044	0.49	0.46	0.45	0.03	0.04
36045	0.58	0.55	0.52	0.03	0.06
36046	0.66	0.60	0.60	0.06	0.06
36047	0.56	0.62	0.70	0.06	0.14
36048	0.59	0.56	0.55	0.03	0.01

附注: \*36038 炉为停风处理,人不估 [Si], 但对 36038 炉用算法估 [Si], 效果不错.

算法预测误差离差平方和:  $\sum_{i=1}^{34} (\Delta x_i)^2 = 0.1453$  (包括 36038 炉共 34 炉)

人估值误差离差平方和:  $\sum_{i=1}^{33} (\Delta x_i)^2 = 0.1578$  (不包括 36038 炉共 33 炉)

依据表 4 对试验结果用假设检验进行了统计分析,可以看出,在连续35炉的试算中虽未加自学习修正程序但算法的预测命中率不低于人预测的命中率,说明基本算法是可取的. 复杂耦合网络也可在化简后利用此基本算法递归. 自学习修正算法的应用,将使预测命中率进一步提高.

在本工作进行中,谭维康、陈衍翊、潘雨英、涂序彦、吴望名、李宝绶、汪培庄、袁萌等老师,北京钢铁学院的杨永宜教授、董一诚老师以及首都钢铁公司都给作者以启示和帮助,特致以深切的谢意.

### 参 考 文 献

- [1] Fred. S. Roberte, Discrete Mathematical Model, Prentice-Hall Inc., 1976.
- [2] Tong, R. M., Synthesis of Fuzzy Models for Industrial Processes, Int, J. Gen, Systems 4 (1978).
- [3] R. R. Yager, Building Fuzzy Systems Models, Iona College New Rochelle, New York.
- [4] 李宝绶、刘志俊,用模糊理论测辨系统的模型,信息与控制,1980. 第3期.
- [5] D. E. Riegler, P. M. Lin, Matrix Signal Flow Graphs and On Optimum Topological Method for Evaluating Their Gains, IEEE Trans, On Circuit Theory CT-19(1972).
- [6] A. Kaufmann, Introduction to The Theory of Fuzzy Subsets. I(1972)
- [7] 张南纶,随机现象的从属特性及概率特性,武汉建材学院学报,(1981),第1,2期.



# MULTI-VARIABLE FUZZY WEIGHTED DIGRAPH

ZHAO HONG

*(Tianjin Institute of Industrial Automation and Instrumentation)*

LI TAIHANG

*(Shanghai Institute of Calculating Technology)*

SHENG ZULIANG

*(Shanghai Industrial University)*

## ABSTRACT

In this paper, the simplest expression of fuzzy elemental network for multi-variable system is obtained by the netty simplified method. Thereby a kind of the algorithm for the fuzzy systematic identification and control for the multi-input and multi-output system is provided. The [Si] forecasting model of the blast furnace smelting process is built by this algorithm. The analysis of the practical data have proved this algorithm is basically correct.