第10卷 第4期
1984年10月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 10, No. 4
Oct., 1984

一种随机自适应控制算法

张有纮
(上海第一医学院)

摘　　要

作者对线性时不变 CARMA 系统提出了一种随机自适应控制算法. 该算法具有良好的总体收敛性和稳定性(能用鞅理论严格予以证明). 计算机模拟亦表明,该算法比 G. C. Goodwin 等人提出的算法省时、有效.

一、引　言

随机自适应控制中的关键问题是自适应控制算法的稳定性和收敛性. K. J. Åström 在文献[1]中证明了自校正调节器的收敛性,即在系统参数、系统精确结构未知的情况下,一边辨识,一边控制,使系统输出误差最终趋于零. K. J. Åström 的自校正调节器受到了广泛重视,并在造纸、船舶自动驾驶仪等实际问题中得到应用. 文献[1]中适应机构的估计算法采用最小二乘,控制策略采用最小方差控制,若估计参数 $\hat{\theta}_n$ 收敛的话,控制器的输出 $u(t)$ 必渐近地趋于按真参数真系统设计求出的最小方差控制,且输出 $y(t)$ 必渐近趋于零. 这里有几个理论上和应用上重要的问题没解决. 1) 没有稳定性结果,用这样的方法辨识和控制是否一定稳定,理论上没有保证. 在实际应用中,也确实存在不稳定的情况. 2) 事先假定了无法验证的估计参数收敛的条件. 另外实际问题中,还常要求在系统参数和系统精确结构未知的情况下,使系统的输出"尽量接近"一个预先规定的输出. 这时反馈控制器应如何设计,适应机构的估计算法应如何选取,能否保证具有收敛性和稳定性. 最近不少学者讨论了这个问题. 文献[2, 3]中分别采用修改(标准)最小二乘的估计算法,优点是收敛速度快(其中[3]讨论的是预测问题). 但理论证明有问题, 两文均引用了文献[4]的 $A6$ 推导出 $\sigma(t)=\Phi^T(t)P(t)\Phi(t)\to 0$, 而文献[4]的 $A6$ 是错误的. 不难举出反例. $\sigma(t)\to 0$ 在各种自适应控制算法的收敛性研究中是重要的条件[5]. 但此条件事先无法验证. 正如文献[5]中指出,进一步的研究是如何找一个加于系统本身的条件来替代条件 $\sigma(t)\to 0$. 另外,文献[2]的估计算法中,每一步均包含了矩阵求逆运算和矩阵条件数的计算. 众所周知,当矩阵维数增高时,会产生计算上的困难,文献[2]仅就单位延迟系统做了证明. 本文提出的自适应控制算法其计算量较文献[2]大大减少,适用于一般延迟系统,用鞅理论严格证明了算法的稳定性和收敛性. 经计算机模拟亦证明了这一结果的正确性.

本文于1981年9月14日收到.

二、问题与算法

本文讨论一般延迟,单输入,单输出系统. 至于多输入多输出情况, 可参照文献[6],的方法推广,设 SISO 系统

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})w(t), \tag{1}$$

此处

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \cdots + a_nq^{-n},$$
$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \cdots + b_mq^{-m}, \quad (b_0 \neq 0)$$
$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \cdots + c_lq^{-l},$$

其中 q^{-1} 表示单位延迟算子.

实随机序列$\{w(t)\}$是鞅差分序列,定义在概率空间$(\Omega, \mathscr{A}, \mathscr{P})$上,且适应于增子 σ-代数 $\mathscr{F}_t$, $\mathscr{F}_t$ 为由 $\{y(t), y(t-1), \cdots, u(t), u(t-1), \cdots\}$ 所产生的最小 σ-代数. 且设

$$E\{w(t)/\mathscr{F}_{t-1}\} = 0, \quad E\{w(t)^2/\mathscr{F}_{t-1}\} = \sigma^2. \tag{2}$$

设噪声序列$\{w(t)\}$具遍历性,则

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} w(t)^2 < \infty, \quad a.\ s. \tag{3}$$

假设 (A) n, m, l 的上界已知, d 已知;

(B) $B(z)$, $C(z)$ 多项式的所有零点均在单位圆外;

(C) $1/\bar{C}(z) - \frac{1}{2}$ 严格正实.

确定一种辨识方法和反馈,使 $y(t)$ 能渐近地最优跟踪已知有界参考输出 $y^*(t)$, 即

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} E[(y(t) - y^*(t))^2/\mathscr{F}_{t-1}] = \gamma^2.$$

此处 γ^2 是真参数已知时, $y(t)$ 的最优 d-步线性预测误差的方差.

算法:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-d) + a(t-d)P(t-d)\phi(t-d)e(t), \quad t \geqslant d, \tag{4}$$

$$e(t) = y(t) - y^*(t), \quad y^*(t) \text{ 已知且有界}, \tag{5}$$

$$y^*(t) = \phi(t-d)^T\hat{\theta}(t-d), \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\phi(t)^T = (&y(t), \cdots, y(t-n'+1), u(t), \cdots, u(t-m),\\ &-\bar{y}(t), \cdots, \bar{y}(t-l+1)),\end{aligned} \tag{7}$$

$$\bar{y}(t) = \phi(t-d)^T\hat{\theta}(t), \tag{8}$$

$$\eta(t) = y(t) - \bar{y}(t), \tag{9}$$

$$r(t) = r(t-1) + \phi(t)^T\phi(t), \tag{10}$$

$$P(t) = P(t-d) - \frac{P(t-d)\phi(t)\phi(t)^TP(t-d)}{1 + \phi(t)^TP(t-d)\phi(t)}, \tag{11}$$

$$a(t) = 1. \tag{12}$$

条件 A：　$trP(t)\cdot r(t)\leqslant K_1<\infty$，$K_1$ 为任一给定常数；　(13)

条件 B：　$\phi(t)^TP(t-d)\phi(t)\leqslant K_2<\infty$，$K_2$ 为任一给定常数．　(14)

若条件 A，B 中至少有一个不成立，则 $P(t)$，$a(t)$ 按下式计算：

$$P(t)=\frac{r(t-d)}{r(t)}P(t-d), \tag{15}$$

$$a(t)=\frac{1}{1+\phi(t)^TP(t)\phi(t)}. \tag{16}$$

初值 $\hat{\theta}(0),\cdots,\hat{\theta}(d-1),y(d),\cdots,y(d-n'+1),u(d-1),\cdots u(d-m)$ 为确定性量；$\bar{y}(\tau)=0$，$\tau\leqslant d-1$；$P(0)=\cdots=P(d-1)=I_p, r(0)=\cdots=r(d)=p$，

$$p=n'+m+l+1,\quad n'=\max(n,l).$$

定理．若系统 (1)，满足假设 $(A),(B),(C)$ 及 $1/\bar{C}(z)-\frac{1}{2}$ 正实，噪声满足式(2)—(3)，则算法(4)—(16)以概率 1 保证有：

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y^2(t)<\infty,\quad a.s, \tag{17}$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}u^2(t)<\infty,\quad a.s, \tag{18}$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}E\{(y(t)-y^*(t))^2/\mathscr{F}_{t-d}\}=\gamma^2,\quad a.s. \tag{19}$$

γ^2 是 $y(t)$ 的最优 d 步线性预测误差的方差．

证明参见文献[7]．

三、计算机模拟结果

在 709 机上，对上述算法进行了验证，并和文献[2]中算法进行了比较．

例． $A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}$，$B(q^{-1})=b_0$，$C(q^{-1})=1+c_1q^{-1}$，$w(t)\sim N(0,1)$，$a_1=0.5$，$b_0=6$，$c_1=0.7$，

$$y^*(t)=\begin{cases}0, & 0\leqslant t<20\\ 10, & 20\leqslant t<100\\ 0, & t\geqslant 100.\end{cases}$$

算法中取 $n'=2$，$m=0$，$l=1$，即矩阵 P 的维数等于尚不算高时，本文的算法已经比文献[2]节省约 66% 的时间，文献[2]的算法只能适用于单位延迟系统．

参　考　文　献

[1] Åström K. J. and Wittenmark, B. On Self-tuning Regulators *Automation* 9(1973), 195—199.

[2] Goodwin G. C. and Sin, K. S. Stochastic Adaptive Control Using a Modified Least Squares Algorithm, Dep. Elec. Eng. Univ. Newcastle Australia Tech. Rep. EE 7907, June 1979 Revised. 1980.

[3] Sin, K. S. Goodwin G. C. and Btmead, B. R., An Adaptive D-step Ahead Predictor Based on Least Squarces, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Dec., 1980.

[4] Solo V. The Convergence of AML, *IEEE Trans Auto-Contr.* Ac-24 (1979), 958—963.
[5] Eqardt, B., Stability of Stochastic Adaptive Control 1979, Springer-Verlag.
[6] Goodwin ,G. C., Ramadge P. J. Caines, P. E., Discrete Time Stochastic Adaptive Control, SIAM. J. Contr. Optimiz **6**(1980), 11.
[7] Zhang Youhong, Stochastic Adaptive-Control and Prediction Based on a Modified Least Squares ——The General Delay-Colored Noise Case, *IEEE. Trans.* Ac- 27(1982).

A NEW STOCHASTIC ADAPTIVE CONTROL ALGORITHM

ZHANG YOUHONG
(Shanghai First Medical College)

ABSTRACT

In this paper, a stochastic adaptive control algorithm for linear time-invariant *CARMA* system is presented. It has good global convergence and stability which can be strictly proved by martingale theory.

Simulation by computer also shows that this algorithm is much better than that offered by G. C. Goodwin in less expenditure of time and more efficiency.