

# 生产运行方案的优选及软件设计

樊 甫

(核工业部计算机应用研究所)

## 摘 要

本文介绍了微型计算机应用于企业生产管理的一个实例。文中叙述了问题的解法和软件。该软件应用后的经济效益正逐年扩大。

在生产管理中,如何运用电子计算机对生产流程进行优化管理,是一项重要的研究课题。本文介绍了这一应用实例。对具体的生产流程来说,问题的关键在于:不但要具备能确切反映整个生产流程规律的数学模型,更重要的是能根据此数学模型设计出性能优良的应用软件,然后用电子计算机选出单位成本最低、产量最高的优化生产方案。

## 一、生产过程及其数学模型

产品的生产过程如图1所示。此工业流程的可变因素如: 1) 加料点、取料点的位置; 2) 反应塔个数和塔内的小层“塔板”的个数; 3) 单位时间的加料量和取料量。通过对诸因素的选择,可使整个生产系统达到最佳状态。

整个生产流程按运行时间可划分为三个阶段: 1) 开车阶段。此时物料在出口处尚未达到规定浓度,光消耗动力而无产品; 2) 稳态运行阶段。消耗动力、原料,生产出产品。这个阶段持续时间最长; 3) 停车阶段。仅消耗动力,不再加原料,但能取出产品。这三个阶段的数学模型如下:

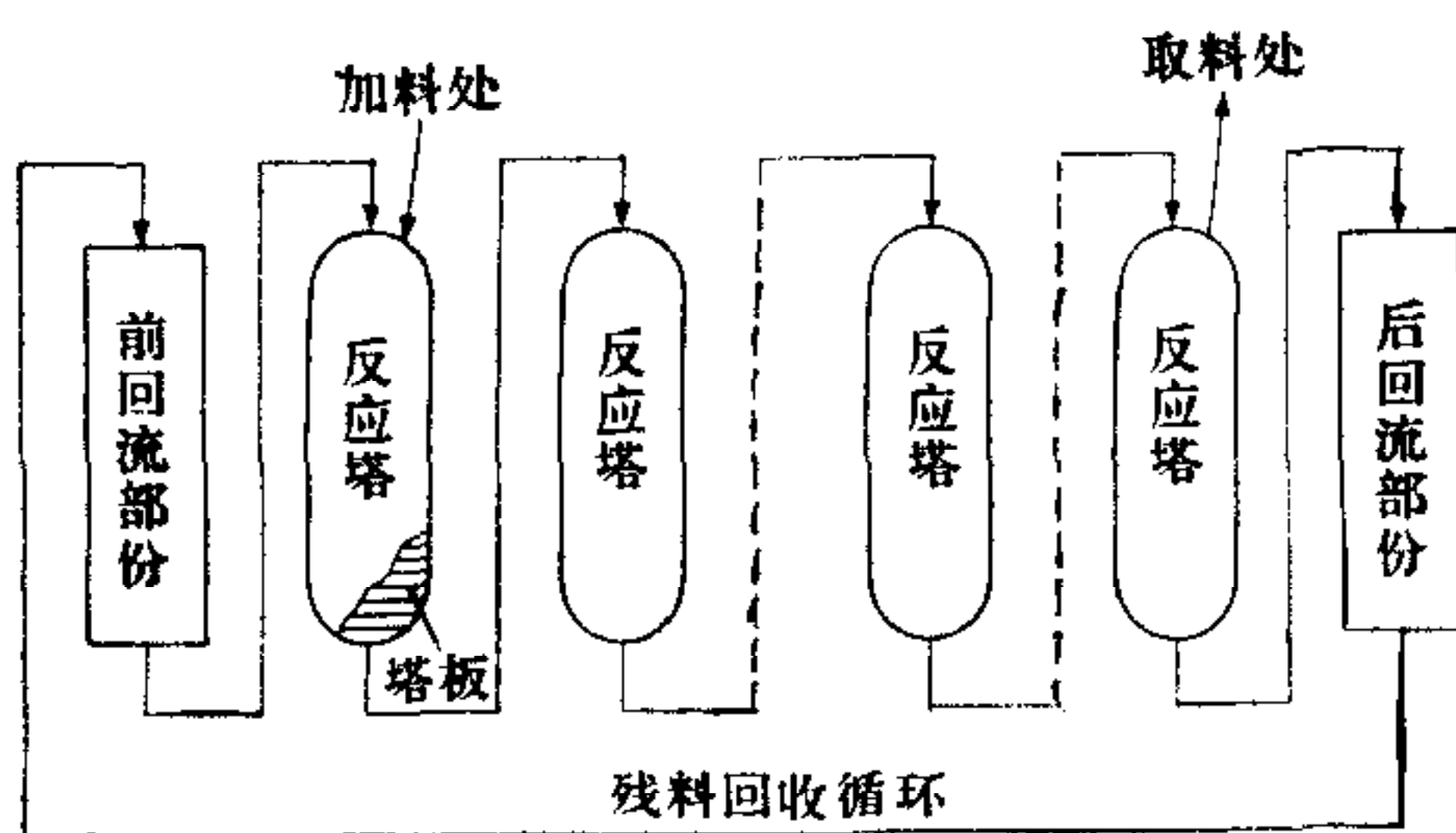


图1 化工流程图

### 1. 开车阶段的非稳态方程

$$\begin{aligned}
 H(n) \frac{\partial C}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial n} \left\{ J_a(n) \left[ \frac{\partial C}{\partial n} - \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right] \right\} \\
 & + [F\theta(n_F - n) - \tau\theta(n_k - n)] \frac{\partial C}{\partial n} \\
 & + F(C_F - C)\delta(n - n_F), \\
 t = 0 \text{ 时, } & C(n, 0) = C_0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n=0 \text{ 时, } (H(n) + H_W) \frac{\partial C}{\partial t} &= J_a(n) \left[ \frac{\partial C}{\partial n} - \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right] + (F - \tau) \frac{\partial C}{\partial n}, \\
 n=S \text{ 时, } -H_K \frac{\partial C}{\partial t} &= J_a(n) \left[ \frac{\partial C}{\partial n} - \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right].
 \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned}
 J_a(n) &= J_0 \left( 1 - \frac{1}{2} bn \right)^2, \\
 \theta(x) &= \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0, \end{cases} \quad \varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1 & 0 \leq n \leq n_F \\ \varepsilon_2 & n_F < n \leq S; \end{cases} \\
 H(n) &= (Q_P Q + V) N_P(n) + Q_a Q N_a(n).
 \end{aligned}$$

式中  $N_a(n) = N_0 \left( 1 - \frac{1}{2} bn \right)^2$ ,  $N_P(n)$  为单调下降正阶梯函数;

$$\begin{aligned}
 Q &= \begin{cases} Q_1 & 0 \leq n \leq n_0 \text{ (} n_0 \text{ 为第二个塔尾)} \\ Q_2 & n_0 < n \leq S; \end{cases} \\
 V &= \begin{cases} V_0 & \text{在 } N_P(n) \text{ 的间断点 (即两塔交界处)} \\ 0 & \text{其他的 } n \end{cases}
 \end{aligned}$$

以上公式中  $Q_1, Q_2, V_0, Q_a, Q_P, N_0, J_0, b, \varepsilon_1, \varepsilon_2, n_0, n_F, n_K, S$  和  $F, \tau, C_F, C_0, H_W, H_K$  均为已知常数, 在  $n \in [0, S]$  上求解方程, 节点的排列如下:

$$0 = n_W < n_F < n_K \leq n_S = S$$

开车阶段最初的特征是  $F = 0, \tau = 0$ . 求解过程中满足条件  $C(n_K, t) \geq C_K$  (常数) 的时刻  $t = T_1$  是第一平衡时间. 此时物料达到了富集, 但残料 (即  $C(0, t)$  的值) 尚未平衡. 然后向系统中加料 (给出  $F \neq 0$ ), 取料 (给出  $\tau \neq 0$ ), 到时刻  $T_2$  残料也平衡了, 这个时刻  $T_2$  称为第二平衡时间. 此时开车阶段求解结束. 本阶段需求解的量为  $T_1, T_2, C(n, t), \int_0^t F dt, \int_0^t \tau dt$  等等<sup>1)</sup>.

## 2. 系统平衡后的稳态运行方程

$$\frac{dC}{dn} = \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} + \frac{F(C_F - C)\theta(n_F - n) - \tau(C_K - C)\theta(n_K - n)}{J_a(n)},$$

$$n = n_F \text{ 时, } C(n_F) = C_F; \quad n = n_K \text{ 时, } C(n_K) = C_K.$$

物料守恒方程为  $F = \tau + W$ .

$$\text{物料浓度守恒方程为 } FC_F = \tau C_K + WC(0). \quad (2)$$

式中  $\varepsilon, \theta(x), J_a(n), C_F, C_K$  等的意义同前;  $W$  为残料率;  $C(0)$  为残料浓度. 需求解的量为  $F, \tau, W$  和稳态曲线  $C(n)$ .

## 3. 停车阶段的非稳态方程

此时的非稳态方程与开车阶段大体相同, 但有如下差别:

1) 参量的意义如下:  $n$  为塔板编号坐标;  $n_W$  为起始塔板号坐标;  $n_F$  为加料点坐标;  $n_K$  为取料点坐标;  $n_S$  为末塔板坐标;  $C(n, t)$  为浓度函数;  $C_0$  为系统初始浓度常数;  $C_F$  为加料浓度常数;  $C_K$  为取料浓度常数;  $F$  为加料率;  $\tau$  为产率;  $\varepsilon_1$  为分离系数 1;  $\varepsilon_2$  为分离系数 2;  $b$  为物料分解百分数;  $H(n)$  为第  $n$  块塔板的物料停留量;  $H_W$  为前回流部份物料停留量;  $H_K$  为后回流部份物料停留量;  $J_a(n)$  为物料流量;  $N_P(n)$  为与塔有关的当量浓度;  $N_a(n)$  为与塔板有关的当量浓度.

1) 停车时系统运行的特征为  $F = 0$ ,  $\tau \approx 0$ , 并有如下初始条件:  $C(n, 0) = C(n)$  (稳态解).

2) 求解过程中改变  $\tau$  值使解满足  $C(n_K, t) = C_K$ . 要满足此定解条件需花费较多迭代时间, 可用以下公式代替:

$$\tau = \tau \pm \Delta\tau, \quad |C(n_K, t) - C_K| < \eta.$$

这里  $\Delta\tau$  是  $\tau$  的增量,  $\eta$  是  $C_K$  的控制常数.

3) 当残料浓度太低, 即  $C(0, T) < C_{w_0}$  (控制常数) 时, 求解过程终止.

本阶段需要求解的量和开车阶段中所述一致, 只是时刻  $T$  的物理含义不同.

## 二、问题的实质

生产运行方案选优, 实质上是使产品的单位成本这一目标函数  $m$  最小, 其约束条件为上述全部数学模型方程. 故这是带常微分方程和偏微分方程的微分约束问题.  $m$  的计算公式为

$$m = \sum_{i=1}^5 a_i / M.$$

其中  $a_i$  依次为下列费用: 原料消耗、泵等设备的消耗、动力消耗(水、电、蒸汽)、车间经费(工资、固定资产)、管理费(运费、设备维修费、产品分析费). 前三项为可变成本, 与  $F$ ,  $J_0$  等参数有关; 产值  $M$  与  $\tau$  有关. 这些均可人为选择. 在这单目标非线性规划问题中, 可变参数达 40 个以上, 若用数学规划方法求解则耗费机时太多, 因此采用下法: 按生产中容许的条件和范围合理地调整一些参数, 解数学模型方程求得  $m$ , 然后从中筛选出  $m$  较小的优化生产方案.

## 三、数学处理

### 1. 求解方程(1)的差分公式

方程(1)是非线性抛物型方程, 边界条件较复杂, 采用预估-校正的克朗克-尼可逊(Crank-Nicolson)格式求解. 设  $n$  方向的空间步长为  $h$ ,  $t$  方向的时间步长为  $\Delta t$ , 则

$$C(kh, j\Delta t) = C_{k,j}.$$

求解的差分公式<sup>[3]</sup>如下:

$$\begin{aligned} n=0: & \left. \begin{aligned} (A+B)C_{0,j+1} - BC_{1,j+1} &= \left\{ \begin{aligned} AC_{0,j} \\ (A-B)C_{0,j} + BC_{1,j} \end{aligned} \right\} \\ & - 2lh \left[ J_a^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right)_{\frac{1}{2}, j+1-\frac{1}{2}} - A' \left( \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right)_{0, j+1-\frac{1}{2}} \right], \end{aligned} \right\} \\ n=kh(k=1, 2, \dots, S-1): & - (J_a^{k-\frac{1}{2}} - D)C_{k-1, j+1} \\ & + (J_a^{k+\frac{1}{2}} + J_a^{k-\frac{1}{2}} + E + F^0)C_{k, j+1} - (J_a^{k+\frac{1}{2}} + D)C_{k+1, j+1} \\ & = \left\{ \begin{aligned} & F^0 C_{k, j} \\ (J_a^{k-\frac{1}{2}} - D)C_{k-1, j} & - (J_a^{k+\frac{1}{2}} + J_a^{k-\frac{1}{2}} + E - F^0)C_{k, j} + (J_a^{k+\frac{1}{2}} + D)C_{k+1, j} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2lh \left[ J_a^{k+\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right)_{k+\frac{1}{2}, j+l-\frac{1}{2}} - J_a^{k-\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right)_{k-\frac{1}{2}, j+l-\frac{1}{2}} - E \right], \\
n = S: & - C_{S-1, j+l} + (G+1)C_{S, j+l} = \left\{ \begin{array}{l} GC_{S, j} \\ C_{S-1, j} + (G-1)C_{S, j} \end{array} \right\} \\
& - 2lh \left( \frac{\varepsilon C(1-C)}{1+\varepsilon C} \right)_{S-\frac{1}{2}, j+l-\frac{1}{2}}. \tag{3}
\end{aligned}$$

上述公式中在作预估时取大括号中的上式,作校正时取大括号中的下式. 还约定:

$$l = \begin{cases} 1/2 & \text{作预估时} \\ 1 & \text{作校正时,} \end{cases} \quad r = \Delta t/h^2, \quad J_a^i = J_a(n_i) = J_a(ih),$$

$$H^i = H(n_i), \quad J_a^{k+\frac{1}{2}} = (J_a^k + J_a^{k+1})/2.$$

所以诸缩写的量为

$$\begin{aligned}
A^0 &= \frac{J_a^0(H^0 + H_w)}{J_a^0 + F - \tau} \quad (\text{后面的平衡方程中用到}), \\
A' &= \frac{J_a^0(F - \tau)}{J_a^0 + F - \tau}, \quad A = \frac{H^0 + 2A^0/h}{r}, \quad B = J_a^{\frac{1}{2}} + \frac{(F - \tau)}{2} h, \\
D &= \frac{h}{2} [F\theta(n_F - kh) - \tau\theta(n_k - kh)], \quad E = Fh\delta(kh - n_F), \\
F^0 &= \frac{2H^k}{r}, \quad G = \left( H^S + \frac{2H_K}{h} \right) / r J_a^{S-\frac{1}{2}}.
\end{aligned}$$

用追赶法求解式(3)的过程如下: 首先由初始层的已知值用追赶法求出下一层的未知解, 然后一层一层推下去. 因方程(1)含非线性项, 故在每层上用追赶法求解时, 需先用预估公式求出下一层的迭代初值, 再用校正公式迭代多次, 使解满足给定的精度为止. 式(3)可改写为

$$A_k \varphi_{k-1} + B_k \varphi_k + C_k \varphi_{k+1} = F_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, S, \text{ 其中 } A_0 = C_S = 0),$$

求解时的追赶公式为

$$\begin{aligned}
D_k &= \frac{C_k}{B_k - A_k D_{k-1}}, \quad D_0 = \frac{C_0}{B_0}, \\
E_k &= \frac{F_k - A_k E_{k-1}}{B_k - A_k D_{k-1}}, \quad E_0 = \frac{F_0}{B_0}, \\
\varphi_k &= E_k - D_k \varphi_{k+1}, \quad \varphi_S = E_S.
\end{aligned}$$

由于采用的标准克朗克-尼可逊六点差分格式是恒稳的, 其边界点和内点的差分格式逼近微分方程时均达到二阶精度, 即截断误差为  $O(h^2 + \Delta^2 t)$ , 故追赶法求解时的系数矩阵满足对角占优条件, 追赶过程稳定. 因方程(1)中含非线性项, 故采用了预估-校正方法. 因方程(1)有尖点项, 故又对校正公式作迭代. 这样的求解过程是一致收敛的<sup>[2]</sup>. 另外, 为了使方程(3)在  $H(n)$  的尖点,  $F, \tau, \varepsilon$  间断点处仍然守恒, 故取这些点为格网点. 同时在间断点处取平均函数值, 使解的波动显著减弱. 这些处理通过计算证明是正确的<sup>[3]</sup>. 对第  $j$  层求解的误差  $E_j$  估计如下:

$$E_j^{(n)} = \max_i \left| \frac{C_{i,j}^{(n)} - C_{i,j}^{(n-1)}}{C_{i,j}^{(n)}} \right|, \quad |E_j^{(n)}| < \delta.$$

这里  $n$  是迭代次数;  $\delta$  为给定的精度.

解式(3)时用如下平衡方程进行校验,即将方程(1)从零积分到  $S$ ,  $t$  积分到  $t + \Delta t$ , 并代入两个边界条件,则

$$\begin{aligned} S(t + \Delta t) - S(t) = & -H_K(C_{S,j+1} - C_{S,j}) - A^0(C_{0,j+1} - C_{0,j}) \\ & + \Delta t \left\{ A' \left( \frac{\varepsilon_1 C(1-C)}{1 + \varepsilon_1 C} \right)_{0,j+\frac{1}{2}} + F(C_F - C_{0,j+\frac{1}{2}}) - \tau(C_{n_K,j+\frac{1}{2}} - C_{0,j+\frac{1}{2}}) \right. \\ & \left. + J_a^{n_F} \left[ \left( \frac{\varepsilon_2 C(1-C)}{1 + \varepsilon_2 C} \right)_{n_F,j+\frac{1}{2}} - \left( \frac{\varepsilon_1 C(1-C)}{1 + \varepsilon_1 C} \right)_{n_F,j+\frac{1}{2}} \right] \right\}. \end{aligned}$$

其中  $S(t) = \int_0^S H(n)C(n, t)dn$ , 取梯形公式近似它,其截断误差也为  $O(h^2)$ , 可满足校验需要.

## 2. 稳态方程(2)的解法

方程(2)是一阶非线性常微分方程,采用龙格-库塔(Runge-Kutta)方法求解. 软件可选用五种不同阶的龙格-库塔方法. 对本方程而言,实际计算表明,用二阶中点龙格-库塔方法时间最省且精度高. 下面列出它的计算公式<sup>[1]</sup>. 设微分方程为

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$$

令  $h$  为步长,  $x_n = x_{n-1} + h$ ,  $f_n = f(x_n, y_n)$ , 则递推公式为

$$y_{n+1} = y_n + hf \left( x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{h}{2}f_n \right).$$

因方程(2)的右端项含有未知量  $F, \tau$ , 而  $F, \tau$  又满足另外两个守恒方程, 故应按如下步骤求解:

1) 先在  $[n_F, n_K]$  中求解,此时  $F = 0$ . 设置两个不同的初值  $\tau$ , 由  $n_K$  点往左求解, 各求得两个不同的  $C(n_F)$  值,然后将  $C(n_F)$  看作  $\tau$  的函数,用线性插值法求出新  $\tau$  值,并解(2)式,获得新的  $C(n_F)$  值. 从前二组  $(\tau, C(n_F))$  点中选取一个靠近  $C_F$  的较佳点,与新点再作线性插值,这样反复迭代下去,直到求出的  $\tau$  值满足所需精度.

2) 在  $[0, n_F]$  中求解  $F$ . 先设置两个不同的  $F$  初值,由  $n_F$  点往左求解,各求得两个不同的  $C(0)$  值. 按守恒方程左端点应满足

$$D = C(0) - (FC_F - \tau C_K)/(F - \tau) = 0.$$

把  $D$  视作  $F$  的函数,由已知二点  $(F, D)$  用作线性插值法求得新  $\tau$  值,如此反复迭代,直到满足所需精度.

## 四、程序设计

本软件名为 FANNS812.COM, 是在 CROMEMCO-B 档微型机上用 FORTRAN 语言编成,并生成了可直接被用户调用的目的文件. 软件概貌如下:

1) 与用户的联系全部采用人机对话,操作极为方便.

2) 程序中所有参数在 CRT 上显示后(也可打印),用户可用键盘进行修改和再显示,这保证数据输入的灵活性和可靠性. 计算结果的打印方式也可人为选择,输出的灵活性保证了用户的各种需要,也节省了机时.

3) 程序还包括显示各种运行信息,便于操作员随时了解计算进程。运行中还可以随时修改参数,然后继续原来的计算。也可将中间结果存入磁盘,备误操作时取出继续计算,以节省重复运行机时。

4) 程序全局运行方式可根据需要人为选择,即开车、稳态、停车三阶段可单独计算(仅需作修改参数工作),也可进行一体化计算。

5) 扩充了许多功能。如稳态和非稳态计算时,均允许用近似方程求解(非线性项简化为  $\varepsilon C(1 - C)$ ); 停车时可对  $\tau$  作迭代;时间网格选择多样化(给定三种:等步长、离散点、软件自动调整步长);在非稳态计算过程中,可以任意变更时间步长。

软件主框图如图 2 所示。

## 五、应用效果

因设计应用软件时选用了良好的计算公式,故求解的迭代次数少,时间步长可适当放大。由微型机上运行看出:计算一次开车或停车方案需一小时多,稳态计算一次约两分钟。计算结果完全符合生产流程的实际物理过程和精度要求。因该软件确切地模拟了生产过程,应用后的经济效果极为显著:

1) 通过开车阶段的模拟计算,空转时间缩短了一天,即每次开车可多获利八万元。

2) 稳态运行方案的选优可求得最佳工艺参数。现该厂利用稳态计算结果对生产工艺进行了改革,使 83 年比 82 年多获利 85.71%。

3) 停车阶段的选优可较充分地回收尾料中的产品。81 年底采用新的停车方案后多获利 10 万元。

## 参 考 文 献

- [1] 南京大学数学系计算数学专业编,常微分方程数值解法,科学出版社(1979年),p. 7—35.
- [2] 南京大学数学系计算数学专业编,偏微分方程数值解法,科学出版社(1979年),p. 1—96, p. 129.
- [3] 冯 康等编,数值计算方法,国防工业出版社(1978年),p. 526—569, p. 261—270.

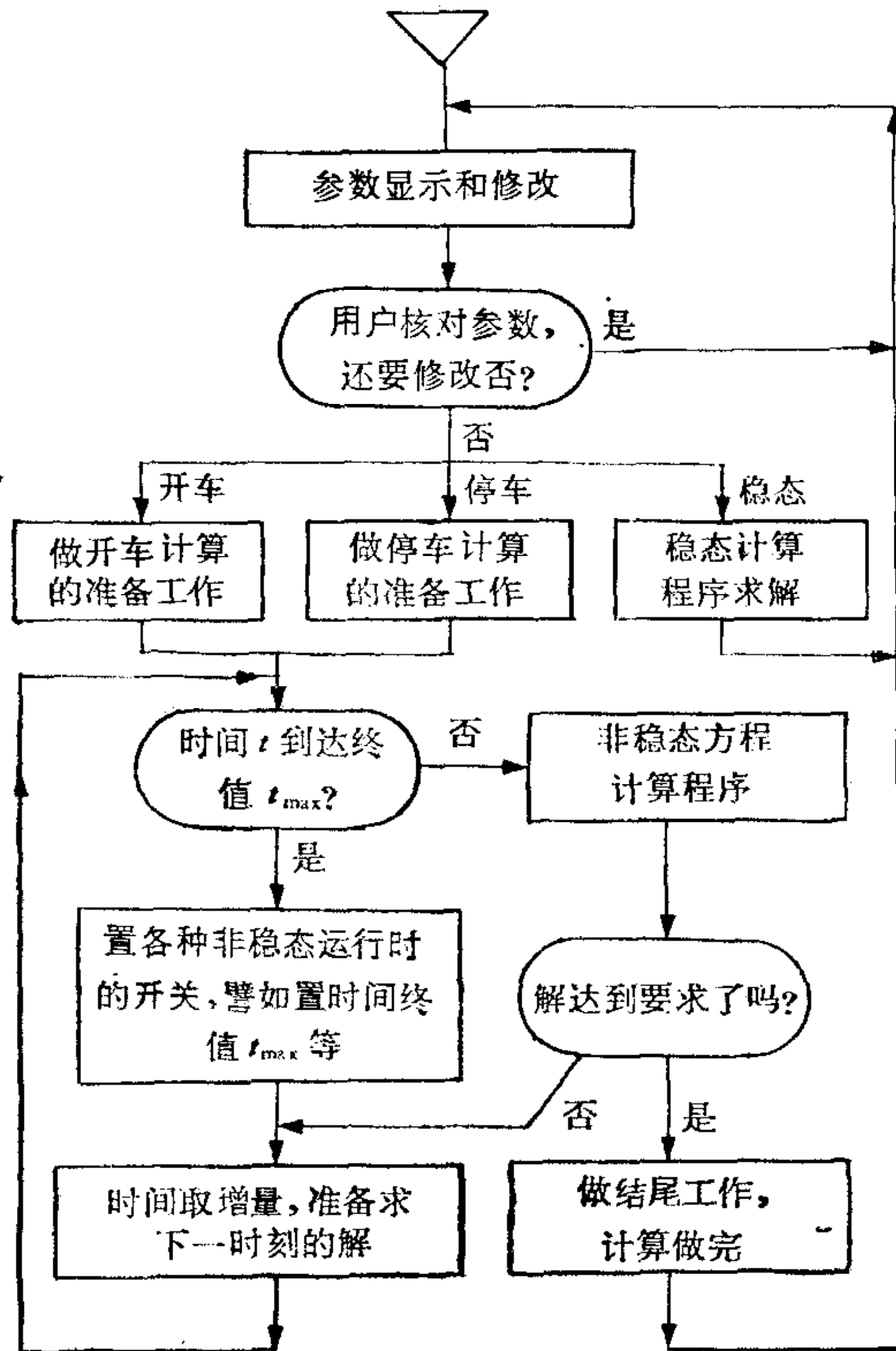


图 2 软件的主框图

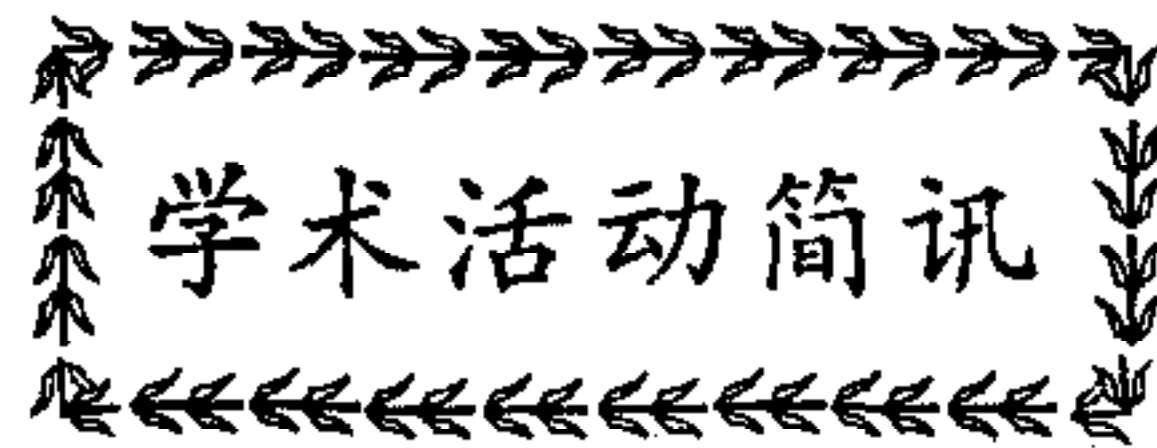
# OPTIMAL SELECTION OF PRODUCTIVE RUNNING PROJECTS AND SOFTWARE DESIGN

FAN FU

(Institute of Computer Application, The Ministry of Nuclear Industry)

## ABSTRACT

A practical example for productive management of enterprise is introduced in this paper. The solving method of problem and designed function of software are described. Through practical application its economical effect has being expanded year by year.



## 第七届国际模式识别会议在加拿大举行

第七届国际模式识别会议于 1984 年 7 月 30 日至 8 月 2 日在加拿大 *Montreal* 举行, 约有六百多位各国学者参加了会议。我国清华大学、中国科学院自动化所等单位的九位学者及十多位我国在美国、法国等国家的访问学者和研究生也参加了会议, 并向会议提交了二十多篇论文。会议按不同的内容分小组报告论文, 小组的名称如下(圆括号内的数字为该小组开会的次数):

活动目标(3)、生物医学应用(2)、边缘检出、相似性及距离度量、纹理分析(2)、曲线分析、特征选择、图象处理、语音识别(3)、四分树(2)、实现及复杂性问题、分类算法、分割(3)、松弛法及推断、形状转换、有效数据结构、东方文字识别、遥感、应用(3)、三维视觉(2)、计算几何学、线性特征、图象处理与形状、人的感知、文字识别(3)、机器人有关三维问题(2)、系统分析、模式识别、形状匹配、硬件实现、理论问题、字迹特征与形状分析、画图分析、分类问题、微电子检验技术、句法方法、模糊集方法、VLSI 装备、图像理解。

根据分组情况、会前安排的介绍文章及通过与各国学者的交谈, 有如下看法: (1) 国际模式识别会议过去由于人为的原因, 学术活动只限制在模式识别方面。目前, 国际上由于受第五代计算机开发等因素的影响, 对人工智能的研究日益感兴趣。这次会议把机器人、三维视觉等作为重要内容, 在会前的介绍性文章中就有专家系统、机器人操纵、计算机语言理解等人工智能的内容。(2) 模式识别方面的典型题目, 如文字识别、语音识别以及模式分割等也有较多的文章, 共举行了四次讨论, 但给人的印象是在会议中不像以前一样占有主要的地位。(3) 模式识别的应用是关系到模式识别这门新技术能否获得发展的重要因素, 因此特别受到重视, 专门举行了五次关于应用的专题讨论(包括生物医学方面的应用)。与会者对于具有实际意义的论文, 往往表现出较大的兴趣。

国际模式识别学会的管理委员会决定下一届(1986年)的会议将在法国巴黎举行。1988年的第九届国际模式识别会议将在我国北京举行。

(戴汝为)