第11卷 第1期 自 动 化 学 报 Vol. 11, No. 1
1985 年 1 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 1985

# 非相干故障树分析的一个注记

廖 炯 生
（北京控制工程研究所）

## 摘 要

本注记对 Locks M. O. 的"Modularizing, Minimizing, and Interpreting the K & H Fault Tree"一文进行评论，介绍了一个改进和简化了的非相干故障树分析方法．这个方法说明，在 Nelson 法的"双取补"过程中插入Quine法的 Consensus 运算是不必要的，也是不适当的．

经过二十多年的研究，相干故障树分析技术（s-coherent fault tree analysis）已趋向成熟，而非相干故障树分析技术则开始研究不久．对于带有反馈回路的生产工艺过程的可靠性和安全性分析，导致非相干故障树分析法的兴起．一般自动控制系统都有反馈，所以对此类系统有普遍意义．在理论上，相干故障树的结构函数是单调的，系统故障模式都是明显的，可用最小割集 MCS 描述．而非相干故障树的结构函数是非单调的，系统故障模式有明显的和隐含的，要用质蕴涵集 PIS 来描述．所以后者具有新的特点．

1977 年 Lapp & Powers 提出一个非相干故障树模型[1]，引起国际可靠性学术界的很大兴趣，并就此展开讨论达五年之久[2-9]．讨论的第一阶段，对于模型中引入 XOR 异或门展开争论．如后来 IEEE 可靠性汇刊主编 R. A. Evans 所概括的，这首先是一种工程性的争论，即如何抽象一种物理状态？因为引入 XOR 门违反常规．如果故障树顶事件是XOR门，那岂不是所有元件坏了，系统却成功了？这从可靠性角度难以解释．争论的另一方面，是数学性的不一致意见，即用多态性（系统成功、故障安全、故障危险三态）来描述非相干系统是否更好．通过这一阶段讨论，初步弄清了非相干故障树的三态性、故障有序性和维修有序性．后者对维修策略的设计很重要．但在相干系统中这类问题并不存在．

第二阶段的讨论是围绕 Kumamoto-Henley 提出的求非相干故障树 PIS 的算法[3]展开的． Locks 认为 K-H 算法太复杂，用求 MCS 的算法也能求得非相干故障树的 PIS[6]． Ogunbiyi, Kumamoto-Henley 反驳说，MCS 算法有时不能求得全部 PIS[6]． Worrell, Stack & Hulme 则提出一条定理："当（但非仅当）布尔函数的对偶式 $d(F)$ 不包含取零值的积时，MCS 算法可求得 PIS"． 后来 Locks 又提出了求逆变换结合 Consensus 运算的办法[9]． Ogunbiyi & Henley 还主张用 MOCUS 程序求 MCS，再作 Consensus 运算求 PIS[8]．

本注记对最后一篇讨论文章［9］作出评论． Locks 在该文中提出的逆变换结合 Consensus 运算求非相干故障树 PIS 的方法步骤如下：

1）把非相干故障树模块化．作为例子，他把 K-H 故障树模块化．这与文［10］中的

本文于 1983 年 2 月 28 日收到．

“重复模块”的概念是一致的．应当强调的是，对非相干故障树来说，模块或重复模块的条件还要加以补充成为：①对故障树的其余部份和其余模块必须没有重复事件；②不能带有其余部份和其余模块中事件的逆事件． Locks 对 K-H 故障树所作的模块分解符合这些条件，但他没有把这些条件讲出来．

2）建造逆树．即所有逻辑门换成对偶的逻辑门(如 AND，OR 门互换)，而且所有基本事件取补．

3）用 MOCUS 程序求出逆树（也是非相干的)的全部“最小割集 MCS”(K-H 故障树的逆树有 15 个 MCS)．

4）对这些 MCS 用 Quine 法[11]进行 Consensus 运算，求出最小形 PIS 十三个，非最小形 PIS 四个．但是，Consensus 运算究竟进行到哪一步求得的是最小形，很难给出一个判别标准． Locks 也没有给出这个标准．文中十三个最小形 PIS 是另请他人验证的．

5）对最小形 PIS 逻辑多项式作逆变换，得到原故障树的“最小形 PIS”． K-H 故障树的最小形 PIS 有十五个．

笔者指出： 直接由逆树的全部 MCS 构成的逻辑多项式作逆变换即可得到原故障树的全部 PIS． 因此，Locks 的方法中第 4 步是多余的． 在这里插入 Consensus 运算求逆树的 PIS 是不必要的，也是不相称的．而且，由逆树的全部 MCS、最小形 PIS 或全部 PIS 的多项式去作逆变换(包括最小化)，所得结果都一样．得到的是原故障树的全部 PIS，而不一定是最小形 PIS． 所以 Locks 方法第 5 步所说，“得到原故障树最小形 PIS”是不准确的．只不过 K-H 故障树的全部 PIS 都是最小形 PIS，正好重合而已．例证如下：

**例 1**．K-H 故障树，按文 [9] 第 3 步的结果，逆树的全部 MCS 的多项式为

$$G + J(H + EF + EK) + \bar{A}\bar{B}(\bar{E}\bar{K} + \bar{F}) + \bar{A}(\bar{C} + \bar{D}) + \bar{B}\bar{G}\bar{L}(\bar{E}\bar{K} + \bar{F}) + \bar{G}\bar{L}(\bar{C} + \bar{D}) + \bar{A}\bar{L}(\bar{J} + \bar{E}\bar{H} + \bar{F}\bar{H}\bar{K}).$$

按 DeMorgan 定理直接进行逆变换得：

$$\begin{aligned}&\bar{G}\cdot\overline{[J(H + EF + EK)]}\cdot[A + B + F(E + K)](A + CD)\\&\cdot[B + G + L + F(E + K)]\cdot(G + L + CD)\\&\cdot[A + L + J(E + H)(F + H + K)] = ABCD\bar{G}\\&\cdot(\bar{E}\bar{H} + \bar{F}\bar{H}\bar{K} + \bar{J}) + ACDF\bar{G}(E\bar{J} + \bar{E}\bar{H}K + \bar{J}K)\\&+ A\bar{G}L(\bar{E}\bar{H} + \bar{F}\bar{H}\bar{K} + \bar{J}) + BCD\bar{G}L(\bar{E}\bar{H} + \bar{F}\bar{H}\bar{K} + \bar{J})\\&+ CDF\bar{G}L(E\bar{J} + \bar{E}\bar{H}K + \bar{J}K).\end{aligned}$$

这和文[9]取逆树的最小形(包括十三个 PIS) 作逆变换的结果相同．上面等式左端最后一个方括号中第三项 $J(E+H)(F + H + K) = J(H+EF+EK)$ 与 $\overline{[J(H + EF + EK)]}$ 相乘为零，$G$ 与 $\bar{G}$ 相乘为零．

还可验证用逆树的全部十七个 PIS 作逆变换，所得结果也相同，是原树的全部 PIS(共十五个)．

**例 2**．图 1 为原树，图 2 为逆树．逆树的全部 MCS 为 $QP + QS + Q\bar{R} + \bar{Q}R\bar{S}$（最小形 PIS 同)． 其全部 PIS 为 $QP + QS + Q\bar{R} + \bar{Q}R\bar{S} + PR\bar{S}$． 由全部 MCS（最小形 PIS) 的表达式作逆变换得

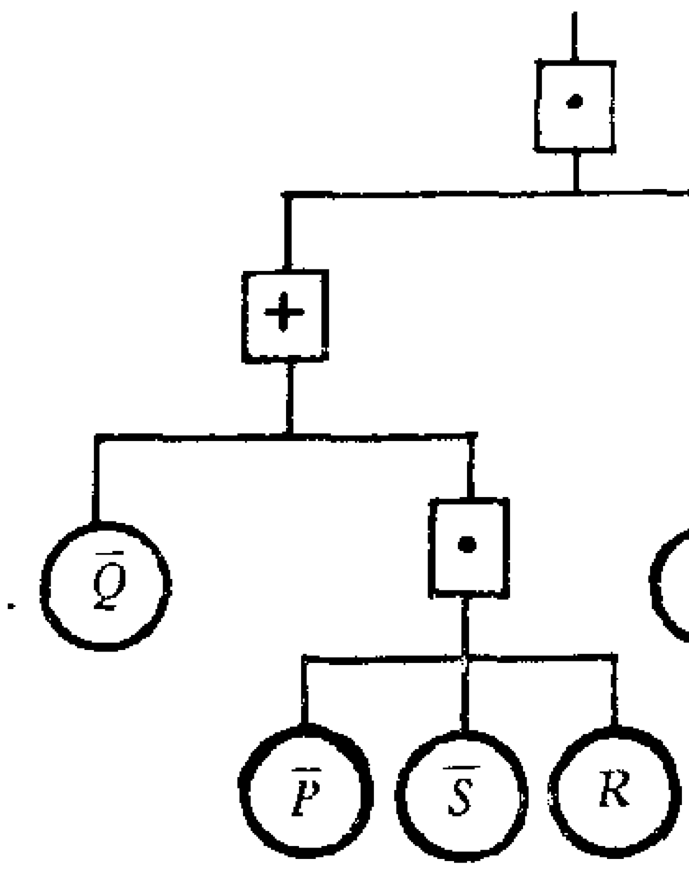

图 1

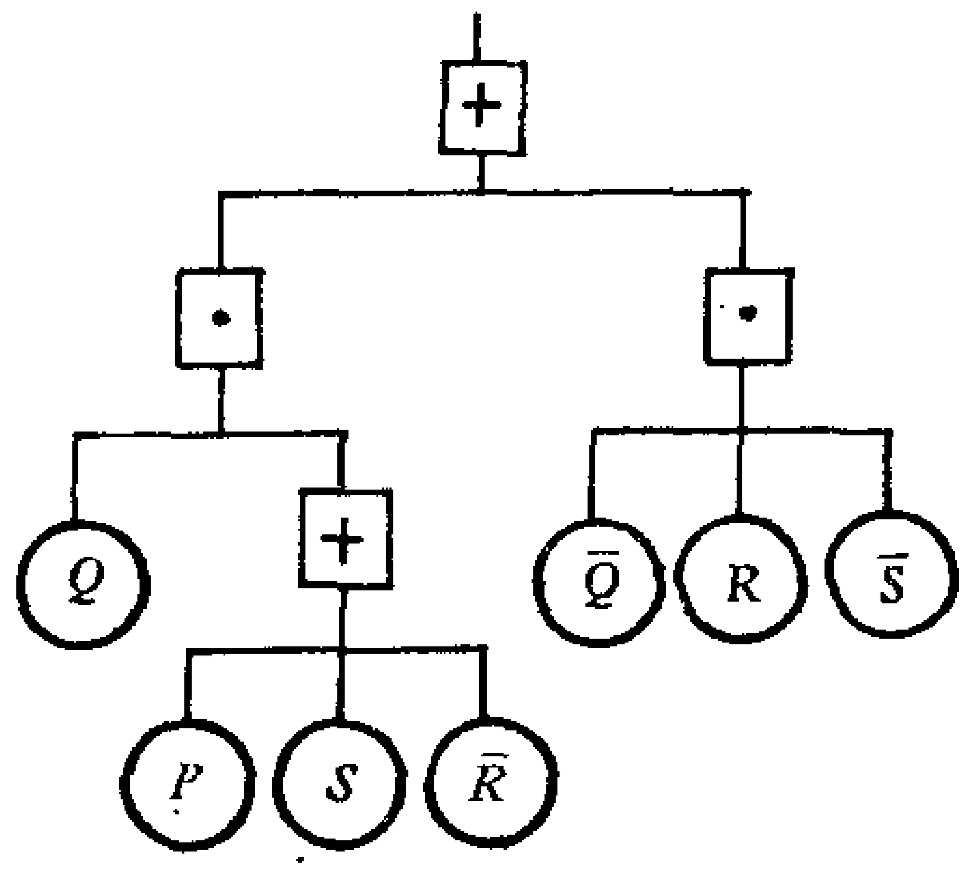

图 2

$$(\bar{Q}+\bar{P})(\bar{Q}+\bar{S})(\bar{Q}+R)(Q+\bar{R}+S)=\bar{Q}\bar{R}+\bar{Q}S+\bar{P}QR\bar{S}.$$

由全部 PIS 的表达式作逆变换得

$$(\bar{Q}+\bar{P})(\bar{Q}+\bar{S})(\bar{Q}+R)(Q+\bar{R}+S)(\bar{P}+\bar{R}+S)=\bar{Q}\bar{R}+\bar{Q}S+\bar{P}QR\bar{S}.$$

结果相同，是原树的全部 PIS（在这里也等于原树的全部 MCS 及最小形 PIS）.

综上所述，文 [9] 的方法可以改进和简化为

1）对非相干故障树分解出模块和重复模块；

2）建造逆树；

3）用 MCS 算法求出逆树的全部 MCS；

4）对逆树的全部 MCS 构成的逻辑多项式作逆变换（包括最小化），最后得到原树的全部 PIS.

以上方法的实质即是 Nelson 的“双取补”算法[12]，但其中第一次取“补”已换成逆树运算．当然，逆树的 MCS 或 PIS 必须是完备集，不能是容量限制的非完备集．

顺便说及，1982 年秋 R. E. Barlow 教授来华讲学时介绍了“目前最好的故障树分析程序之一”——R. R. Willie 提出的 FTAP 程序． 在 FTAP 中，用改进的 Nelson 法求非相干故障树全部 PIS[13]． 这种方法的实质是“双取对偶”．他并且利用

$$d[\mathfrak{M}^d]=d[d[\mathfrak{M}]]$$

的关系来节省计算量，即把第一次“取对偶”换成求对偶树的最小蕴涵集 $\mathfrak{M}^d$（和 MCS 相当），然后作第二次取对偶运算.

经对比可见，文 [9] 的方法经改造后，与 Willie 的方法在原理上是相当的．“双取补”中基本事件二次取逆，“双取对偶”中基本事件两次不取逆，其结果合理地一致．两法首先对逆树或对偶树运算是为了少处理一次和之积展开式，节省计算量.

还应指出，求非相干故障树顶事件概率，可以只用最小形 PIS 或者只用全部 MCS，而不一定需要用全部 PIS． 但作为系统故障模式识别，用 MCS 只能求得明显的故障模式，必须用 PIS 才能把明显的和隐含的故障模式全部找出来.

质蕴涵集 PIS 的概念是从开关函数最小化理论中移植到非相干故障树分析的．一般法则是，第一步求开关函数（故障函数）的全部 PIS，第二步从中选出最小覆盖集（顶事件最小表达式）．由于后者有时不唯一，所以缺乏有效算法． 不过对于非相干故障树分析来讲，故障模式的估计宁可重复也不可遗漏． 所以暂时只求到全部 PIS 为止也是可以的.

K-H 算法和 FTAP 程序中的 NELSON 法，都只考虑求出全部 PIS.

感谢史定华同志对本文初稿提出了宝贵意见，感谢梅启智、郝效敏等同志的讨论.

## 参 考 文 献

[1] Lapp S. A., Powers G. J., *IEEE Trans. on Reliability,* V. R-26(1977), 2—13.
[2] Henley E. J., Kumamoto H., *Ibid.,* V. R-**26**(1977), 316—7.
[3] Kumamoto H., Henley E. J., *Ibid,* V. R-**27** (1978), 242—9.
[4] Locks M. O. et al., *Ibid,* V. R-**28** (1979), 2—15.
[5] Locks M. O., *Ibid.,* V. R-**29** (1980), 10—11.
[6] Locks M. O., *Ibid.* V. R-**29** (1980), 130—135.
[7] Ogunbiyi E. I., Henley E. J., *Ibid,* V. R-**30**(1981), 39—42.
[8] Worrell R. B., Stack D. W., Hulme B. L., *Ibid,* V. R-30 (1981), 98—100.
[9] Locks M. O., *Ibid,* V. R-**30** (1981), 411—5.
[10] Liao Jiongsheng, Proc. 2nd ESA Product Assurance Symposium, 1981, 57—62.
廖炯生，«中国科学»A辑，5，1982，463—71.
[11] Quine W. V., *Amer. Math. Monthly,* V. **66**(1959), 755—60; V. **62**, 627—31, V. **59**, 521—31.
[12] Nelson R. J., J. Symbolic Logic, V. 20 (1954—1955), 105—7, 232—4.
[13] Willie R. R., Computer-aided fault tree analysis, ORC-78-14, Operations Research Center, University of California, 1978

# A NOTE ON NON-COHERENT FAULT TREE ANALYSIS

LIAO JIONGSHENG
*(Beijing Institute of Control Engineering, P. O. Box 2729, Beijing, China)*

ABSTRACT

In this note a comment on the paper "Modularizing, Minimizing, and Interpreting the K & H Fault Tree" by M. O. Locks is presented, and a revised and simplified analysis method for non-coherent fault trees is introduced. It is shown that all of the PIs for primary fault tree can be obtained if the logical polynomial, which consists of all MCSs for the inverse, is inverted directly. The results of inverting (and minimizing) from all MCSs, or all PIs of minimal form, or all PIs for the inverse, are the same. Of course, each set must be a complete set, and any importance or size restricted set is not adequate. It has also been pointed out that the insertion of Quine's consensus operation in the process of Nelson's "double complementing" is not neccessary, and is unsuitable.