

电渣重熔计算机控制的数学模型

阮荣耀 汤羨祥 夏天池 肖祯祥¹⁾
(华东师范大学) (上钢五厂)

摘 要

本文介绍现代控制理论在电渣重熔计算机控制中的应用。根据电渣冶炼过程中各因素的主次和依赖关系,适当地选择系统的输入输出变量,并进行建模试验和系统辨识,建立了实现最优反馈控制的数学模型。使用效果表明,控制精度较高。

一、控制要求和系统输入输出变量的选定

电渣重熔是生产高质量合金钢的一种冶炼方法,其生产过程是把即将被熔化的自耗电极埋在液体渣中,用交流电加热并在水冷结晶器中重熔、再结晶的过程。示意图见图1。

电渣重熔的目的是改善金属结构,提高钢锭质量。影响电渣钢性能的主要因素是重熔过程中金属熔池的深度、形状和钢锭表面等方面。这些因素在冶炼过程中都不能直接被量测。熔化率与熔池深度之间有近似线性关系,而渣池电阻(以下简称渣阻)在一定程度上反映熔池的形状。只要熔化率和渣阻恒定,熔池的深度和形状就基本上不变。在这种情况下,钢锭结晶均匀,质量较高。因此,把熔化率和渣阻基本上恒定作为控制的目标。

渣阻 R_s 是不能直接量测的,但可以由冶炼电流 I 和冶炼电压 V (忽略电极和钢锭上的压降,冶炼电压就等于渣阻上的压降)近似地求得,即

$$R_s = P/I^2 = VI \cos \phi / I^2 \approx V/I.$$

其中 P 为熔化用的功率(以下简称功率)。只要冶炼电压和冶炼电流之比不变,渣阻就恒定。

熔化率可通过测量电极重量得到,通常是采用调节冶炼电流(冶炼电压成正比地跟着

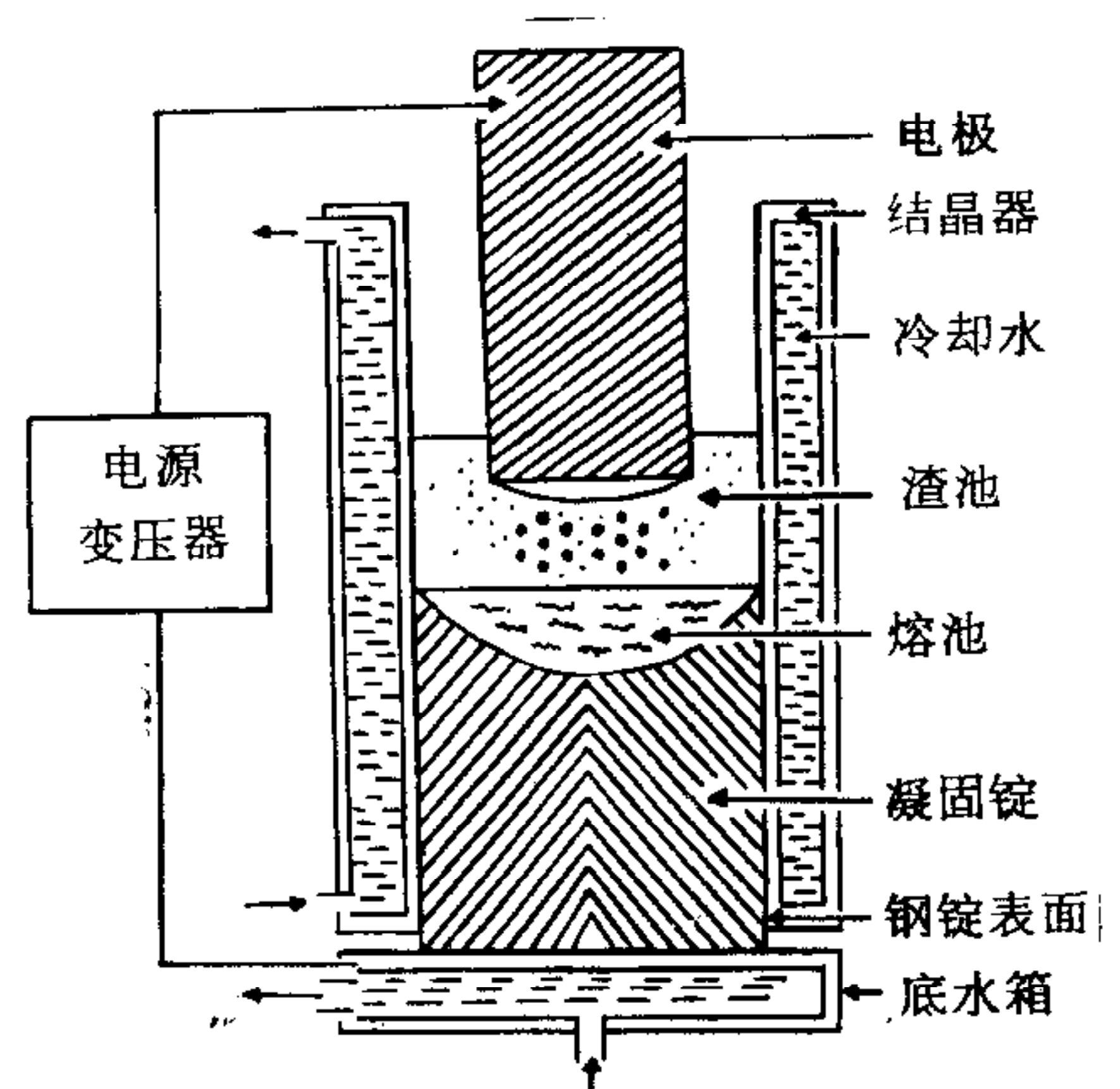


图1 电渣重熔示意图

本文曾于1982年5月在全国控制理论及其应用学术会议上宣读,修改稿于1982年7月12日收到。
1) 还有胡启迪、马国选、张慧芬、高永琪和唐俊和等同志也参加过部分工作。

被调节,以保持渣阻恒定)^[4-3],使溶化率稳定在设定值附近.以冶炼电流和溶化率作为系统的输入和输出,系统的输入输出模型是非线性的(溶化率的变化随 I^2 变化),因此采用 PID 控制模型时控制精度不高^[3].以功率作为系统的输入,溶化率为系统输出,则系统被简化为一个线性的单输入(功率)单输出(溶化率)系统.

功率的调节是通过同时调节冶炼电流和冶炼电压来实现的,以便保持渣阻恒定.若需要改变功率 ΔP ,则应分别改变冶炼电流

$$\Delta I = \text{sign}(\Delta P) \sqrt{|\Delta P|/R_s}$$

和冶炼电压

$$\Delta V = R_s \Delta I,$$

冶炼电流的变化是通过调节饱和电抗器的控制电流来实现的.冶炼电压的变化是通过调节电极下降速度(改变电极埋入渣池的深度)来实现的.

影响电渣钢质量的因素,除电流和电压外,还有熔渣成份、冷却水温度、渣量、渣温和填充系数等.这些工艺参数大多数也需要在冶炼过程中进行适当调节.本文暂不考虑对这种参数实现最优控制.

二、建模试验和系统辨识

经测定,这个系统的纯滞后时间不长,响应速度较快.采样时间间隔稍大于纯滞后时间.初步试验表明,这个系统的输入输出关系可近似地用带随机干扰的二阶差分方程来描述:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2} + \xi_k. \quad (1)$$

其中 y_k 是 t_k 时刻的溶化率 M_k 与溶化率设定值 M_0 的差; u_k 是 t_k 时刻的输入功率 P_k 与设定值 P_0 的差;而 ξ_k 是动态噪声 W 与量测噪声 V 的线性组合,即

$$\xi_k = V_k - a_1 V_{k-1} - a_2 V_{k-2} + b_1 W_{k-1} + b_2 W_{k-2}. \quad (2)$$

通过阶跃试验可获得系统辨识所需要的数据.在化渣结束后,电渣重熔就由手动控制转入计算机自动控制.先使冶炼电流和冶炼电压分别稳定在 I 和 V (I 和 V 与原冶炼工艺中所要固定的冶炼电流 I_0 和冶炼电压 V_0 有关),溶化率基本上稳定在某一数值,后加阶跃信号 ΔI 和 ΔV (ΔI 允许取不同的值,但 ΔV 必须满足关系式 $\frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{V_0}{I_0}$).根据这个电渣炉的特点,阶跃信号只要保持20分钟就完成了了一次试验,且试验结果有较好的再现性,因而可以选用其中任何一次的试验结果用于系统辨识.采样数据要进行适当的滤波,以便排除量测噪声的野值.

进行系统辨识时,把阶跃响应数据转化为脉冲响应数据.设阶跃响应的 22 个溶化率采样值为 $M_{-1}, M_0, M_1, \dots, M_n$, 则

$$y_k = M_k - M_{k-1}, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

就是脉冲响应的采样数据.

设

$$\theta = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} y_0 & y_{-1} & 1 & 0 \\ y_1 & y_0 & 0 & 1 \\ y_2 & y_1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n-1} & y_{n-2} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix},$$

则参数 θ 的最小二乘法估计为

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y^{(1)}.$$

用辅助变量法^[4]对 θ 进行估计的结果与此差不多。

系统的动态噪声方差 $EW_k^2 \equiv Q$ 和量测噪声方差 $EV_k^2 \equiv R$ 用文献[5] II 中的公式进行估计。由于数据个数较少，估计的精度可能不高。但实际上只要确定 Q 和 R 的比值就行了^[6]，估计精度差点影响不大。

这个系统的输入输出关系也可以近似地用三阶随机差分方程来描述，即

$$\begin{aligned} y_k &= a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + a_3 y_{k-3} + b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2} + b_3 u_{k-3} + \xi_k, \\ \xi_k &= V_k - a_1 V_{k-1} - a_2 V_{k-2} - a_3 V_{k-3} + b_1 W_{k-1} + b_2 W_{k-2} + b_3 W_{k-3}. \end{aligned}$$

用同样方法可求得估计值 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, Q$ 和 R 。

作者曾采用赤池信息准则（简称 AIC）^[7] 来比较二阶模型和三阶模型的优劣。计算结果表明，在 AIC 意义下三阶模型优于二阶模型（ P 阶模型的 AIC _{P} 值是使用建模软件^[8] 进行计算的），但两者差异不大。作者分别建立了两个不同阶数的最优反馈控制模型，从使用效果看，都达到了预定的控制要求。实际上常用的是二阶模型。下面只介绍按二阶模型设计的控制律。

三、熔化率的最优反馈控制

取状态变量

$$x_k = (y_k - V_k, a_2 y_{k-1} - a_2 V_{k-1} + b_2 u_{k-1} + b_2 W_{k-1})^T,$$

则随机差分方程(1)和(2)与如下的状态方程和量测方程

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + BW_k, \quad (3)$$

$$y_k = Hx_k + V_k \quad (4)$$

等价²⁾。其中

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad H = (1, 0).$$

用二次型性能指标作为选择最优控制策略的准则，即寻找允许控制 $\{u_0, u_1, u_2, \dots, u_{n-1}\}$ ，使性能指标

$$J(u) = E \sum_{k=1}^n (u_{k-1}^2 + x_k^T Q_0 x_k) \quad (5)$$

达到最小。这里 $Q_0 = \begin{pmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，其实际意义是使加热功率波动和熔化率偏差的方差之

1) 记号 T 表示矩阵或向量的转置，下同。

2) 两个数学模型等价，是指它们具有相同的噪声统计特性和相同的传递函数（连续情况）或 Z 传递函数（离散情况）。

和最小。权 q 的选取与 u 和 x 的比例因子的大小有关,也与具体工艺要求有关。如果对尽快缩小熔化率偏差的要求比尽可能缩小加热功率波动的要求高,那么 q 取得大些,反之, q 取得小些。

如果允许控制 u_k 限制为 $\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 的线性函数,根据分离定理^[9],使 $J(u)$ 达到最小的控制策略为

$$u_k = -L_k \hat{x}_{k|k}. \quad (6)$$

其中 $\hat{x}_{k|k}$ 为状态 x_k 的 Kalman 滤波,是量测 $\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 的线性函数,而

$$L_k = (1 + B^T Q(k) B)^{-1} B^T Q(k) A, \quad (7)$$

$$Q(k) = Q_0 + A^T R(k+1), \quad (8)$$

$$R(k) = Q(k)(A - B L_k). \quad (9)$$

其中 $k = n, n-1, \dots, 1$, 初始值 $Q(n) = Q_0$ (这意味着 $R(n+1)$ 是一个零矩阵)。

当 n 充分大时, $L_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} L$. 它可以通过式(7)–(9)递推计算而求得,也可以令(5)式中的 $n = \infty$, 通过解 Riccati 方程求得。这样求得的 L 是稳态时的最优反馈系数(行向量)。这时反馈控制的在线计算公式(6)–(9)可以简化为

$$u_k = -L \hat{x}_{k|k}. \quad (10)$$

其中 L 不依赖于 k , 但依赖于 q (应取适当值)。在现场试用前,曾对所求的 L 离线进行最优随机控制模拟,计算结果表明,所建立的反馈控制模型具有较好的性质。当状态滤波的初始状态 \hat{x}_0 不为零时,经过十几次递推滤波(按随机模拟数值进行滤波)和反馈控制计算, \hat{x}_k 和 u_k 就都接近于零了。

离线模拟或在线控制的递推滤波按如下公式进行:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K \Delta y_k, \quad (11)$$

$$\Delta y_k = y_k - H \hat{x}_{k|k-1}, \quad (12)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = A \hat{x}_{k|k} + B u_k. \quad (13)$$

对于离线模拟的情况,(12)式中的 y_k 是用随机模拟的办法由式(1)和(2)算出。对于在线控制的情况, y_k 是由量测获得(它是 t_k 时刻熔化率 M_k 与熔化率设定值 M_0 的差)。在上述两种情况下,(13)式中的 u_k 都是由(10)式求得。 Δy_k 是从 y_k 得到的新息,而 $\hat{x}_{k+1|k}$ 表示最优一步预报,即根据量测量 $\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 对状态 x_{k+1} 作出的最优线性估计。滤波初始值 \hat{x}_0 可取状态 x_0 的任意可能值。式(11)中的 K 是稳态滤波增益(向量)。它可以由下列公式^[10]递推求出:

$$J_{k|k-1} = A J_{k-1} A^T + B Q B^T, \quad (14)$$

$$K_k = J_{k|k-1} H^T (H J_{k|k-1} H^T + R)^{-1}, \quad (15)$$

$$J_k = J_{k|k-1} - K_k H J_{k|k-1}. \quad (16)$$

其中 $J_{k|k-1} = E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})^T]$, $J_k = E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T]$ 分别表示预报误差协方差阵和滤波误差协方差阵, K_k 是 t_k 时刻的滤波增益(向量)。叠代的初始值 J_0 可以取任意正定矩阵。通常式(14)–(16)的循环递推叠代只要进行二、三十次,向量 K_k 与 K_{k-1} 对应分量的头五位有效数字就相同了。这意味着向量序列 $\{K_k\}$ 是收敛的,其极限 $\lim_{k \rightarrow \infty} K_k$ 就等于式(11)中的 K 。

由于熔化率的反馈控制是定值控制, 因此只需考虑稳态时的最优滤波和最优反馈就行了. 在这种情况下, Kalman 滤波和最优反馈控制信号的在线计算公式都很简单, 即按式(11)~(13)和(10)进行计算.

四、功率设定值的自适应校正

由(10)式计算出的最优反馈控制信号 u_k 是叠加在功率设定值 P_0 上的, 即系统在 t_k 的输入功率应该是

$$P_k^* = P_0 + u_k. \quad (17)$$

手工控制时, 采用固定冶炼电流 I_0 及电压 V_0 的工艺 (因而 $P_0 \approx I_0 V_0$ 也固定), 结果导致熔化率逐渐上升, 见图 3 (不包括化渣的情况). 现要求熔化率恒定, 就必须根据熔化率的波动趋势, 适时地校正功率设定值.

设 t_k 时刻的功率设定值为 P_k , 用动态参数自适应跟踪的方法在线求得其估计值 $\hat{P}_k^{[5]}$. 近似的计算公式如下:

$$\begin{aligned} \hat{m}_k &= \alpha \hat{m}_{k-1} + (1 - \alpha) \Delta y_k, \\ \Delta \hat{P}_k &= c_1 \hat{m}_k - c_2 \Delta \hat{P}_{k-1}, \\ \hat{P}_k &= \hat{P}_{k-1} - \Delta \hat{P}_k. \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $0 < \alpha < 1$, $c_1 = \beta / (b_1 + b_2)$, $0 < \beta < 1$, $c_2 = c_1 b_2$, Δy_k 由(12)式求出. 这样求得的 \hat{m}_k 是慢时变参数 $m = E \Delta y_k$ 的指数权递推最小二乘法估计值. α 和 β 值根据实时控制情况选定.

以 \hat{P}_k 代替(17)式中的 P_0 , 得到系统在时间区间 $[t_k, t_{k+1})$ 的实际输入功率 P_k^* . 实时控制时, u_k , \hat{P}_k 和 P_k^* 取值范围要加以限制. 例如 $a \leq \hat{P}_k \leq b$, 若由(18)式计算出的 $\hat{P}_k < a$ (或 $\hat{P}_k > b$), 则改为 $\hat{P}_k = a$ (或 $\hat{P}_k = b$). a 和 b 的大小要根据 P_k 的可能与允许波动的范围来决定.

五、实时控制的计算框图和控制效果

上面所介绍的建模与数字模拟计算都是离线进行的. 用这个数学模型进行实时控制的控制信号, 可根据熔化率的设定值和采样值, 按框图 2 计算出来. 图 2 中的 M_k 表示 t_k 时的熔化率设定值 (一般说来, M_k 是不随 t_k 变化的常数), 而 \hat{M}_k 表示 t_k 时熔化率的采样值 (已经过数据滤波处理).

按照图 2 用小型计算机实现闭环自动控制后, 完全能达到熔化率恒定 (见图 4) 和渣阻基本上恒定的要求, 结晶状态和表面质量都比以前好. 不仅每根钢锭性能均匀, 而且同一种钢种不同炉次的熔化率、冶炼时间、耗电量等都是是一致的, 提高了电渣冶炼的稳定性、再现性和产品质量. 而原来由手工控制进行冶炼时, 往往因人而异, 很难做到一致, 因而不能都达到最佳工艺状态.

在用这个数学模型进行电渣重熔试控时, 对不同钢种、不同钢锭、不同熔化率设定值和不同工艺参数分别进行了试验. 由于功率设定值采用自适应校正措施, 使闭环控制模型具有很强的自适应能力, 模型参数不作任何修改, 熔化率和电极埋入深度都控制得较好. 熔化率偏差绝大多数在 $\pm 0.2 \text{kg/分}$ (不包括电子称的测量误差, 下同) 以内.

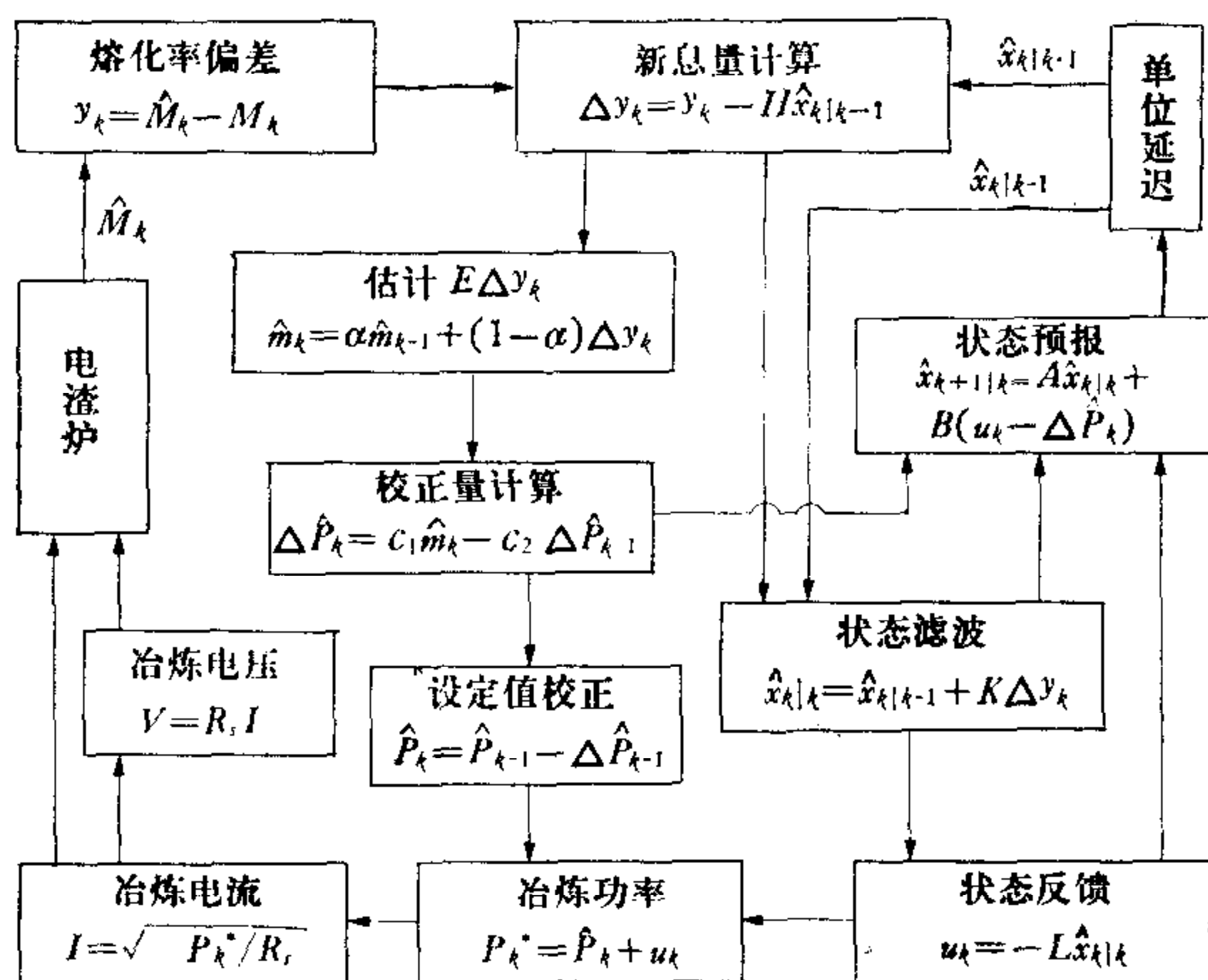


图 2 实时控制的计算机框图

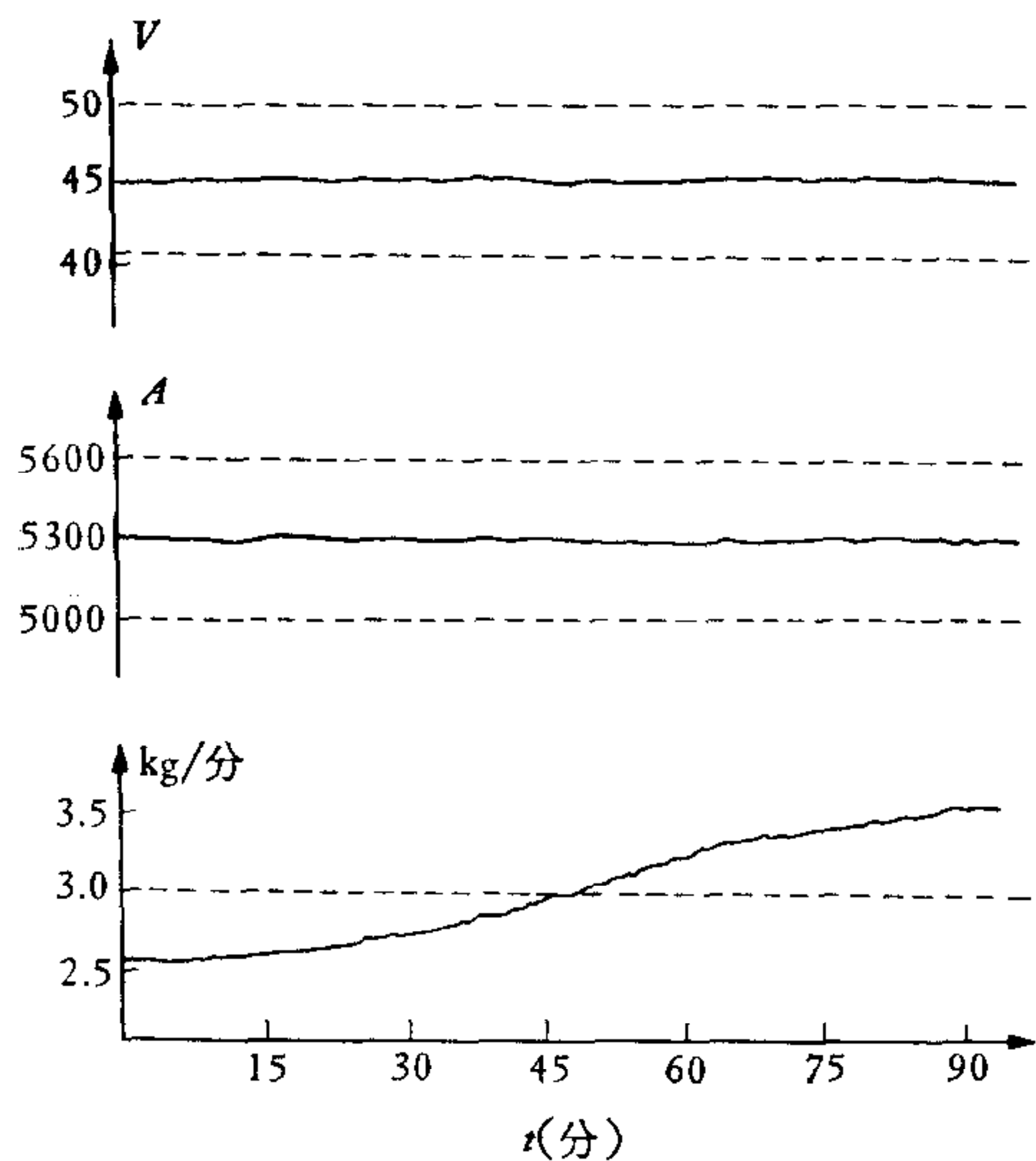


图 3 原工艺(不包括化渣)

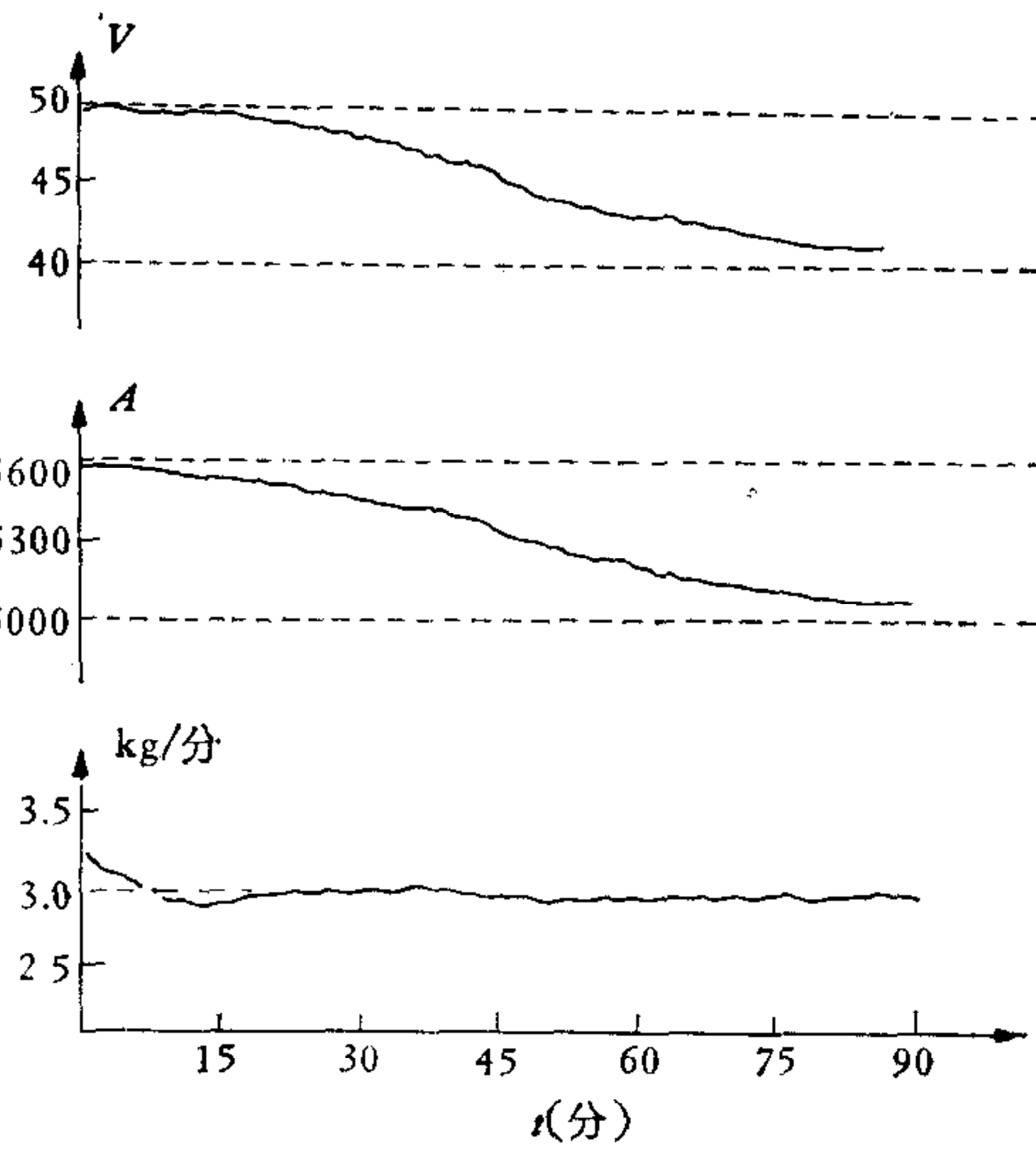


图 4 计算机控制(不包括化渣)

统计了五种钢种、四种锭型、24 个炉次，共 1537 个熔化率数据，偏差绝对值的平均值为 0.08kg/分。偏差在 $\pm 0.2\text{kg/分}$ 以内的数据有 1498 个，占 97.46%，其中有 1329 个数据偏差不超出 $\pm 0.1\text{kg/分}$ ，占 86.47%。偏差绝对值大于 0.2kg/分的数据个数只占 2.54%。81 年底通过鉴定正式投产后，控制效果比试生产的情况更好。偏差绝对值大于 0.2kg/分的熔化率几乎不出现了。

参 考 文 献

[1] Chen, J. H., Myers, R. C. and Ergel, D. R., Computer Control of the ESR Process, Proceedings of the 6th International Vacuum Metallurgy Conference, 1979, p. 831—847.
 [2] Klein H. J., Rosof, B. H., Jeanfils, C. L., and Chen, J. H., The Argon Oxygen Decarburization and ESR Process, Technical File, 1981.

- [3] 李雨膏、胡友生、肖斌魁, 微型计算机在电渣重熔过程中的应用, 冶金自动化, 6, (1982), 6, 9—13.
- [4] Goodwin G. C. and Payne R. L., Dynamic System Identification-Experiment Design and Data Analysis, Academic Press, New York, 1977.
- [5] Ruan Rongyao, Xia Tian chi and Wang Xinwei, The Mathematical Model of Temperature Control for Creep-Testing Furnaces, The Symposium Proceedings of the Sino-US Bilateral Meeting on Control Systems, Science Press of China, 1981.
- [6] Mehra R. K., On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering, *IEEE Trans. AC-15*, (1970), 2.
- [7] Akaike H., A New Look at Stochastic Model Identification, *IEEE Trans.*, AC-19, 1974.
- [8] Ruan Rongyao, Software of Identification. and Modeling for Linear Multivariable Stochastic Systems, 6th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Pergamon Press, 1982.
- [9] Åström K. J., Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, 1970.
- [10] 中国科学院概率组, 离散时间系统滤波的数学方法, 国防工业出版社, 1975.

A MATHEMATICAL MODEL FOR COMPUTER CONTROL OF THE ELECTROSLAG REMELTING PROCESS

RUAN RONGYAO TANG XIANXIANG
(East China Normal University)

XIA TIANCHI XIAO ZHENXIANG
(Shanghai No. 5 Iron and Steel Works)

ABSTRACT

In this paper, the application of modern control theory to electroslag remelting process controlled by a minicomputer is recommended. We have suitably chosen input and output variants, made modelling experiments and system identification, established the mathematical model for optimal feedback control, according to what roles the factors play in the electroslag remelting process, and relationships between factors. The effectiveness demonstrates the high control accuracy is obtained.