

鲁棒调节器在静电陀螺中的应用及 频域设计法

滕云鹤 才德容 辛 暖
(清华大学)

摘 要

本文介绍了在静电陀螺支承系统中,应用鲁棒调节器理论的一些结果,实验结果表明,应用鲁棒调节器可以大大提高系统的动态刚度,使系统的性能更为优越。同时给出了鲁棒调节器的频域设计法和几个参数的关系。

一、前 言

静电陀螺是一种高精度的惯性导航元件,在任何情况下,陀螺球转子相对于电极中心的微小偏离,都会加大陀螺的漂移,影响精度。通常载体具有各种频率的振动,这种振动会严重地影响陀螺球心和电极中心的重合,因此对静电陀螺的支承系统常常提出较高的要求。例如,某系统要求静电陀螺在振动频率分别为: 12 赫(0.7g)、25 赫(4g)、50 赫(6g)、90 赫(6g)(g 为重力加速度)的干扰作用下,球心和电极中心间允许偏差不大于 7 微米。这个数据仅仅是从可靠性方面提出的下限,从陀螺漂移的角度来看,对中心误差的要求则要远远高于这个数值。一般用 PID 调节器设计的支承系统,这个误差已很难减小,特别是在 50 赫附近,它的动态刚度很低¹⁾,很难再予以提高。如果应用鲁棒调节器可以满足这一要求,这种调节器对于某种特定的外干扰的放大倍数为无穷大,即可对这种外干扰做到无静差。它不仅提高了某一频率处的动态刚度,并使附近频率处的刚度也能有所提高。在工程上如果不是追求理论上的无静差,而是使系统的误差小于某一值,则设计近似的鲁棒调节器是一种实用的工程办法。本文采用频率法设计静电支承系统的鲁棒调节器,在设计中总结了外干扰频率和系统开环截止频率的关系、伺服补偿器分子阶次的确定、零点配置以及设置串联补偿器的问题等。

二、静电陀螺支承系统的数学模型

静电陀螺由一个铝或铍制成的球、陶瓷的真空球腔及信号检测装置等组成。在球腔内

本文曾在 1982 年 5 月第三届控制理论会议上宣读,修改稿于 1982 年 7 月 13 日收到。

1) 支承系统刚度定义为,沿某一轴的总支承力与沿该轴的位移之比,在振动干扰作用下,刚度是频率的函数,对应于某一频率的刚度称为动态刚度。

壁镀有六块或十二块互相绝缘的电极,球被电极的静电场力支承在球腔中心并高速旋转.在空间 XYZ 三个方向有三路支承系统.在一定的条件下可以忽略三个方向的交联作用,其中任一路系统的方框图和支承对象的传递函数可以用图(1)和式(1)表示.

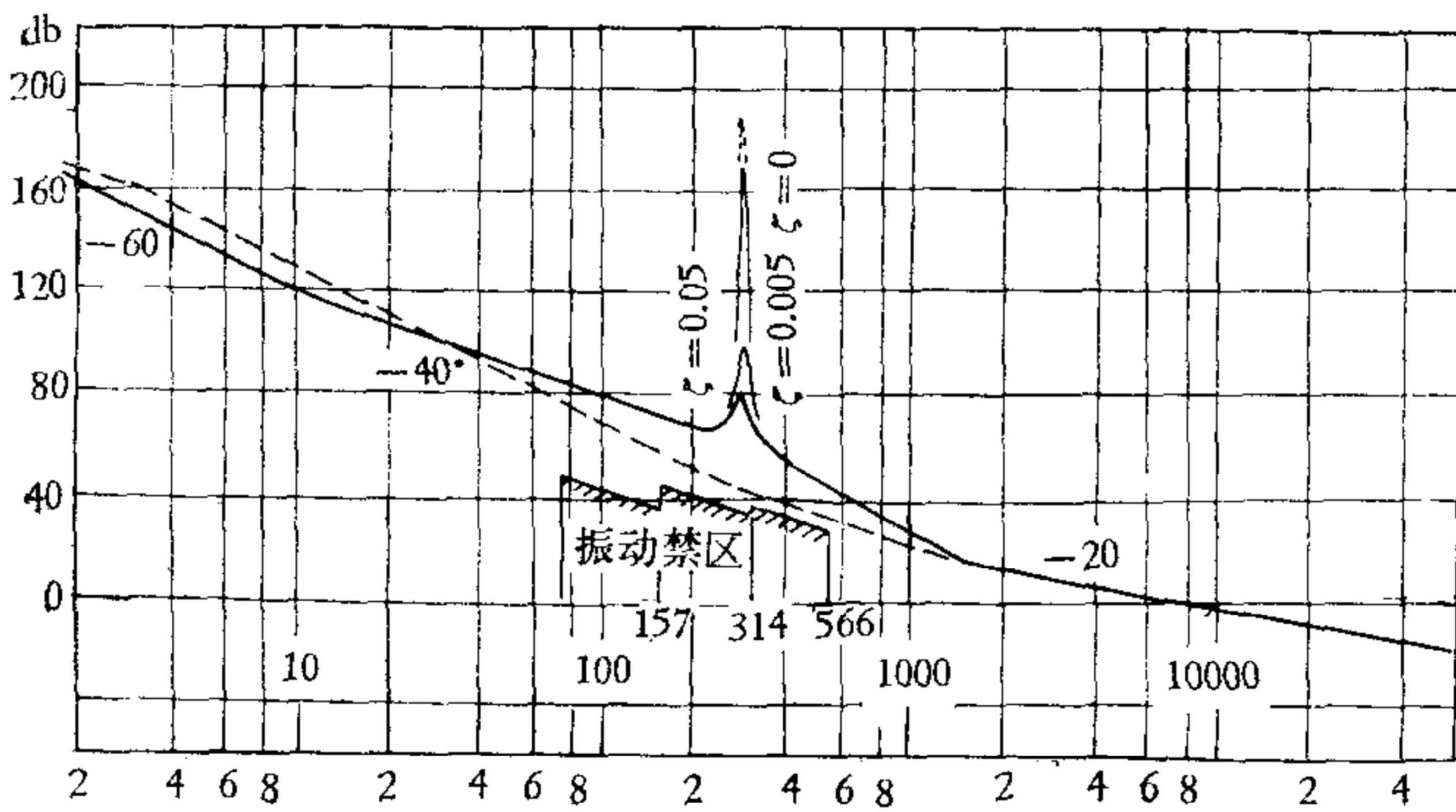


图 1 静电支承系统方框图

$$\frac{y}{u_1} = \frac{K_c/m}{s^2(1 + T_h s)} \quad (1)$$

其中 u_1 为控制电压; f 为外干扰作用力; y_0 为电极参考输入; y 为转子质心线位移; $e \triangleq y_0 - y$ 为偏差; u_c 为偏差电压; $K_c = 0.2$ 伏/微米为电桥和放大器的放大倍数; K_c 为从电压到电场力的传递系数; m 为转子质量, $K_c/m = 0.205$ 牛顿/伏

千克; T_h 为高压变压器的时间常数 $1/T_h = 4 \times 10^4$ 1/秒. $w_1(s) = m_1(s)/n_1(s)$ 为并联补偿器; $w_2(s) = m_2(s)/n_2(s)$ 为伺服补偿器; $w_3(s) = m_3(s)/n_3(s)$ 为附加串联补偿器,某些系统不引入 $w_2(s)$ 时必须引入 $w_3(s)$.

静电支承系统所受的外部输入为机座的线运动、振动和重力.当只考虑常加速和某一固定频率的振动干扰时,外部信号可以用下列微分方程描述:

$$D(D^2 + \omega_r^2)f(t) = 0, \quad (2)$$

$$D^2(D^2 + \omega_r^2)y_0(t) = 0. \quad (3)$$

式中 D 表示微分算子.

三、静电支承系统中鲁棒调节器的设计和实验

文献 [1] 给出了系统存在鲁棒调节器的充分必要条件及内模原理的频域表示.由式(1)和式(4)可知,静电支承系统是满足这些条件的,因此系统的鲁棒调节器可按如下方法设计:

1. 伺服补偿器的设计

静电支承系统传递函数由式(1)表示,式(2), (3) 的特征方程分别为 $k_1(s) = s(s^2 + \omega_r^2)$ 和 $k_2(s) = s^2(s^2 + \omega_r^2)$. 由其最小公倍式可得外部输入 $x(t)$ 的最低阶微分方程为

$$D^2(D^2 + \omega_r^2)x(t) = 0. \quad (4)$$

因此伺服补偿器的分母为^[1,2]

$$n'_2(s) = s^2(s^2 + \omega_r^2).$$

由于支承系统本身具有两个积分环节,外部输入式(2), (3) 分别作用在两点上,由文献 [1,2] 可以得到这样一个推论: 只要从误差信号点顺信流方向到外部输入作用点之间的传递函数的分母,含有这个外部输入模型的公因子,并和它的分子是互质的,则该系统对于这个外部输入是结构无静差的.因此本系统可以使 $n'_2(s)$ 的阶次降低一阶,取

$$n_2(s) = s(s^2 + \omega_r^2). \quad (5)$$

应用 Nyquist 准则可以证明伺服补偿器的内模频率 ω_r , 必须小于系统的开环截止频率 ω_c . 从稳定储备和能适应参数的变化来看, 应取 $\omega_r \ll \omega_c$. 当外干扰频率给定时, 要求合理地设计系统的 ω_c . 在支承系统中主要考虑 50 赫的外干扰, 故伺服补偿器的内模频率取为 50 赫, 同时由于考虑到系统的动态要求和其他参数取

$$\omega_c = 7500/\text{秒}, \quad \omega_r = 314/\text{秒}.$$

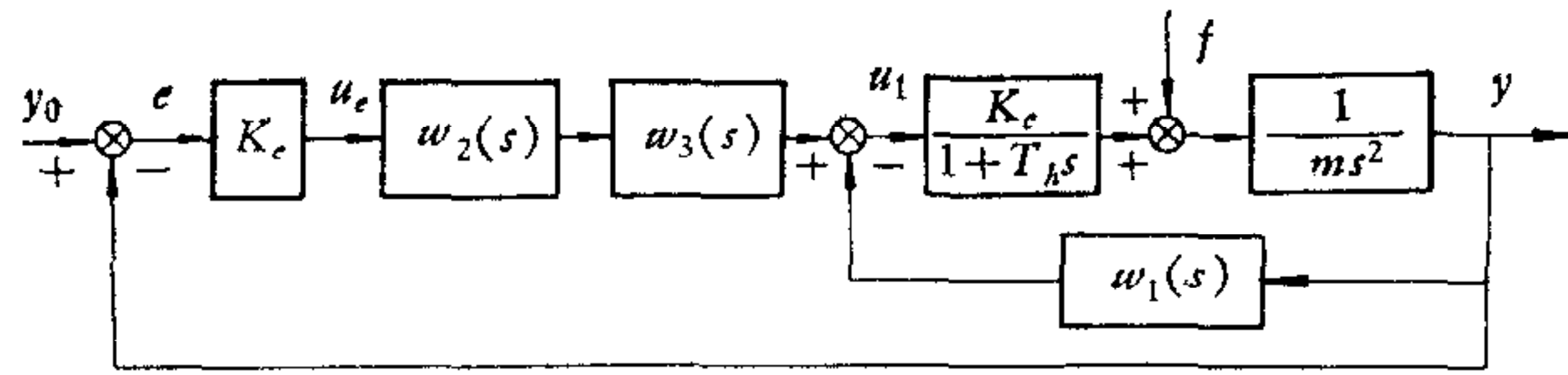


图2 静电支承系统对数频率特性

2. 系统的镇定

由静电陀螺的结构可知, 转子质心的线运动速度没有设置量测元件, 并且构造观测器也有困难, 因此不引入并联补偿器, 此时

应附加串联补偿器 $W_3(s)$, 系统的镇定主要是确定 $m_2(s)$ 、 $W_3(s)$ 和 K .

当系统本身包含一个或两个积分环节且不引入并联补偿器时, $m_2(s)$ 的阶次应取

$$\partial(m_2(s)) = \partial(n_2(s)), \quad (6)$$

亦即对支承系统应取 $\partial(m_2(s)) = 3$. 可以证明, 为使系统有一定的稳定裕度, $m_2(s)$ 的根必须小于系统的开环截止频率, 即有

$$m_2(s) = \prod_{i=1}^3 (\omega_{Ti} + s), \quad \omega_{Ti} < \omega_c. \quad (7)$$

在静电支承系统中可取

$$m_2(s) = (1 + s/10)(1 + s/1000)^2,$$

同样可以得到

$$W_3(s) = (1 + s/\omega_a)/(1 + s/\omega_b), \quad \omega_a < \omega_c, \omega_b \gg \omega_c. \quad (8)$$

本系统取

$$W_3(s) = (1 + s/1200)/(1 + s/10^5).$$

根据上述求得的各个频率可以确定系统的开环放大倍数

$$K = \omega_c \omega_a \prod_{i=1}^3 \omega_{Ti} / \omega_r^2. \quad (9)$$

可求得 $K = 1 \times 10^9 / \text{秒}^3$, 由 $K = K_c k_r K_c / m$, 得 $k_r = 24.4 \times 10^3$, 于是可得鲁棒调节器的传递函数为

$$W_2(s)W_3(s) = 24.4 \times 10^3 \frac{(1 + s/10)(1 + s/1000)^2(1 + s/1200)}{s(1 + s^2/314^2)(1 + s/10^5)}. \quad (10)$$

静电支承系统的对数频率特性如图(2)所示.

以上所设计的系统动态性能是否满足要求, 可以从系统的闭环极点配置计算得知. 闭环极点的近似值, 可以根据系统的开环频率特性求得^[3], 本系统的近似值为:

$$s_1 \doteq -10, \quad s_2 \doteq -647, \quad s_3 \doteq -1353, \quad s_4 = -1031, \\ s_{5,6} \doteq -2 \times 10^4 \pm j2.72 \times 10^4, \quad s_7 \doteq -1.05 \times 10^5.$$

3. 实验结果

1) 电路

以上设计的鲁棒调节器在静电陀螺中采用运算放大器来实现,如图3所示.在该电路中引入了阻尼,取阻尼系数为0.005—0.05,成为鲁棒调节器的一种近似形式.这样做从理论角度,使系统失去了结构无静差的重要优点,但从工程角度,谐振频率点的误差已减小到系统元部件的噪声量级,并便于制造、调整和使用.例如某静电陀螺的量测噪声相当于0.1微米,在谐振频率点对阻尼系数 $\zeta = 0.01$ 和 $\zeta = 0$ 的两种鲁棒调节器进行比较,实验证明两者没有明显差别,测量到的最大误差噪声都不大于0.2微米.

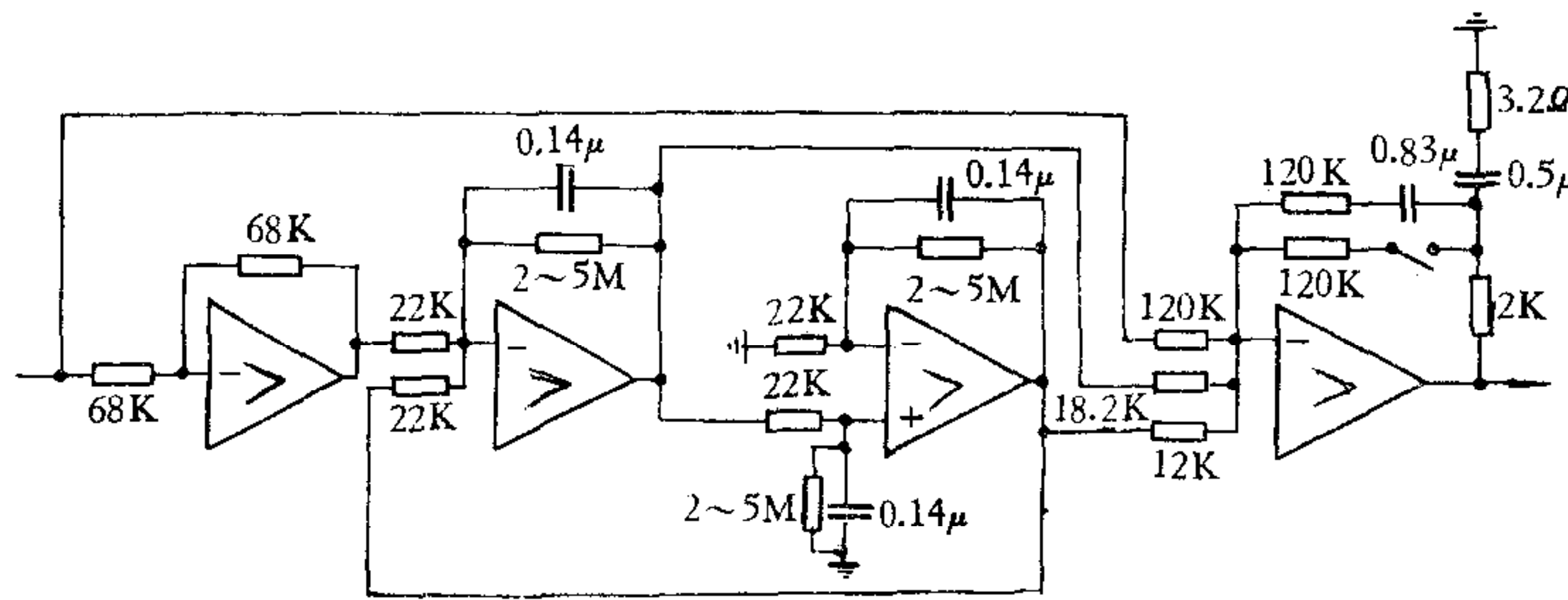


图3 鲁棒调节器电路图

2) 支承误差和动态刚度

支承系统电极中心和球心之间的误差与输入的关系如图4所示.可看出实物实验和计算结果十分相近.在伺服补偿器的谐振频率处由于存在量测噪声很难分辨,采用近似鲁棒调节器和采用PID调节器系统动态刚度的比较如表1所示.由表1知,在12赫到90赫范围内,系统的动态刚度得到了很大的提高,在谐振频率点提高了几十倍.如果需要进一步提高其它点的刚度,还可以修改鲁棒调节器的结构和参数.

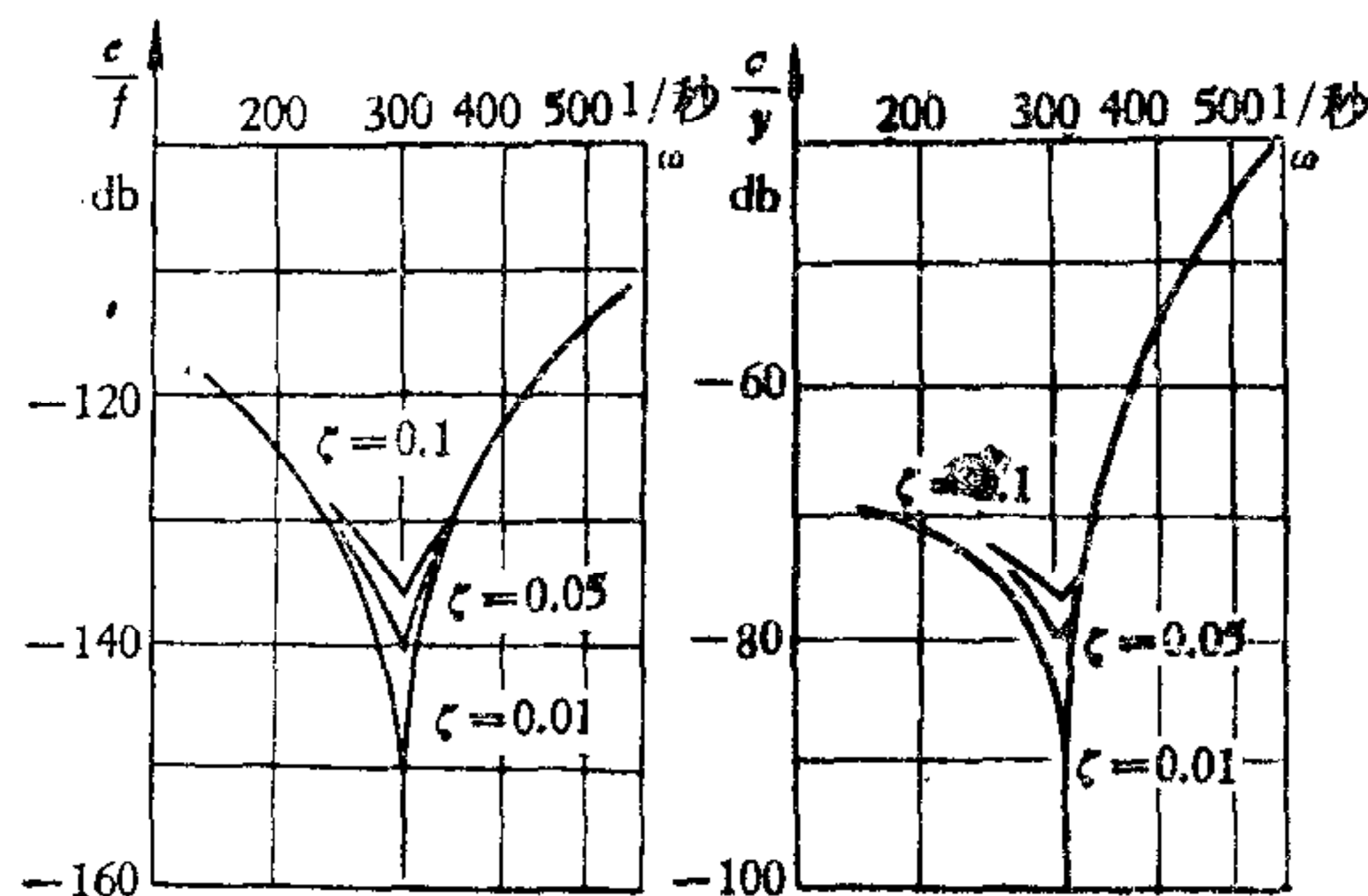


图4 支承误差和频率的关系

3) 静电支承系统的鲁棒性

当系统参数发生变化时,例如 K_c 变化 $\pm 30\%$,它相当于静电陀螺由于温度变化使间隙发生变化,或相当于系统放大倍数发生变化.测量在50周振动干扰作用下,系统的误差仅仅是量测噪声.实验证明系统对参数变化是不敏感的,当外干扰幅度变化一倍时,支承误差没有明显变化,外干扰幅度在一定的变化范围内是近似不敏感的.当外干扰频率偏离伺服补偿器的谐振频率时,系统误差明显增加,即系统对于外干扰频率变化没有鲁棒

表 1

	频率(赫)	12	25	50	90
动态刚度	PID 调节器	0.34	0.154	0.1	0.1
(牛顿/微米)	鲁棒调节器	1.02	1.03	5—10	0.4

性. 参阅图 5.

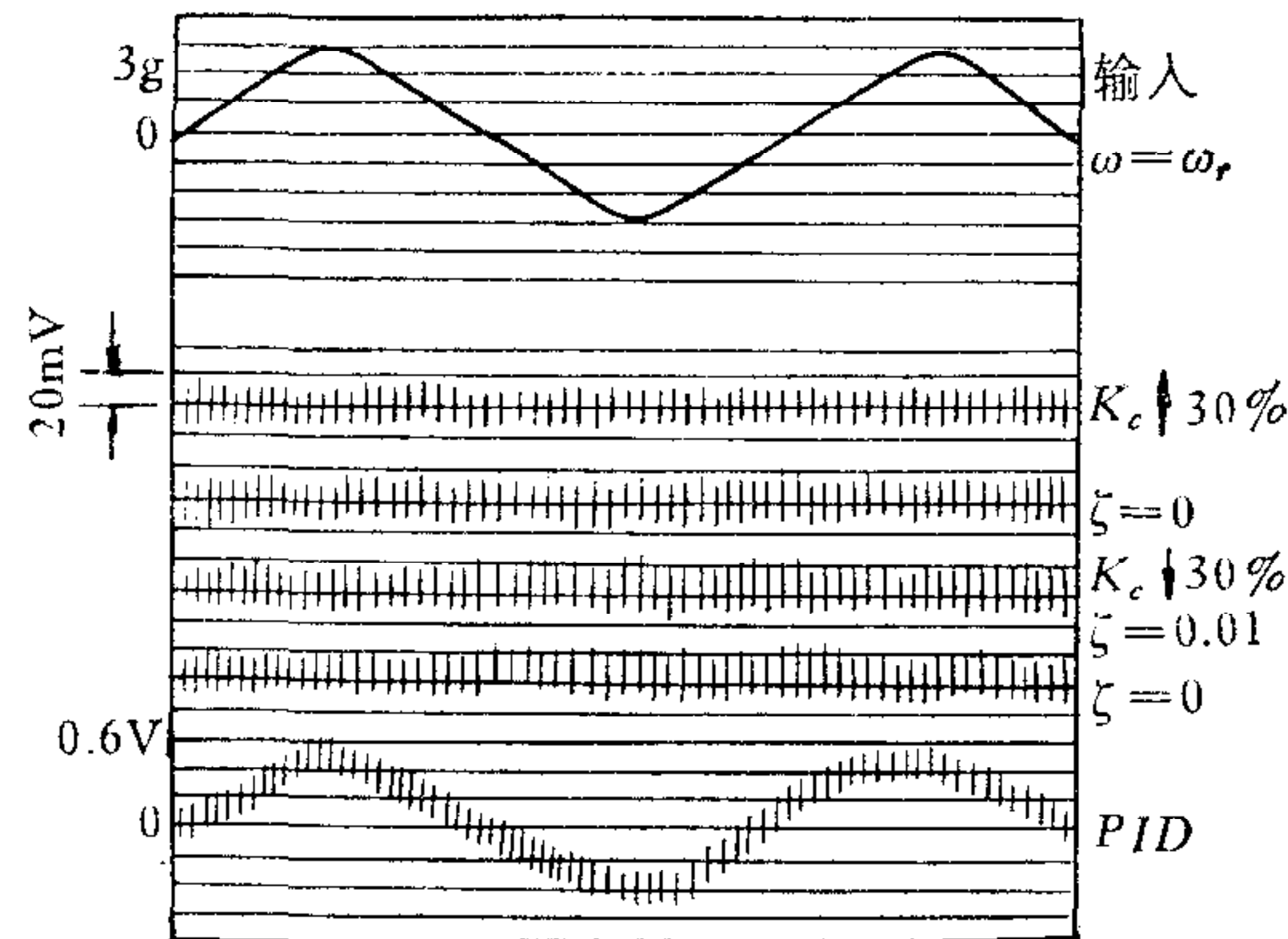


图 5.1 保持输入不变, K_c 变化 $\pm 30\%$ 时的支承误差

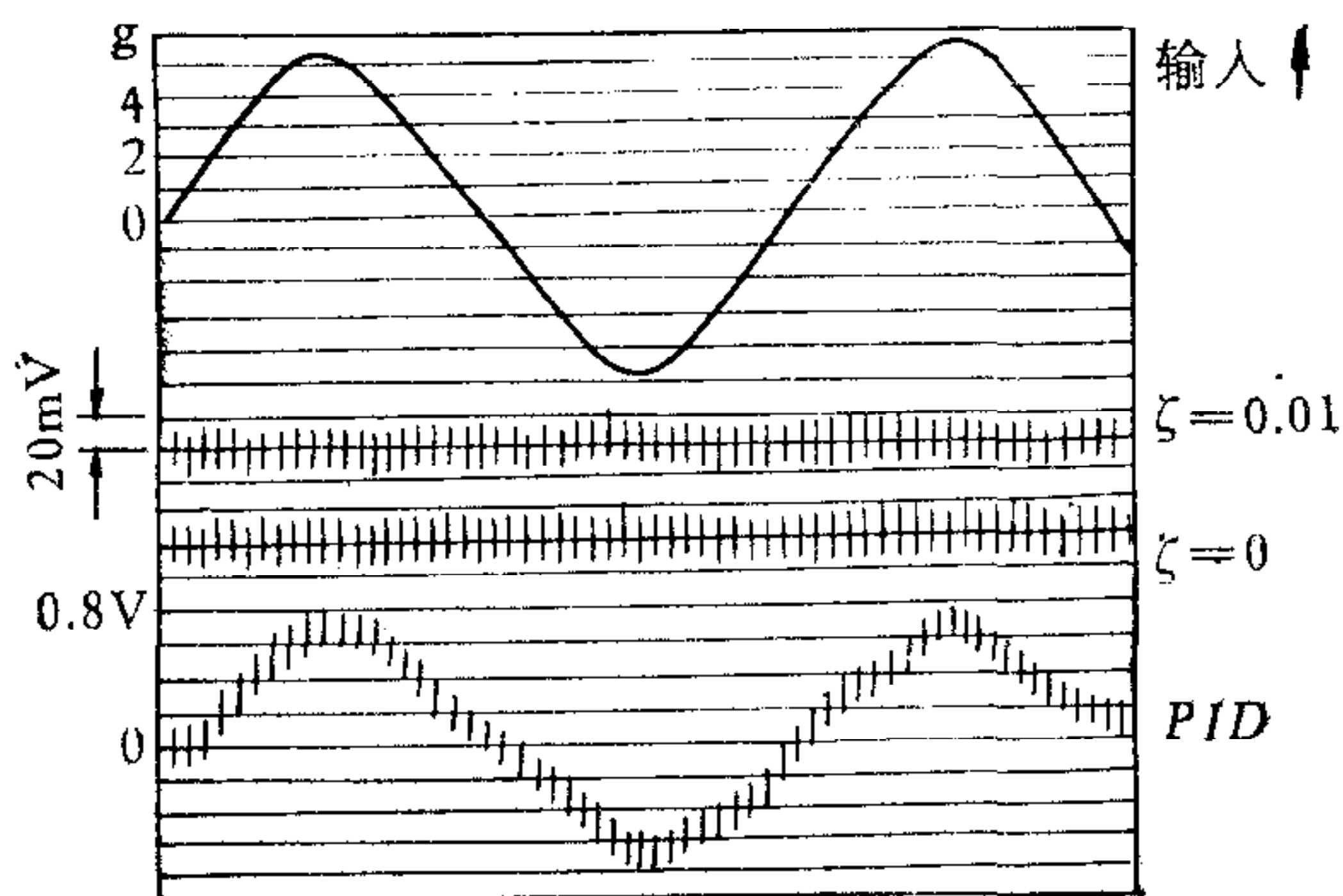


图 5.2 标称参数, 干扰幅度增加一倍时的支承误差

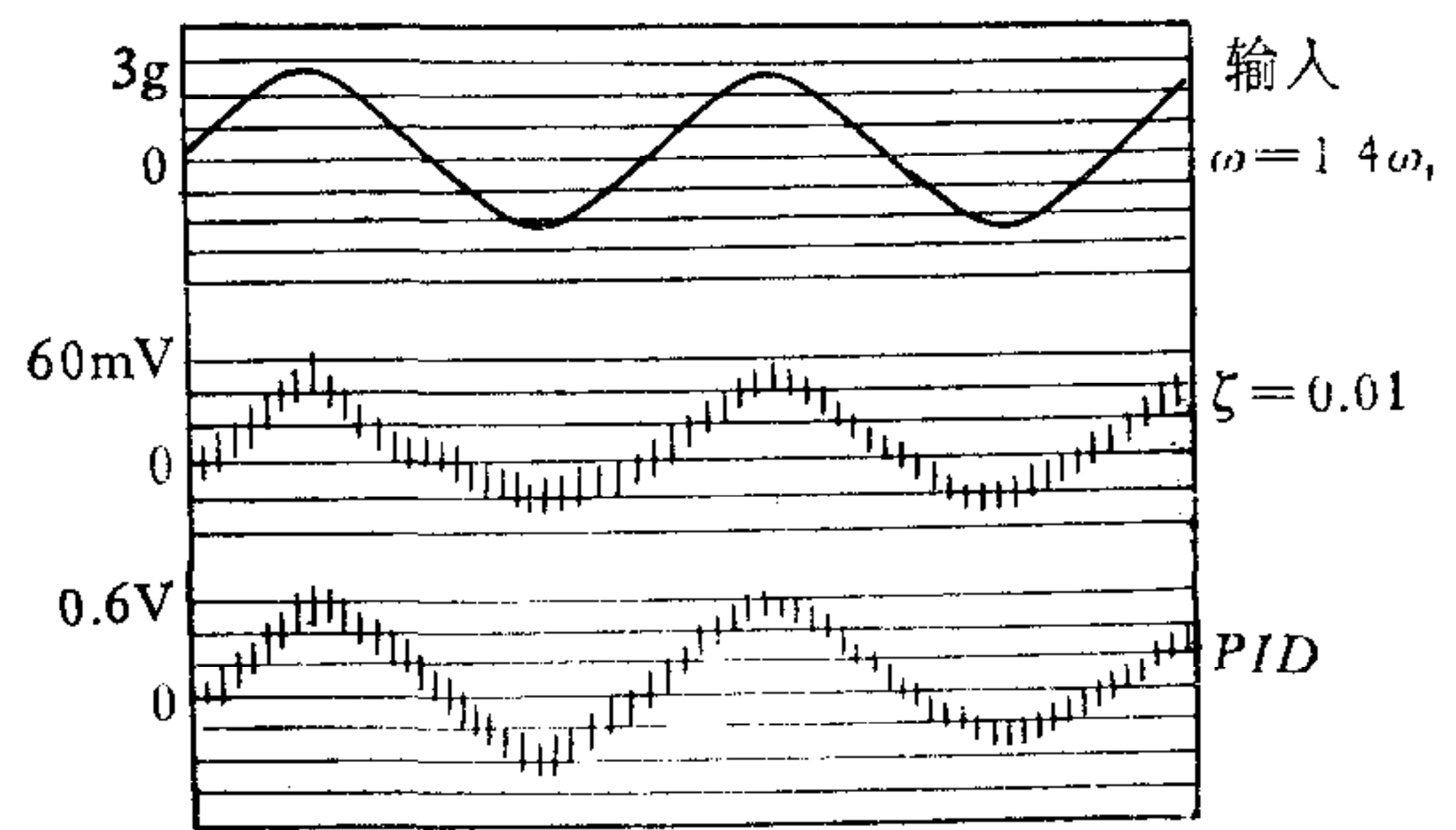


图 5.3 外干扰频率变化时的支承误差
图中 $200\text{mV} = 1\mu\text{m}$

四、结 论

(1) 在静电陀螺中, 采用鲁棒调节器可以提高系统的动态刚度、减小支承误差, 性能是优越的. 对于受式(2), (3)类型外干扰作用的一类系统(如陀螺稳定平台等), 以上结果有参考意义.

(2) 从工程实现上看, 近似鲁棒调节器是方便而有效的.

(3) 本文所采用的频域设计法比较简单, 并可以和対数特性法结合运用. 上述对几个参数的选择方法, 可以推广到常见的对象为 0, I, II 型系统和外干扰为

$$D^2(D^2 + \omega_r^2)x(t) = 0,$$

或

$$D^i \prod_{j=1}^k (D^2 + \omega_r^2)x(t) = 0$$

的一类情况。

参 考 文 献

- [1] 王恩平,单变量系统“内模原理”的频域方法,自动化学报,1980年6卷4期.
 [2] 钱唯德,完全不变性和“Robust”调节器间的一些关系,清华大学学报,1979年,3期.
 [3] Н. Т. Кузовков, Теория автоматического регулирования, основанная на частотных методах обронгиз, 1960.

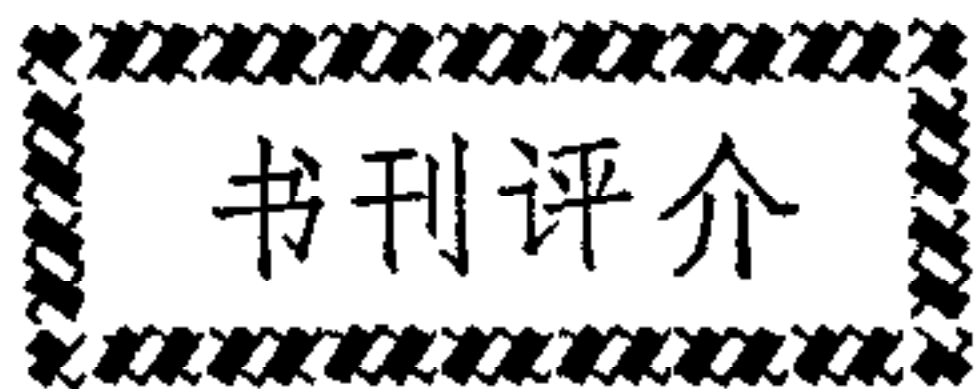
APPLICATION OF ROBUST REGULATOR IN ELECTRO- STATIC GYROSCOPE AND ITS FREQUENCY DOMAIN DESIGN METHOD

TENG YUNHE CAI DERONG XIN NUAN

(*Tsinghua University*)

ABSTRACT

In this paper, some results of applying the robust regulator to E.S.G. suspension system design are presented. The experimental and theoretical studies show that the dynamic stiffness of the electrostatic suspension as well as the overall system performance are successfully improved in this way. A frequency domain designing method and some parameter relationships for the robust regulator are also discussed.



《动态非合作对策理论》

(Dynamic Noncooperative Game Theory)

该书由 T. Basar 和 G. J. Olsder 合著,美国 Academic Press 1982 年 4 月出版,共 442 页。

全书共分八章和三个附录。除第一章引论和三个有关数学预备知识的附录外,主要内容分为两大部分。第一部分(第 2—4 章),讨论静态的、有限或无穷多选择的零或非零和的对策,以及动态的有限选择对策。第二部分(第 5—8 章)集中讨论动态、无穷多选择的对策,既有确定性的问题,也讨论了一类随机问题。其中包括对追-逃对策的简要介绍。

书中对常见的几种“解概念”,特别是 Nash 解和 Stackelberg 解详细地作了介绍,配合各种例子说明问题而不拘泥于数学的细节。书中对各种“解概念”和不同信息结构的影响给出了必要的背景材料、思考和练习题以及进一步钻研的指南,可作为自学、教学及研究的参考书。

本书内容中有不少是两位作者自己的研究成果。取材比较新颖,许多内容尚未见于其它任何书中,这是本书的一大特点。但对整个研究现状的反映似乎还不够全面。由于这一领域仍在迅速发展,一些新的内容尚未收入本书。如反映多级递阶决策过程的诱导性策略 (Incentive) 问题及由于“私有信息”而带来的不确定性问题等。此外,对于具随机特性的决策模型考虑得不够全面。

(中国科学院自动化所 郑应平)