

卫星姿态控制反作用轮的最佳安装结构

林来兴 白拜尔

(北京控制工程研究所)

摘 要

本文讨论卫星姿态控制反作用轮的最佳安装结构。文中列举十种安装结构，用统一准则(动量、功耗和可靠度)对这些安装结构控制性能的分析证明，斜装轮是最佳安装结构。

现代通信卫星的特点是高精度、长寿命、大功率。对姿态控制系统，目前最有可能采用的方案是以飞轮为主的三轴稳定^[1]。

飞轮作为执行机构可分为固定式和框架式两类。固定式有偏置动量轮和零动量反作用轮两种。偏置动量轮和零动量反作用轮可以组成零动量反作用轮系统、偏置动量轮系统及偏置动量轮和零动量反作用轮混合系统。

本文研究零动量反作用轮系统，列举了十种安装结构型式，并用同一控制性能准则对这些结构型式进行了分析和比较，得出了一些具有工程应用价值的结论。

一、姿态控制系统和反作用轮安装结构型式

用零动量反作用轮控制卫星姿态有很多优点。图1为用零动量反作用轮控制卫星姿态的原理图。图中 T 、 H 分别表示控制力矩和角动量。分配矩阵和结构矩阵为

$$\begin{bmatrix} H_{c1} \\ H_{c2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ H_{ci} \\ \vdots \\ H_{cn} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} H_{\varphi} \\ H_{\theta} \\ H_{\psi} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_i \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}. \quad (2)$$

本文曾于1982年5月在全国控制理论及应用学术会议上宣读，修改稿于1982年7月3日收到。

表1 零动量轮各种安装结构

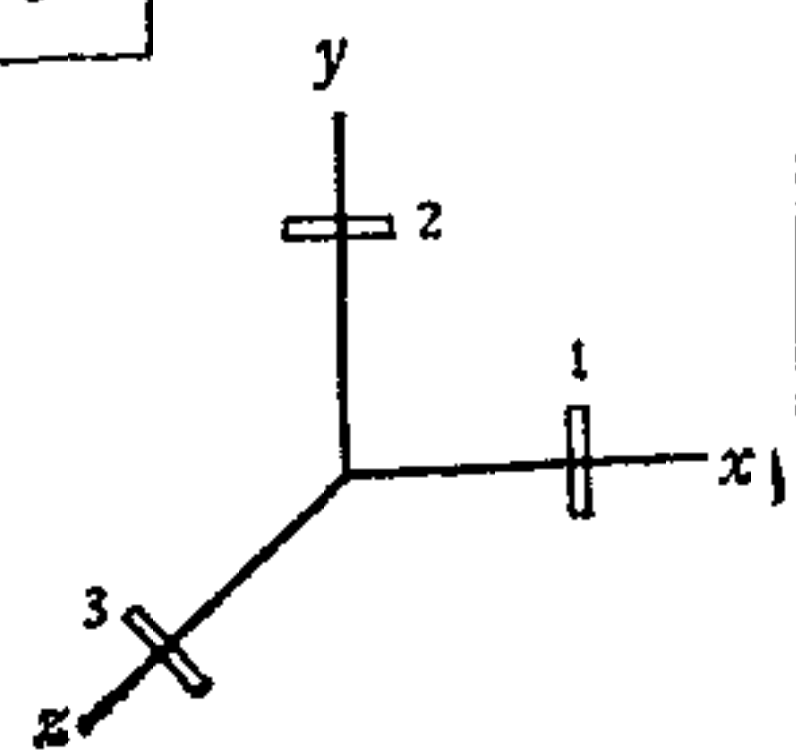
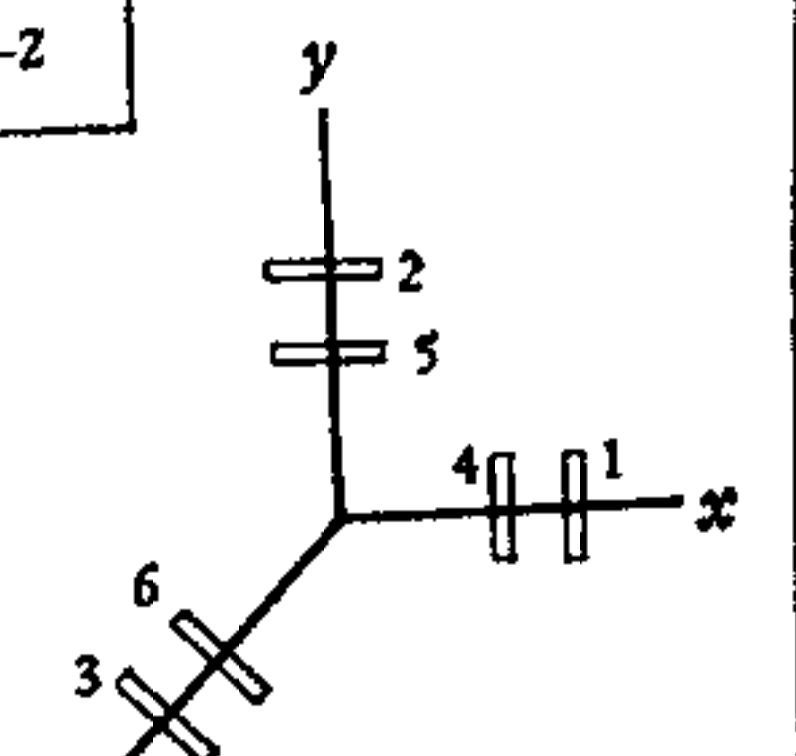
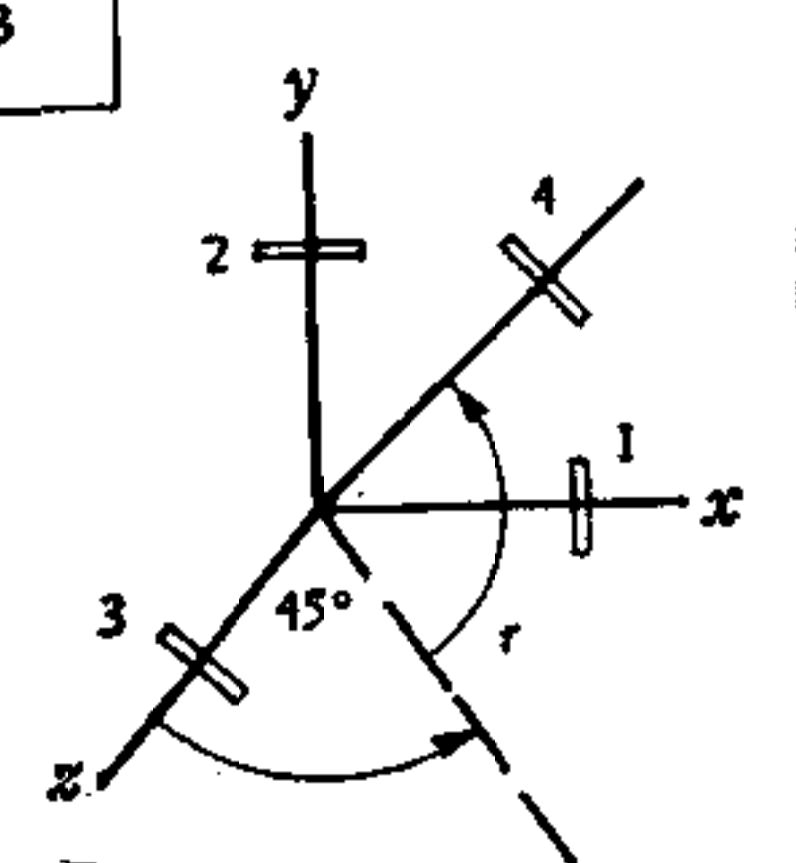
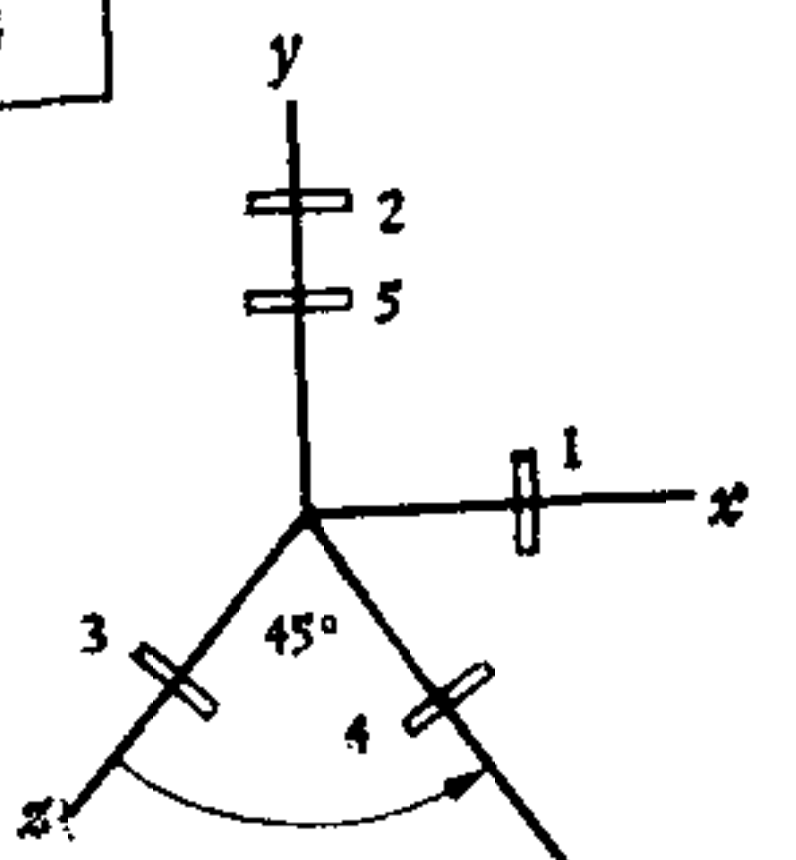
安装结构型式	结构矩阵 C	$G^{-1} = CC^T$	分配矩阵(伪逆) $D = C^T(CC^T)^{-1}$	备注
I-1 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
I-2 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	结构矩阵和分配矩阵表示六个轮子都工作。若只有三个工作，三个备用，则C和D与I-1型安装结构一样
I-3 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\cos r}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 & \sin r \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\cos r}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 + \frac{\cos^2 r}{2} & \frac{\sin r \cos r}{\sqrt{2}} & \frac{\cos^2 r}{2} \\ \frac{\sin r \cos r}{\sqrt{2}} & 1 + \sin^2 r & \frac{\sin r \cos r}{\sqrt{2}} \\ \frac{\cos^2 r}{2} & \frac{\sin r \cos r}{\sqrt{2}} & 1 + \frac{\cos^2 r}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 - \frac{\cos^2 r}{4} & -\frac{\sin r \cos r}{2\sqrt{2}} & -\frac{\cos^2 r}{4} \\ -\frac{\sin r \cos r}{\sqrt{2}} & \frac{1 + \cos^2 r}{2} & -\frac{\sin r \cos r}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{\cos^2 r}{2\sqrt{2}} & -\frac{\sin r \cos r}{2\sqrt{2}} & 1 - \frac{\cos^2 r}{4} \\ \frac{\cos r}{2\sqrt{2}} & \frac{\sin r}{2} & \frac{\cos r}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	
I-4 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$	五个轮子都工作

表 1 (续)

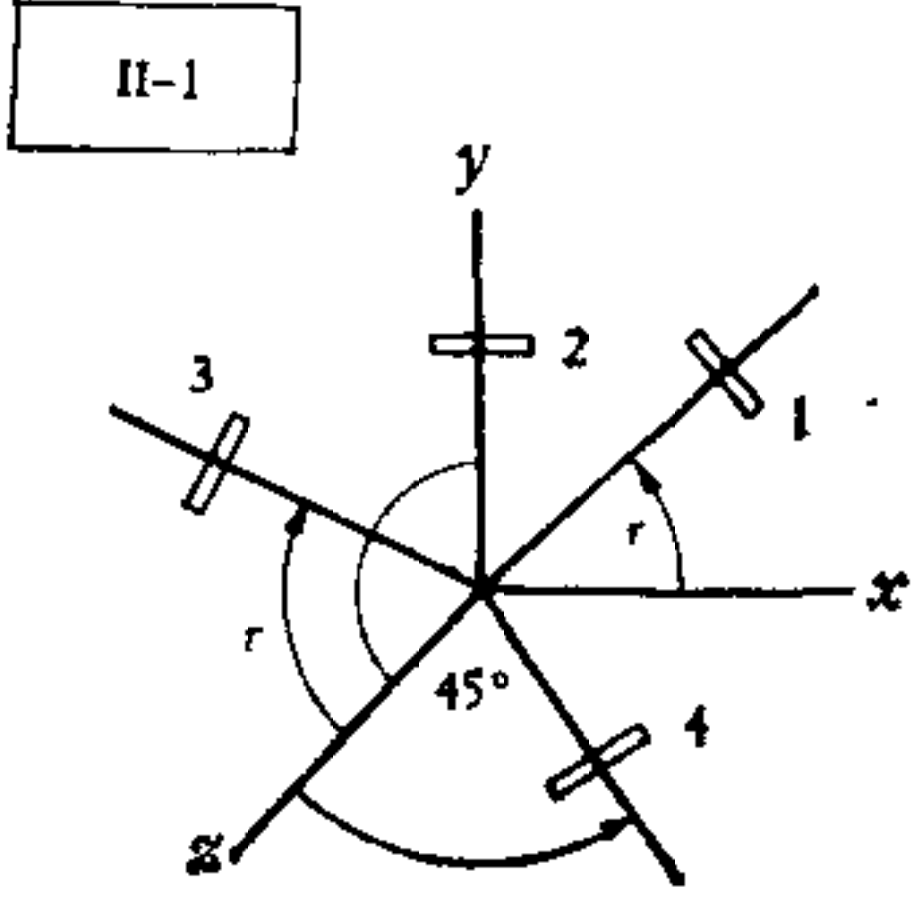
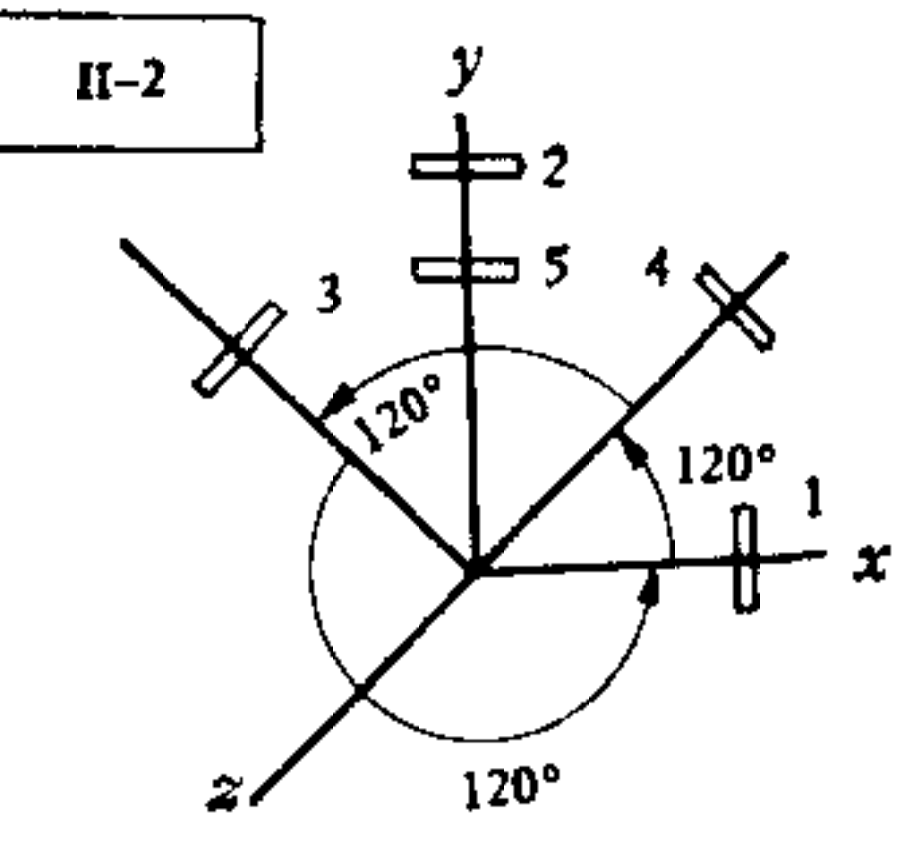
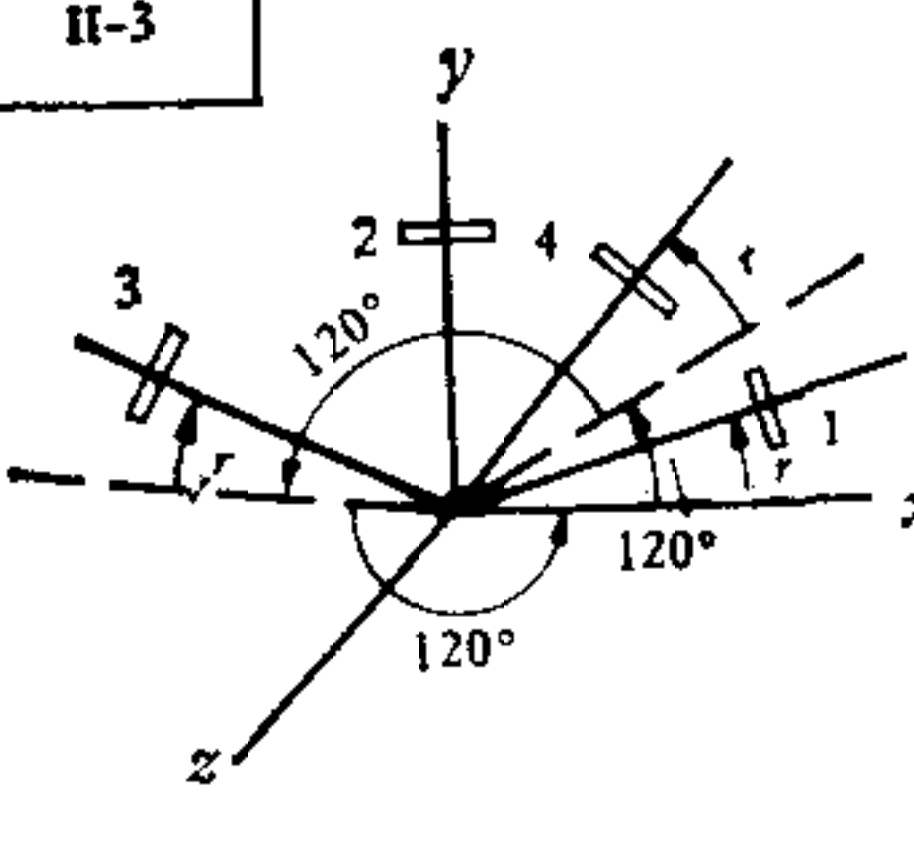
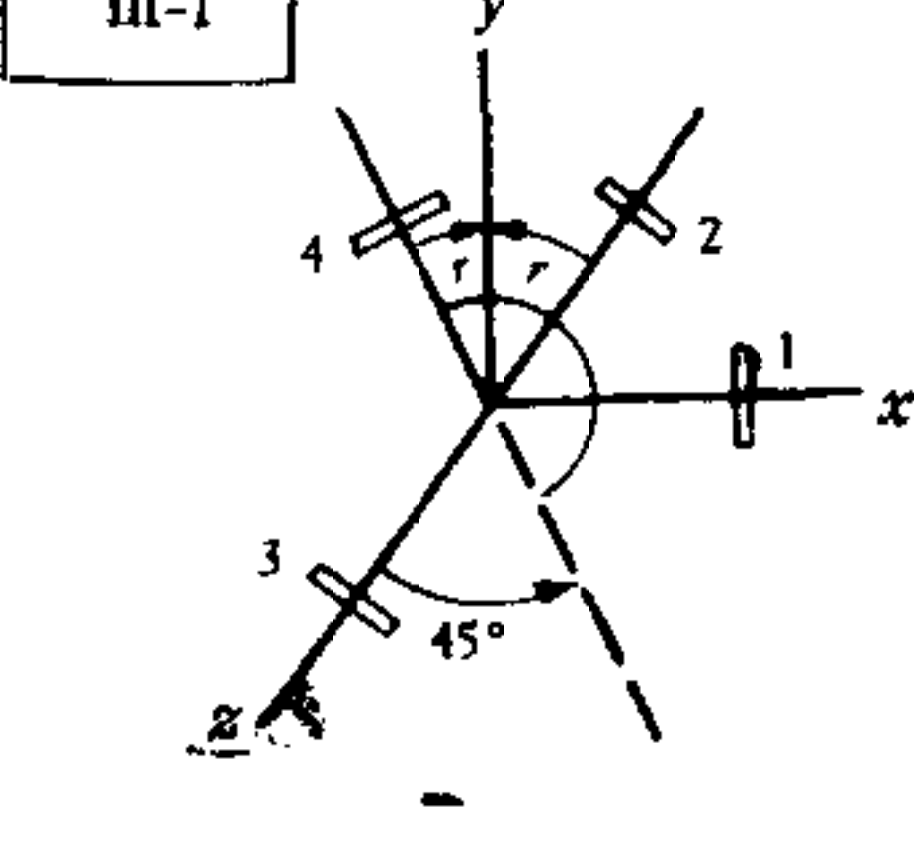
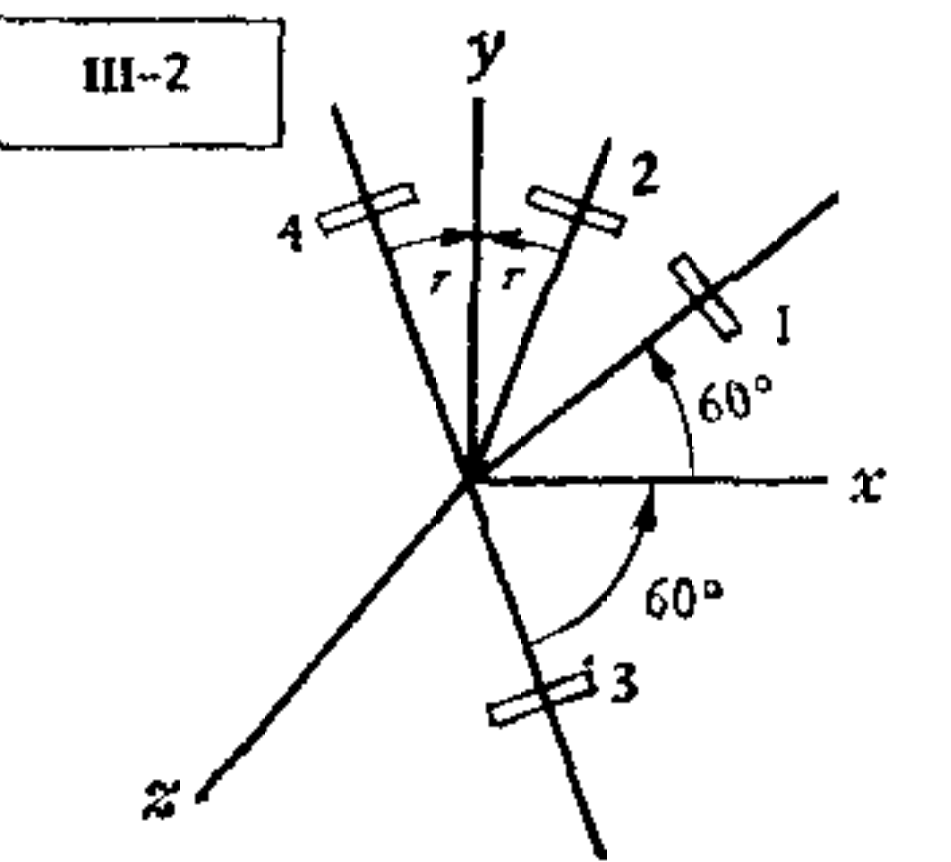
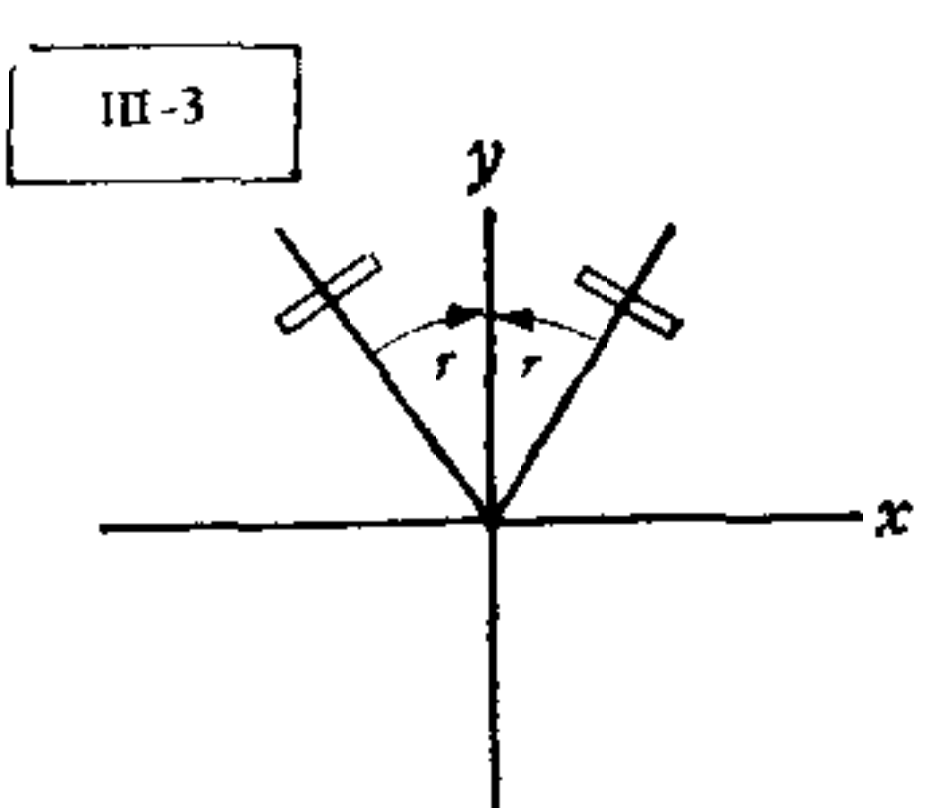
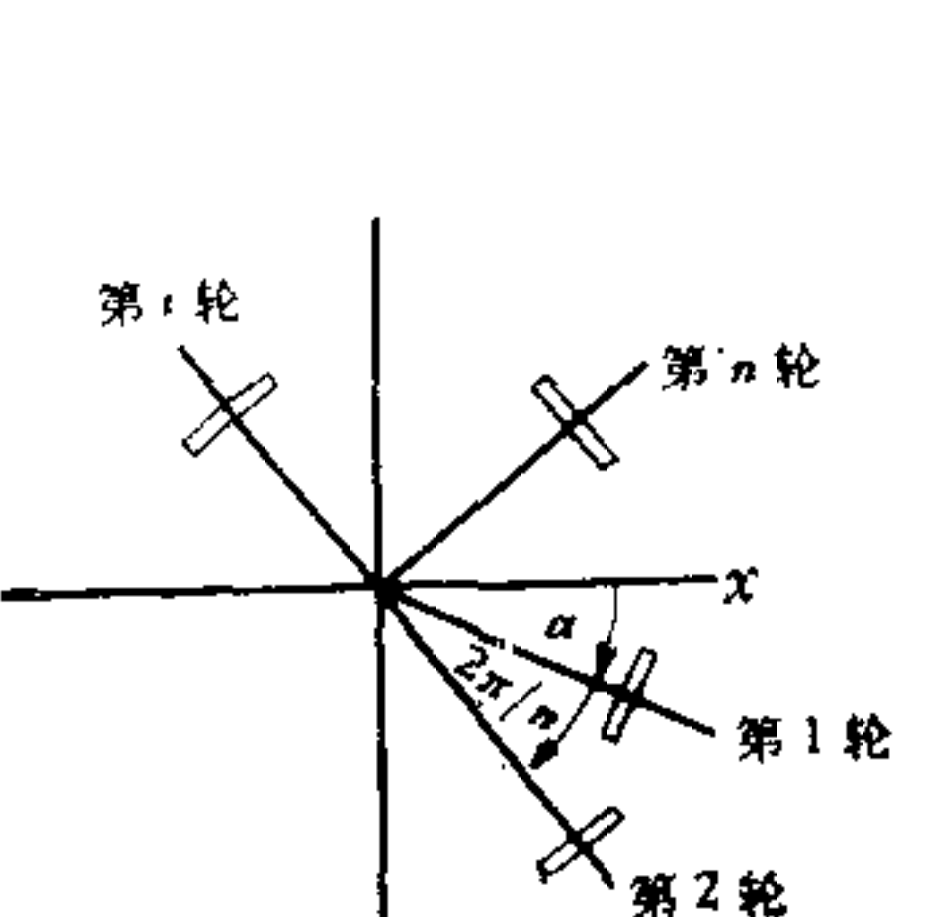
安装结构型式	结构矩阵 C	$G^{-1} = CC^T$	分配矩阵 (伪逆) $D = C^T(CC^T)^{-1}$	备注
	$\begin{bmatrix} \cos r & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin r & 1 & \sin r & 0 \\ 0 & 0 & \cos r & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \cos^2 r & \sin r \cos r & \frac{1}{2} \\ \sin r \cos r & 1 + 2\sin^2 r & \sin r \cos r \\ \frac{1}{2} & \sin r \cos r & \frac{1}{2} + \cos^2 r \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cos r & \sin r \cos^2 r & -\cos r \left(\frac{1}{2} + \sin^2 r \right) \\ -\sin r \cos^3 r & \cos^4 r + \cos^2 r & -\sin r \cos^3 r \\ -\cos r \left(\frac{1}{2} + \sin^2 r \right) & \sin r \cos^2 r & \frac{3}{2} \cos r \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 r (1 + 2\sin^2 r) & -\sqrt{2} \sin r \cos^3 r & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 r (1 + 2\sin^2 r) \end{bmatrix}$ $E = \frac{1}{\cos^2 r (2 + \sin^2 r)}$	
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$	五个轮都工作
	$\begin{bmatrix} \cos r & 0 & -\frac{\cos r}{2} & -\frac{1}{2} \cos r \\ \sin r & 1 & \sin r & \sin r \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \cos r & -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos r \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cos^2 r & 0 & 0 \\ 0 & 1 + 3\sin^2 r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \cos^2 r \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{2}{3\cos r} & \frac{\sin r}{1+3\sin^2 r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+3\sin^2 r} & 0 \\ -\frac{1}{3\cos r} & \frac{\sin r}{1+3\sin^2 r} & \frac{1}{\sqrt{3}\cos r} \\ -\frac{1}{3\cos r} & \frac{\sin r}{1+3\sin^2 r} & \frac{-1}{\sqrt{3}\cos r} \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin r}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\sin r}{\sqrt{2}} \\ 0 & \cos r & 0 & \cos r \\ 0 & \frac{\sin r}{\sqrt{2}} & 1 & -\frac{\sin r}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 + \sin^2 r & 0 & \sin^2 r \\ 0 & \cos^2 r & 0 \\ \sin^2 r & 0 & 1 + \sin^2 r \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1 + \sin^2 r}{1 + 2\sin^2 r} & 0 & \frac{-\sin^2 r}{1 + 2\sin^2 r} \\ \frac{\sin r}{\sqrt{2}(1 + 2\sin^2 r)} & \frac{1}{2\cos r} & \frac{\sin r}{\sqrt{2}(1 + 2\sin^2 r)} \\ \frac{-\sin^2 r}{1 + 2\sin^2 r} & 0 & \frac{1 + \sin^2 r}{1 + 2\sin^2 r} \\ \frac{-\sin r}{\sqrt{2}(1 + 2\sin^2 r)} & \frac{1}{2\cos r} & \frac{-\sin r}{\sqrt{2}(1 + 2\sin^2 r)} \end{bmatrix}$	

表 1 (续)

安装结构型式	结构矩阵 C	$G^{-1} = CC^T$	分配矩阵 (伪逆) $D = C^T(CC^T)^{-1}$	备注
	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \sin r & \frac{1}{2} & -\sin r \\ 0 & \cos r & 0 & \cos r \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + 2\sin^2 r & 0 & 0 \\ 0 & 2\cos^2 r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{1+4\sin^2 r} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2\sin r}{1+4\sin^2 r} & \frac{1}{2\cos r} & 0 \\ \frac{1}{1+4\sin^2 r} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-2\sin r}{1+4\sin^2 r} & \frac{1}{2\cos r} & 0 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} \sin r \cos \alpha & \sin r \cos \left(\alpha + k \frac{2\pi}{n} \right) & \dots \\ \cos r & \cos r & \dots \\ \sin r \sin \alpha & \sin r \sin \left(\alpha + k \frac{2\pi}{n} \right) & \dots \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$k = 1, 2, \dots, (n-1)$</p>	$\begin{bmatrix} \frac{n\sin^2 r}{2} & 0 & 0 \\ 0 & n\cos^2 r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n\sin^2 r}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{2\cos \alpha}{n \sin r} & \frac{1}{n \cos r} & \frac{2\sin \alpha}{n \sin r} \\ \frac{2\cos \left(\alpha + k \frac{2\pi}{n} \right)}{n \sin r} & \frac{1}{n \cos r} & \frac{2\sin \left(\alpha + k \frac{2\pi}{n} \right)}{n \sin r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$k = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$</p>	
	$\begin{bmatrix} \sin r & 0 & -\sin r & 0 \\ \cos r & \cos r & \cos r & \cos r \\ 0 & \sin r & 0 & -\sin r \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$n = 4 \quad \alpha = 0$</p>	$\begin{bmatrix} 2\sin^2 r & 0 & 0 \\ 0 & 4\cos^2 r & 0 \\ 0 & 0 & 2\sin^2 r \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$n = 4$</p>	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4\cos r} & \frac{1}{2\sin r} \\ \frac{-1}{2\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4\cos r} & \frac{-1}{2\sin r} \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$n = 4 \quad \alpha = 0$</p>	
	$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{-\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{-\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin r \\ \cos r & \cos r & \cos r & \cos r \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{-\sqrt{2}}{2} \sin r & \frac{-\sqrt{2}}{2} \sin r \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$n = 4 \quad \alpha = 45^\circ$</p>		$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & \frac{\sqrt{2}}{4\sin r} \\ \frac{-\sqrt{2}}{4\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & \frac{\sqrt{2}}{4\sin r} \\ \frac{-\sqrt{2}}{4\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & \frac{-\sqrt{2}}{4\sin r} \\ \frac{\sqrt{2}}{4\sin r} & \frac{1}{4\cos r} & \frac{-\sqrt{2}}{4\sin r} \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">$n = 4 \quad \alpha = 45^\circ$</p>	

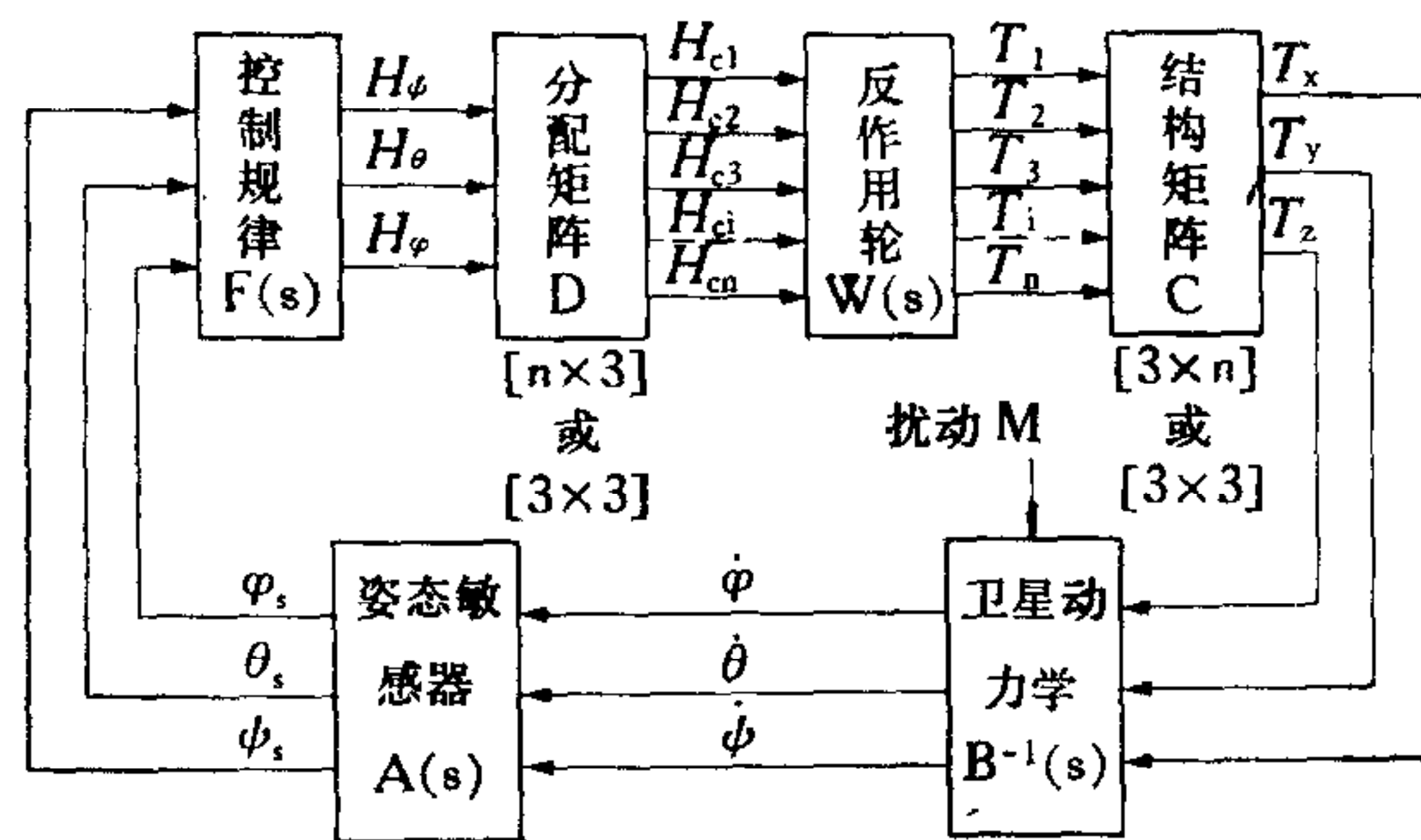


图 1 卫星姿态控制原理图

结构矩阵 C (见表 1) 由反作用轮的安装结构型式确定, 而分配矩阵却有无穷多的可能性, 这里采用伪逆

$$D = C^T(CC^T)^{-1}. \quad (3)$$

式中 C^T 为结构矩阵 C 的转置矩阵。

零动量反作用轮安装结构型式可归纳为下列三种 (见表 1):

(1) 正交型. 在三个控制轴 (x, y, z) 上各装一个反作用轮. 这一类共有四种安装结构型式, 见表 1 中的图 I-1 至 I-4.

I-1 型只装三个反作用轮, 是最简单而常用的一种安装结构. 当某一个轮子发生故障时, 该轮所在轴将失去控制. 这仅适用于运行寿命不太长或系统可靠性要求不很高的场合.

I-2 型在每个控制轴都装有两个反作用轮, 两个同时工作或者一个工作, 另一个备用, 且各轴间没有交叉耦合. 这种类型使用的轮数较多, 重量大, 设备投资多, 因此用得不多.

I-3 型在三轴对角线上各斜装一个轮子作为备用轮. 这种类型使用的轮子数目不算多, 正常控制时各轴间没有交叉耦合, 是目前比较常用的一种方案. 但是当轮子发生故障时, 斜装轮对无故障轮产生耦合干扰. 因此这种控制方式比较复杂, 往往需要用计算机进行控制.

I-4 型在俯仰轴上安装两个轮子, 两个同时工作或者一个工作, 另一个备用. 这是为了建立轨道坐标系, 以控制俯仰轴. 用一个备用轮控制滚动和偏航轴. 这种方案在使用斜装轮时, 对滚动或偏航轴的控制同样会产生交叉耦合干扰, 且轮子数目比较多.

(2) 俯仰轴装反作用轮的斜装型^[3]. 由于卫星要建立对地轨道角速度, 需经常对俯仰轴进行控制, 为此在该轴专门装有反作用轮. 有时装两个反作用轮, 其中一个作为备用轮, 或者只装一个反作用轮, 斜装轮作为备用轮. 这一类有三种安装结构型式, 见表 1 中的图 II-1 至 II-3.

(3) 斜装型. 这一类在俯仰轴不装轮子, 其中一种在 x, y, z 三个控制轴都不装轮子, 而所有反作用轮子都斜装, 轮子轴线围绕俯仰轴形成圆锥体, 几个轮子均匀安装. 这一类有三种安装结构型式, 见表 1 中的图 III-1 至 III-3.

表 2

项目 \ 型式	I	II-1	II-2	II-3	III-1	III-2	III-3
根据式(7)计算 h 的表达式	常数	$\frac{\sqrt{4\left(H \sin r + \frac{\cos r}{\sqrt{2}} + \frac{\sin^2 r}{2}\right)}}{4}$	常数	$\frac{\sqrt{1 + 6 \sin r + 9 \sin^2 r}}{4}$	$\frac{\sqrt{5 - 4 \sin^2 r}}{4}$	$\frac{\sqrt{7 - 6 \sin^2 r}}{4}$	$\cos r$
h 最大值	0.577	0.807	0.433	1	0.559	0.661	1
h 为最大值时的 安装角(度)	—	70	—	90	0	0	0
h 在各轴相等时 的安装角(度)	—	结构上不可能	—	19.47 ($h = 0.5$)	结构上不可能	结构上不可能	54.73 ($h = 0.577$)

表 3 动量指标

项 目 \ 安 装 结 构	I-1	I-2	I-3	I-4	II-1	II-2	II-3	III-1	III-2	III-3 ($\alpha = \frac{\pi}{n}$)								
										轮 子 个 数 n								
										3	4	5	6	7	8	9	10	16
最佳安装角 r (度)	—	—	35.26	—	45	—	38.8	54.72	45	51.2	54.72	51.6	51.2	51.8	52.8	51.8	51.6	51.2
h	1	1	1.09	1.08	1.31	1.15	1.45	1.37	1.39	1.6	1.73	1.61	1.6	1.6	1.65	1.61	1.61	1.62

二、各种安装结构控制性能比较

为了对上述各种反作用轮安装结构进行比较,从控制观点出发,提出下列三个比较控制性能的指标:

1. 动量指标

动量指标是评价表 1 所列各种安装结构的控制性能好坏和设计安装角 r 的依据. 动量指标可由每个反作用轮的动量矢量和来表示,其数学表示如下:

$$H = \sum_i H_i. \quad (4)$$

式中 H_i 为每个反作用轮产生的动量矢量.

$$\text{令} \quad H = \sqrt{HH} = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}, \quad (5)$$

$$\text{则} \quad H^2 = X^T A X. \quad (6)$$

式中

$$X = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix}, \quad X^T = (H_1, H_2, \dots, H_n), \quad A = C^T C.$$

当矩阵 A 的秩为 3 时,系统是稳定的. 当 $-H_{\max}^i \leq H_i \leq H_{\max}^i$ 时,令 $H_{\max} = H_w$, 则动量指标可以表示为:

$$h = H/nH_w = \sqrt{X^T A X} / nH_w. \quad (7)$$

式中 n 为反作用轮的个数; H_w 为每个反作用轮最大角动量.

根据式(7)算出的动量指标和安装角见表 2. 由表 2 知,当安装角小于 54.73 度时,四个斜装轮的动量指标比正交轮高. 如要求卫星各方向角动量相等,则斜装轮与正交轮的动量指标也应相等. 实际上,由于各轴的扰动力矩不相等,要求角动量也不相等. 因此,斜装轮比正交轮更加适用.

从表 2 还可以看到,用这种方法算出的动量指标最大值往往发生在安装角为 90° 或 0° 的地方,这意味着有些控制轴将失去控制作用(没有可能产生角动量),同时也不便于设计安装角,这是这种计算动量指标方法的局限性.

角动量是设计姿态控制系统的一个重要参数. 这里把动量指标 h 定义为:

$$h = (H_x + H_y + H_z) / nH_w. \quad (8)$$

式中 H_x, H_y, H_z 分别为滚动、俯仰、偏航轴产生的最大角动量; n 为反作用轮个数; H_w 为每个轮的最大角动量.

根据式(8),各种安装结构的反作用轮的动量指标见表 3.

由表 3 可知,第一类安装结构的动量指标最低,第二类次之,第三类最高,其中以 III-3 型最好. 尤其是当 $n = 4, \alpha = 45^\circ$ 时,动量指标最大,称此安装结构为均匀对称结构. 式(8)中各轴角动量由结构矩阵 C 确定. 安装角 r 取最佳值.

所谓最佳安装角是指各轴产生角动量之和为最大时的安装角. 下面求 III-3 型安

装结构的最佳安装角 r 和动量指标 h 。根据表 1 结构矩阵,三轴角动量之和为

$$H = H_x + H_y + H_z = \left\{ \sin r \sum_{K=0}^{K=n-1} \left[\left| \cos \left(\alpha + K \frac{2\pi}{n} \right) \right| + \left| \sin \left(\alpha + K \frac{2\pi}{n} \right) \right| \right] + n \cos r \right\} H_w. \quad (9)$$

动量指标为

$$h = H/nH_w = A \sin r + \cos r. \quad (10)$$

其中

$$A = \frac{1}{n} \sum_{K=0}^{K=n-1} \left[\left| \cos \left(\alpha + K \frac{2\pi}{n} \right) \right| + \left| \sin \left(\alpha + K \frac{2\pi}{n} \right) \right| \right].$$

对式(10)求导数可得最佳安装角

$$r = \text{tg}^{-1} A. \quad (11)$$

图 2 表示各控制轴和 n 个斜装轮的动量指标随安装角变化的情况。除了均匀对称斜装轮以外,其他型式的斜装轮在各轴的动量指标是不等的,但差别不大。式(10)中系数 A 在 1.2 左右变化,因此,图 2 中 n 个斜装轮的动量指标是按 $A = 1.2$ 计算的。

斜装轮动量指标大于 1,说明飞轮卸载次数可以减少,或者轮子重量可以减轻。根据已有生产水平,反作用轮重量可以表示为 $W = KH^\alpha + K_0$ 。一般 $K = 3, \alpha = 0.471, K_0 = 1.3$ 。根据重量 W 与角动量 H 的关系,均匀对称斜装轮的重量可以比正交轮 (I—3) 减少约 20—30%。

2. 功耗指标^[2]

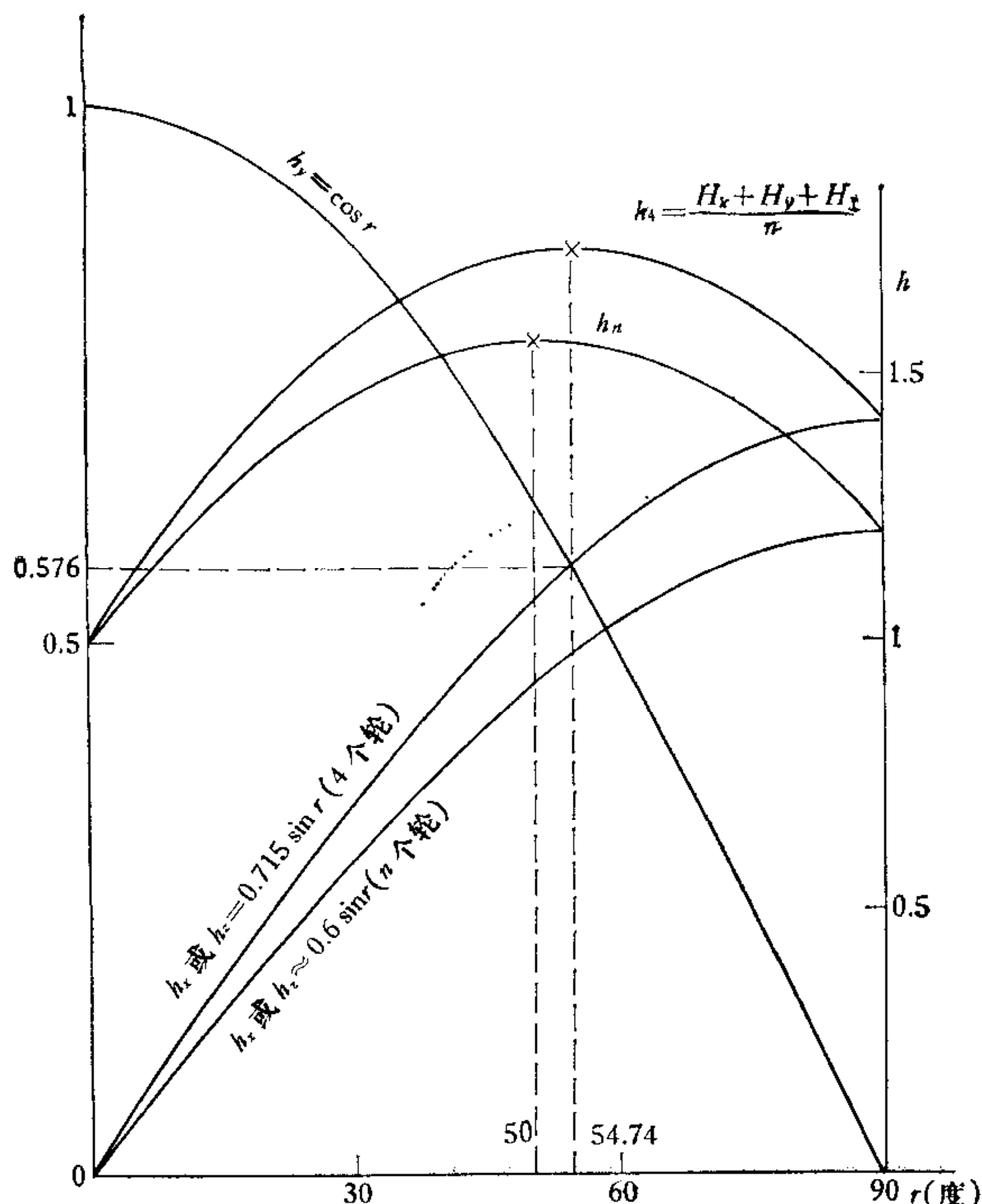


图 2 动量指标与安装角的关系

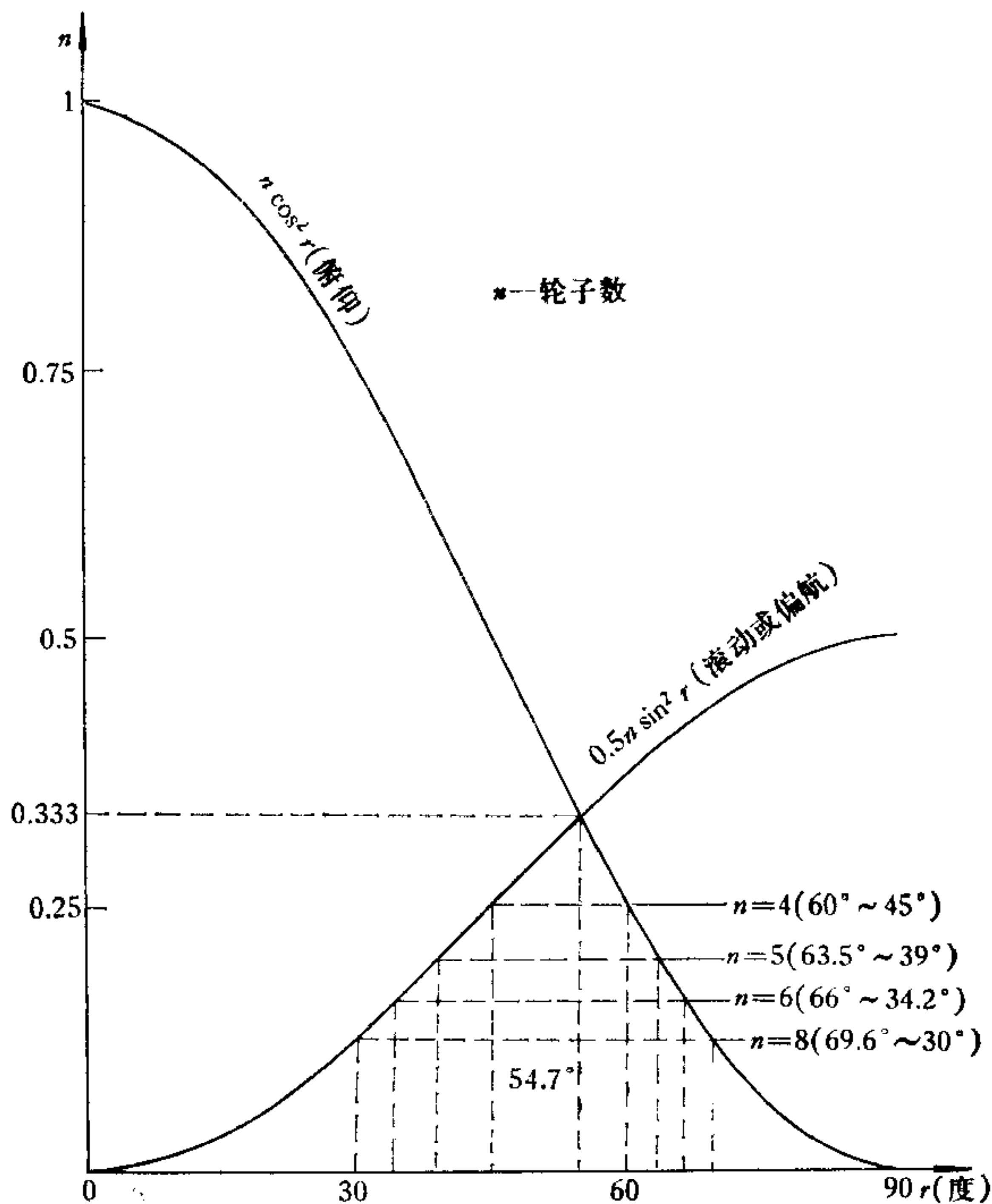


图 3 功耗指标与安装角的关系

若要使各种安装结构的反作用轮在控制轴产生力矩 $T_s(t)$, 只须使反作用轮所产生的力矩 $T_n(t)$ 满足方程

$$CT_n(t) = T_s(t). \tag{12}$$

方程有解的充分必要条件为 $CDT_n(t) = T_s(t)$. 众所周知, 特解为

$$T_n(t) = DT_s(t). \tag{13}$$

式中 D 是矩阵 C 的伪逆, 由式(3)确定它. 它有极小欧氏范数, 表示反作用轮消耗的控制能量最小.

当采用式(13)的分配规律时, 斜装反作用轮和正交反作用轮消耗控制能量之比^[2] 为

$$\bar{\mu}_{ns} = \int_{t_0}^{t_f} \|T_n(t)\|^2 dt / \int_{t_0}^{t_f} \|T_s(t)\|^2 dt. \tag{14}$$

它满足不等式

$$\lambda_{\min}(G) \leq \bar{\mu}_{ns} \leq \lambda_{\max}(G). \tag{15}$$

其中

$$G = (CC^T)^{-1}. \tag{16}$$

因为 G 是对称的, (16)式又可写成

$$\{\lambda_{\max}(G^{-1})\}^{-1} \leq \bar{\mu}_{ns} \leq \{\lambda_{\min}(G^{-1})\}^{-1}. \tag{17}$$

表 1 列出了表示各种安装结构功耗指标矩阵 G 的逆.

图 3 表示功耗指标与安装角的关系. 同时图中还表示在一定安装角范围内, 斜装轮的功耗比正交轮少. n 个斜装轮的功耗指标仅为正交轮的 $3/n$.

3. 可靠度

根据卫星三轴都应具有姿态控制能力的要求, 控制系统至少应该有三个不在一个平

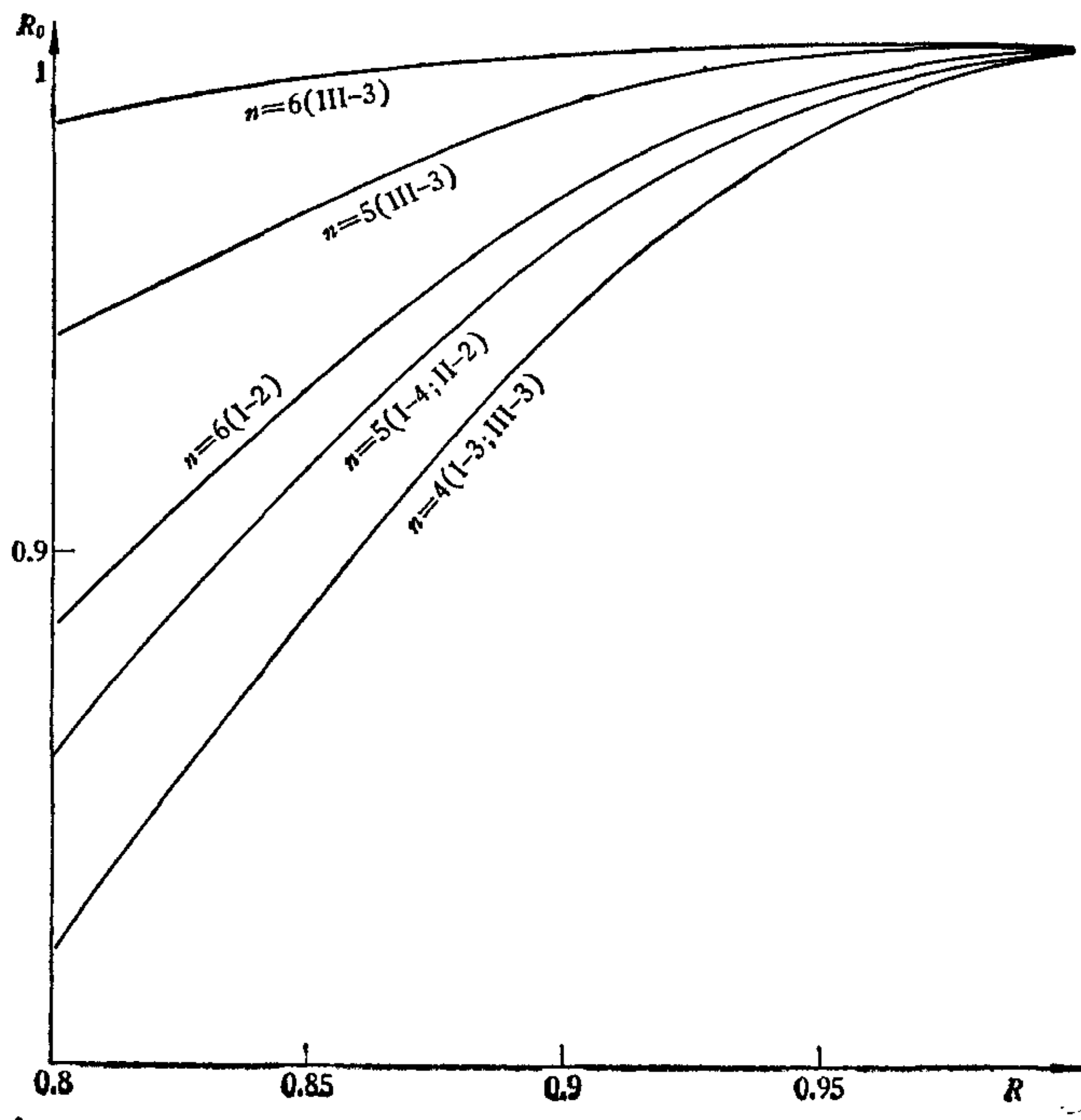


图 4 系统可靠度与安装型式的关系

面上的轮子工作。上述所有安装结构型式的系统可靠度 (R_0) 分下列三种情况进行计算:

1) 要求 n 个轮子中任意三个工作。属于这种安装结构的有 I—3, II—1, II—3, III—1, III—3 型, 系统可靠度为

$$R_0 = \sum_{i=m}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} R^i (1-R)^{n-i}. \quad (18)$$

其中 R 为单个轮子的可靠度; $m = 3$ (三轴同时具有控制能力)。

2) I—2 型安装结构的系统可靠度为

$$R_0 = [1 - (1-R)^2]^3. \quad (19)$$

3) I—4 和 II—2 型安装结构的系统可靠度为

$$R_0 = [R^2 + 2R(1-R)][R^3 + 3R^2(1-R)]. \quad (20)$$

图 4 表示系统可靠度 R_0 与安装型式、轮子可靠度 R 的关系。由图可见, 不同安装型式, 即使轮子可靠度相同, 但系统可靠度相差很大; III—3 型系统的可靠度最高。

III—3 型系统的可靠度随着轮子个数的增加而提高。当 $n = 6$ 时, 系统可靠度已经足够高。这时即使轮子本身可靠度比较低, 例如 $R = 0.85$, 当采用六个斜装轮时, 系统可靠度可达到 $R_0 = 0.994$ 。

三、结 束 语

(1) 通过对不同安装结构的动量、功耗和系统可靠度三个指标的比较, III—3 型是比较好的安装结构。而 $n = 4$, $\alpha = 45^\circ$ 这种对称均匀斜装轮又是 III—3 型中最好的结构。

(2) 动量指标 h 代表轮子斜装程度。 h 越大斜装程度越高, 产生角动量越大, 飞轮卸载次数越少。

(3) 根据卫星三轴转动惯量和扰动力矩, 可以从图 2 和图 3 选择最佳安装角 r 。III—3 型这种最佳安装结构的可靠度可通过增加轮子个数来提高, 一般 $n = 4-6$ 已足以满足实际要求。

(4) 斜装轮安装型式的姿态控制系统一般需要采用星上计算机。因为当轮子发生故障时要自动检测故障, 并通过切换控制模式自动排除故障。轮子越多, 切换控制模式个数也越多。当轮子个数为 4, 5, 6, 7, 8 时, 控制模式个数分别为 5, 16, 42, 99, 219; 当轮子个数不多时, 可以用数字逻辑电路现实控制。

参 考 文 献

- [1] 林来兴, 空间飞行器控制技术的现在和将来, 空间飞行器控制设计准则(上册), 科学出版社, 1981 年。
- [2] 白拜尔、林来兴, 姿态控制系统的相对能控度和执行机构安装参数的选择, 1982 年 6 月在东京举行第 32 届国际宇航学会论文。
- [3] Havas M., Study of Attitude control and Stabilisation System employing Multiple Fixed Wheels, N79-11019 [ESRO—CR(P)—529].

OPTIMAL MOUNTING CONFIGURATION OF REACTION WHEELS FOR SATELLITE ATTITUDE CONTROL

LIN LAIXING BAI BAIER

(Beijing Institute of Control Engineering)

ABSTRACT

In this paper, optimal mounting configuration of reaction wheels for satellite attitude control is discussed. Ten mounting configurations of reaction wheels are presented. Control performances of these configurations are analyzed with unified criteria (momentum, power consumption and reliability). The results show that a skewed reaction wheel configuration is optimal in the sense of maximizing the performance criteria.